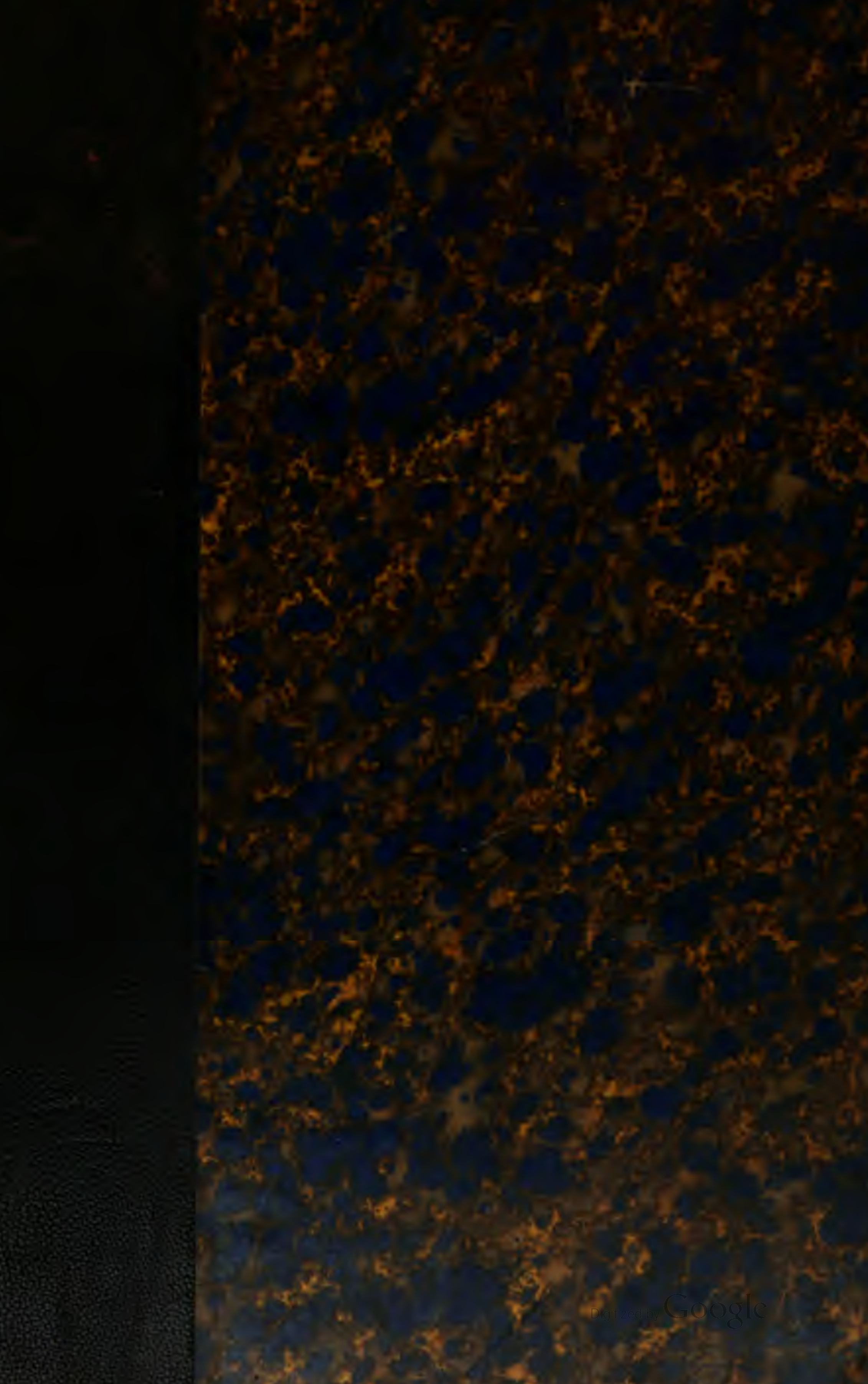
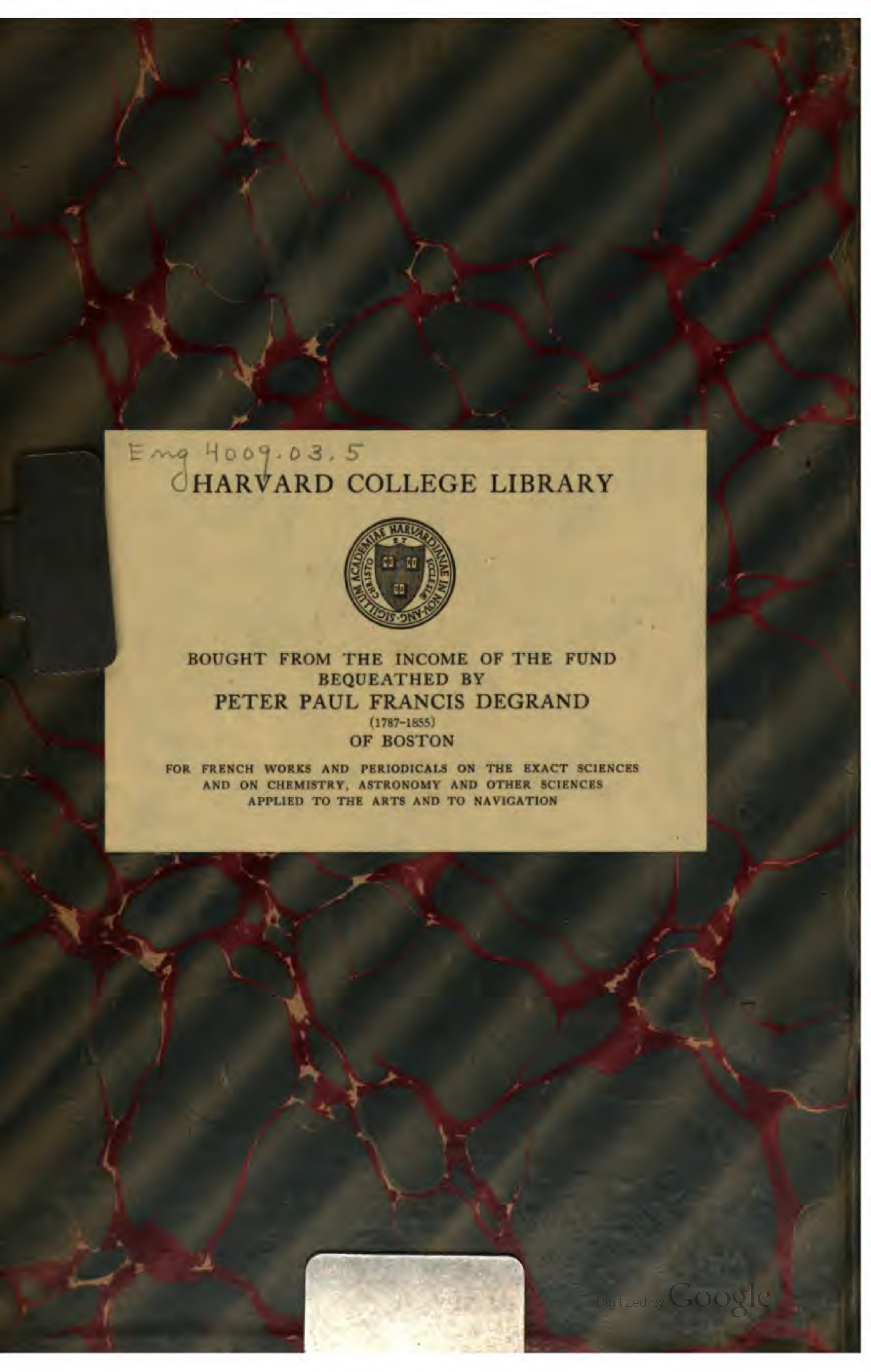
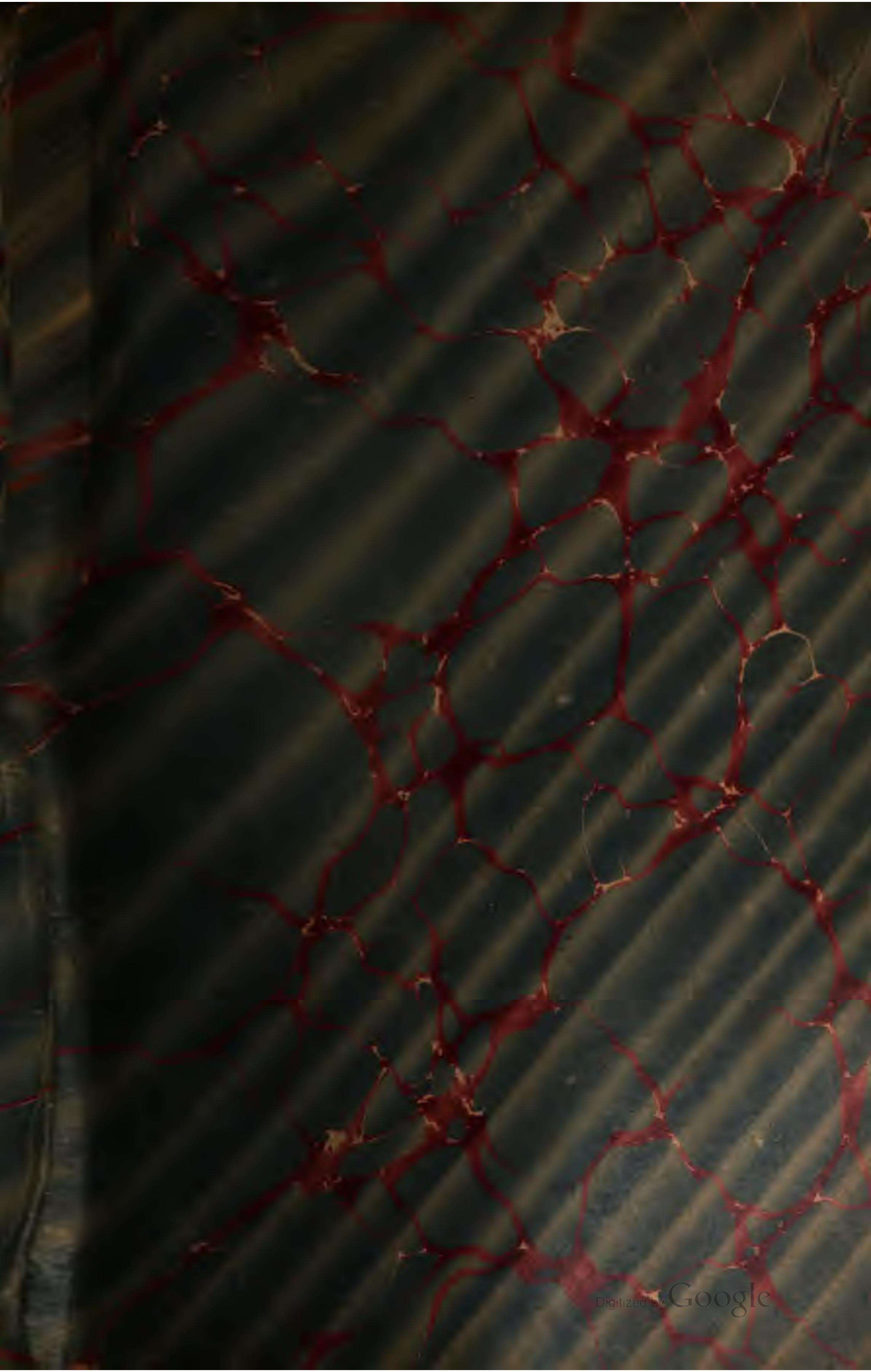



Eng 4009.03.5
HARVARD COLLEGE LIBRARY
SIGILLUM ACADEMIAE HARVARDIANAE IN NOV-ANG. CHRISTO ECCLESIAE
BOUGHT FROM THE INCOME OF THE FUND
BEQUEATHED BY
PETER PAUL FRANCIS DEGRAND
(1787-1855)
OF BOSTON
FOR FRENCH WORKS AND PERIODICALS ON THE EXACT SCIENCES
AND ON CHEMISTRY, ASTRONOMY AND OTHER SCIENCES
APPLIED TO THE ARTS AND TO NAVIGATION
Digitized by Google



ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE

*Tous les exemplaires de ce volume devront être revêtus de la signature du fondateur de l'*Encyclopédie Industrielle *et de la griffe du libraire*

ENCYCLOPÉDIE INDUSTRIELLE
Fondée par M. C. Lechalas, Inspecteur général des Ponts et Chaussées en retraite.

COURS DE L'ÉCOLE CENTRALE
des Arts et Manufactures

ÉLECTRICITÉ INDUSTRIELLE

PAR

D. MONNIER

INGÉNIEUR DES ARTS ET MANUFACTURES
PROFESSEUR, MEMBRE DU CONSEIL DE L'ÉCOLE CENTRALE

Deuxième édition

ÉQUIVALENCE DES DIFFÉRENTES FORMES DE L'ÉNERGIE
ACTIONS MAGNÉTIQUES. — ACTIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES.
INDUCTION ÉLECTROMAGNETIQUE. — DYNAMOS A COURANT CONTINU.
INDUCTEURS. — ENROULEMENT DE L'INDUIT.
ÉLEMENTS DE CONSTRUCTION DES INDUITS.
THEORIE DES DYNAMOS A COURANT CONTINU. — CARACTERISTIQUES.
REGULATION ET COUPLAGE DES DYNAMOS A COURANT CONTINU.
MOTEURS ÉLECTRIQUES A COURANT CONTINU.
MESURE DU RENDEMENT DES DYNAMOS A COURANT CONTINU.
ÉTUDE D'UN PROJET DE DYNAMO A COURANT CONTINU.
THÉORIE DES COURANTS ALTERNATIFS. — ALTERNATEURS.
ÉTUDE DU FONCTIONNEMENT DES ALTERNATEURS.
TRANSFORMATEURS A COURANTS ALTERNATIFS.
ÉTUDE DES TRANSFORMATEURS A COURANTS ALTERNATIFS.
MOTEURS SYNCHRONES A COURANTS ALTERNATIFS.
MOTEURS ASYNCHRONES.
TRANSFORMATION DES COURANTS ALTERNATIFS EN COURANT CONTINU.

PARIS
E. BERNARD & Cie, IMPRIMEURS-ÉDITEURS
29, quai des Grands Augustins

1903

ERRATA

Pages	Lignes	Au lieu de	Lisez
2	7	M	Σ
3	8 en remontant	entre la puissance vive disparue et la quantité de chaleur correspondante	entre la quantité de chaleur et la puissance vive correspondante disparue.
36	11 »	dW	W
72	5 »	acquière	acquiert
73	13 »	$\int_{+\mathcal{B}}^{-\mathcal{B}} \mathcal{B}\, d\mathcal{H}$	$\int_{+\mathcal{H}}^{-\mathcal{H}} \mathcal{B}\, d\mathcal{H}$
8	4 »		$I = \frac{E}{R} e^{-\frac{Rt}{\mathcal{L}}}$
95	8 »	$I d\Phi$	$I \frac{d\Phi}{dt}$
251	9 »	$(r' + 2r'')i' +$	$(r' + 2r'')\, y +$
26 6	1 »	$k = \cos\varphi + \frac{\sin\varphi}{2\pi}$	$k = \cos\varphi - \frac{\sin\varphi}{2\pi}$
327	Fig. 177		Relier les axes de m_1 et m_2 respectivement aux points C_1 et C_2.
356	Fig. 193		Réunir par une résistance le plot C au plot gauche voisin.
379	5 en remontant	flottante	frottante
395	9	$(U_1 = U_2)I - (p_1 + p_2)$	$(U_1 - U_2)I - (p_1 + p_2)$
628	9 en remontant	$\left(\frac{E_2 I}{2} + \frac{E_2 I_0}{2}\right) dt$	$\left(\frac{E_2 I}{2} - \frac{E_2 I_0}{2}\right) dt.$

INTRODUCTION

CHAPITRE PREMIER

—

EQUIVALENCE DES DIFFÉRENTES FORMES DE L'ÉNERGIE

1. Propriétés de la matière. — Les diverses propriétés de la matière ne peuvent s'expliquer que par l'existence de mouvements moléculaires qui affectent nos sens d'une manière différente, suivant leur amplitude et leur vitesse. C'est également à ces mouvements moléculaires qu'on rattache les attractions qui s'exercent entre tous les corps, quelles que soient leurs dimensions et leurs distances, gravitation universelle ou forces moléculaires. Le mouvement et la matière sont inséparables et tous les phénomènes que nous observons sont une conséquence du travail des forces qui déterminent ces mouvements de la matière.

2. Equivalence du travail et de la puissance vive. — Dans un système quelconque de corps et de forces, la somme des travaux des forces en un temps donné est égal à l'accroissement que subit dans le même temps la somme des puissances vives

$$\sum \mathcal{T}(F) = \sum \frac{1}{2} mv^2 - \sum \frac{1}{2} mv_0^2.$$

Le travail des forces peut être positif ou négatif.

Le travail positif s'appelle *travail moteur*, le travail négatif *travail résistant*.

L'accroissement de la puissance vive du système sera positif ou négatif, selon que les forces qui le sollicitent sont mouvantes ou résistantes.

En considérant les deux cas particuliers où l'une des vitesses est nulle, on aura :

Pour $v_0 = 0$

$$\sum \frac{1}{2} mv^2 = \mathrm{M}\mathcal{T}(F).$$

La puissance vive gagnée par le système est égale au travail qu'il a reçu depuis l'état de repos.

Pour $v = 0$

$$\sum \frac{1}{2} mv_0^2 = - \sum \mathcal{T}(F).$$

La puissance vive initiale du système est égale au travail résistant nécessaire pour réduire le système au repos, ou, ce qui revient au même, égale au travail moteur que le système peut fournir avant de revenir au repos.

La puissance vive et le travail mécanique sont donc deux grandeurs équivalentes pouvant se transformer l'une dans l'autre.

3. Energie mécanique. — En mettant l'équation du travail et de la puissance vive sous la forme

$$\sum \mathcal{T}(F) + \sum \frac{1}{2} mv_0^2 = \sum \frac{1}{2} mv^2,$$

le second membre exprimera le travail dont le système est capable :

1° En vertu de la puissance vive $\sum \frac{1}{2} mv_0^2$, qu'il possède ;

2° En vertu du travail $\sum \mathcal{T}(F)$ que les forces du système sont susceptibles de développer.

La somme de ces deux termes mesure donc l'aptitude du système à fournir un travail moteur. Cette aptitude s'appelle l'*énergie* du système.

La puissance vive qu'il possède s'appelle *énergie cinétique*.

La puissance vive qu'il peut acquérir sous l'action des forces auxquelles sont soumis les divers points s'appelle *énergie potentielle*; elle existe dans le système à l'état latent, c'est-à-dire à l'état de puissance et se manifeste lorsque les points d'application des forces sont libres de se déplacer.

Toute variation de l'énergie d'un système correspond donc à un travail que le système aura reçu ou fourni.

4. Energie thermique. — En appliquant l'équation du travail et de la puissance vive à une machine parvenue à l'état de mouvement uniforme ou, d'une façon générale, à un système quelconque dont les vitesses sont devenues indépendantes du temps, on voit que, la somme des puissances vives étant invariable, la somme des travaux des forces est constamment nulle ; en d'autres termes, le travail moteur est sans cesse égal et de signe contraire au travail résistant. Si les vitesses, au lieu d'être constantes, sont périodiquement variables avec le temps, l'égalité du travail moteur et du travail résistant subsiste non plus pour une durée quelconque, mais pour la durée d'une période ou d'un nombre entier de périodes.

En mesurant le travail moteur et la puissance vive transformée en travail utile, on trouve toujours une différence que l'on désigne sous le nom de travail des *résistances passives*, et qui correspond à une élévation de température des surfaces soumises aux chocs et aux frottements.

Le rapport constant qui existe entre la puissance vive disparue et la quantité de chaleur correspondante s'appelle l'*équivalent mécanique de la chaleur*; il est égal à 425 kilogrammètres pour la grande calorie, ou 4,17 joules pour la petite calorie. Nous le désignerons par la lettre J.

La chaleur n'est autre chose que la manifestation d'un mouvement vibratoire des molécules des corps, c'est-à-dire une grandeur de même espèce que le travail mécanique. L'échauffe-

ment des corps par le choc ou le frottement résulte d'une transformation de la puissance vive du mouvement visible en puissance vive moléculaire.

La chaleur est donc une forme de l'énergie.

Quand on communique de la chaleur à un corps, on augmente son énergie.

Le travail correspondant à cet accroissement d'énergie peut être dépensé à l'intérieur ou à l'extérieur du corps.

A l'intérieur il sera employé : 1° à augmenter la chaleur sensible, c'est-à-dire la température du corps ; 2° à modifier la disposition de ses molécules (augmentation de volume, passage de l'état solide à l'état liquide ou de l'état liquide à l'état gazeux.

A l'extérieur le travail sera employé à déplacer les forces qui s'opposent à la dilatation du corps. C'est le travail produit par la dilatation des gaz et des vapeurs que nous utilisons dans les machines qui transforment la chaleur en travail mécanique.

Le rapport entre le travail effectué et la quantité de chaleur correspondante, ou *équivalent thermique* de l'unité de travail, est égal à $\frac{1}{J}$, c'est-à-dire à l'inverse de l'équivalent mécanique de la calorie.

5. Energie chimique. — L'affinité chimique est la résultante des actions qui tiennent unies deux ou plusieurs substances différentes dans une combinaison homogène.

Si un système de corps simples ou composés, pris dans des conditions déterminées, éprouve des changements physiques ou chimiques capables de l'amener à un nouvel état, sans donner lieu à aucun effet mécanique extérieur au système, la quantité de chaleur, absorbée ou dégagée par l'effet de ces changements, dépend uniquement de l'état initial et de l'état final du système ; elle est la même, quelles que soient la nature et la suite des états intermédiaires.

L'exactitude de ce principe, énoncé par M. Berthelot, a été démontrée directement par un grand nombre de mesures thermo-chimiques et indirectement par la concordance parfaite qui existe entre les faits observés et les prévisions auxquelles conduit l'application de ce théorème.

On en conclut que les quantités de chaleur dégagées dans les réactions d'un système qui a subi un changement chimique représentent la somme des travaux qu'il faudrait accomplir pour ramener le système à ses conditions initiales.

Le travail que peut développer l'affinité, c'est-à-dire l'*énergie chimique*, a donc pour mesure la quantité de chaleur dégagée par les transformations chimiques auxquelles donne lieu la combinaison. Il en résulte que l'énergie chimique est une grandeur de même espèce que l'énergie thermique et l'énergie mécanique, à laquelle, par conséquent, on peut appliquer le principe de l'équivalence du travail et de la puissance vive.

6. Energie électrique. — Les phénomènes électriques mettent à notre disposition une autre forme de l'énergie que nous pouvons obtenir par une transformation du travail mécanique, de la chaleur ou de l'affinité chimique.

On donne le nom de *générateurs électriques* aux appareils employés pour convertir une des formes de l'énergie en énergie électrique.

Quelle que soit son origine, l'énergie électrique possède les mêmes propriétés essentielles. Nous ne connaissons pas la véritable nature de l'électricité qui n'est peut être qu'une des modalités de l'éther, mais nous savons qu'elle affecte deux formes différentes, désignées sous les noms d'électricités positive et négative, dont les actions sont de signes contraires et qui apparaissent toujours simultanément en quantités égales, de telle sorte que leur somme algébrique est constamment nulle.

A l'intérieur d'un conducteur électrisé il n'y a ni électricité

libre ni action électrique et l'énergie électrique réside exclusivement dans l'espace occupé par les corps isolants auxquels on a, pour cette raison, donné le nom de *diélectriques*, afin d'indiquer que ce sont les seuls corps dans lesquels les actions électriques peuvent exister et se propager.

La quantité d'électricité contenue dans une surface fermée est invariable ; toute addition faite à la charge intérieure détermine le déplacement d'une quantité égale d'électricité à travers la surface ; c'est-à-dire que l'électricité se comporte, sous ce rapport, comme un fluide incompressible. Nous ne pouvons ni créer ni détruire l'électricité, nous ne pouvons que la déplacer en suivant un chemin continu.

L'électricité considérée en elle-même ne constitue pas plus que la matière une forme de l'énergie, et l'objet essentiel d'un générateur électrique est d'amener l'électricité à un potentiel ou niveau électrique plus élevé, de manière à lui communiquer une certaine quantité d'énergie. Ce rôle du générateur électrique est analogue à celui d'une pompe élévatoire.

La différence de potentiel produite par un générateur électrique s'appelle sa *force électromotrice* et se mesure par la quantité d'énergie qu'elle communique à l'unité d'électricité positive, ou, ce qui revient au même, par le travail que cette unité d'électricité positive peut développer en revenant au potentiel ou niveau électrique primitif, choisi arbitrairement comme zéro.

Un conducteur réunissant les deux points entre lesquels le générateur développe une force électromotrice acquiert des propriétés spéciales que l'on résume en disant que ce conducteur est le siège d'un courant électrique. On prend comme sens positif du courant celui qui va du potentiel supérieur (pôle positif du générateur) au potentiel inférieur (pôle négatif) par le fil qui réunit les deux pôles.

L'état particulier caractérisé par le passage du courant électrique est commun à tous les points du circuit formé par le générateur et le fil interpolaire.

Comme il ne peut y avoir nulle part accumulation d'électricité, le circuit entier doit être le siège d'une circulation continue, telle que chaque section est traversée au même instant par la même quantité d'électricité.

Chaque unité d'électricité, après avoir abandonné dans le circuit interpolaire l'énergie qui lui avait été communiquée par le générateur, repasse par le générateur qui lui communique une nouvelle quantité d'énergie et ainsi de suite.

On appelle *intensité du courant* la quantité d'électricité qui traverse une section quelconque du circuit pendant une seconde. Si le courant est constant, l'intensité est définie par le quotient $\frac{q}{t} = I$; si le courant est variable avec le temps, l'intensité à l'instant t, sera représentée par le rapport $I = \frac{dq}{dt}$.

E étant la force électro-motrice développée par le générateur, sa puissance, $P = EI$, sera caractérisée comme celle d'une chute d'eau par le produit de deux facteurs : la hauteur de chute et le débit.

7. Loi d'Ohm. — En appliquant à la propagation de l'électricité le long d'un fil conducteur les calculs de Fourier sur la propagation de la chaleur par conductibilité, Ohm fut conduit à admettre que l'intensité du courant produit par une différence de potentiel déterminée est proportionnelle à cette différence de potentiel, c'est-à-dire, puisque la réaction est égale à l'action, que le passage du courant développe dans le conducteur une force électromotrice inverse proportionnelle à l'intensité de ce courant.

Pour maintenir dans un conducteur de dimensions données un courant d'intensité I, il faudra appliquer entre les deux extrémités du conducteur une certaine force électromotrice E.

Le quotient $\frac{E}{I} = R$ s'appelle la *résistance* du conducteur.

Pour un métal donné la résistance d'un conducteur est inver-

sement proportionnelle à la section S, proportionnelle à sa longueur L et à un coefficient ρ qui caractérise la substance du conducteur et que l'on appelle sa *résistance spécifique* ou sa *résistivité* ; c'est la résistance que présente un fil de ce métal ayant l'unité de longueur et l'unité de section.

La résistance R d'un fil ayant une longueur L, une section S et une résistivité ρ sera donc exprimée par la formule

$$R = \frac{L\rho}{S}.$$

$\frac{1}{R}$ l'inverse de la résistance s'appelle la *conductance*.

$\frac{1}{\rho}$ l'inverse de la résistivité s'appelle la *conductibilité*.

La formule d'Ohm

$$E = RI$$

détermine la force électromotrice nécessaire pour maintenir un courant d'intensité I dans un conducteur de résistance R.

L'unité de résistance sera la résistance du conducteur dans lequel l'unité de force électromotrice maintient l'unité d'intensité.

Lorsque le circuit dans lequel est transmis le courant est formé par un réseau de conducteurs, la distribution des courants dans les différents segments du circuit se détermine au moyen des règles de Kirchhoff dont nous rappellerons l'énoncé.

1. Si plusieurs conducteurs aboutissent en un point, la somme des courants qui convergent vers ce point est égale à la somme des courants qui s'en éloignent, ou, en affectant chaque courant d'un signe à partir du point considéré, la somme des courants qui aboutissent en un point est nulle :

$$\sum I = 0.$$

2. Dans un polygone fermé, la somme algébrique des produits obtenus en multipliant la résistance de chacun des côtés

par l'intensité du courant correspondant est égale à la somme algébrique des forces électro-motrices existant sur le contour du polygone

$$\sum RI = \sum E.$$

Le sens positif du courant ayant été choisi une fois pour toutes, les forces électro-motrices qui agissent dans le sens positif du courant sont comptées positivement, celles qui sont dirigées en sens contraire, négativement.

8. Transformations de l'énergie électrique. — Considérons un générateur électrique dont les deux pôles sont réunis par un conducteur de résistance R comprenant un *récepteur électrique,* c'est-à-dire un appareil propre à convertir l'énergie électrique en une autre forme. La force électromotrice E du générateur sera plus grande que la force électromotrice RI nécessaire pour maintenir le courant I dans le circuit, c'est-à-dire qu'on aura

$$E = RI + E_1$$

et en multipliant les deux membres de l'équation par l'intensité I :

$$EI = RI^2 + E_1I.$$

Le premier membre définit la puissance du générateur.

Le premier terme du second membre $RI^2 = RI \times I$ est le produit de l'intensité I par la force électro-motrice RI nécessaire pour maintenir le courant dans la résistance R ; c'est la puissance dépensée pour vaincre la résistance du conducteur ; elle apparaît sous forme de chaleur.

Le deuxième terme du second membre, E_1I, est la puissance électrique fournie au récepteur intercalé dans le circuit.

Si le conducteur interpolaire ne contient pas de récepteur, on aura

$$EI = RI^2.$$

L'expérience indique en effet que lorsqu'un courant passe

dans un conducteur métallique sans développer aucun travail extérieur, la totalité de l'énergie électrique fournie par le générateur se transforme en chaleur et la quantité de chaleur développée est équivalente à l'énergie électrique transformée dans le même temps ; c'est la *loi de Joule.*

La quantité de chaleur dégagée dans le temps T par cette transformation sera

$$Q = \frac{1}{J} RI^2T.$$

Si le courant électrique effectue un travail extérieur, l'énergie électrique fournie au circuit en une seconde,

$$EI = RI^2 + E_1I,$$

sera la somme de l'énergie RI^2 transformée en chaleur par la résistance du conducteur et de celle qui est fournie au récepteur dans le même temps.

La puissance transmise au récepteur, E_1I, est égale au produit de la quantité d'électricité déplacée en une seconde par la chute de potentiel dans le récepteur. Cette chute de potentiel s'appelle la *force contre-électromotrice* ou force électromotrice inverse du récepteur, parce qu'elle agit en sens inverse de la force électro-motrice du générateur, et l'intensité du courant sera déterminée par l'équation

$$I = \frac{E - E_1}{R}.$$

L'expérience confirme ces prévisions.

Lorsque le courant met en mouvement un moteur, l'énergie électrique fournie au circuit se retrouve en totalité sous forme d'énergie thermique et sous forme de puissance vive mécanique.

Lorsque le courant traverse la solution d'un sel métallique, la combinaison chimique est détruite par l'action du courant. Cette décomposition absorbe une certaine quantité de chaleur qui est fournie par le travail du courant. Les éléments désunis par le passage du courant ont acquis une énergie potentielle en vertu de laquelle ils peuvent se combiner de nouveau en

développant une quantité de chaleur équivalente au travail qui a opéré la décomposition ; l'énergie électrique s'est transformée en une quantité équivalente d'énergie chimique. La force électromotrice inverse développée par le passage du courant est égale au quotient de l'équivalent mécanique de la chaleur de combinaison par la quantité d'électricité qui a traversé la solution métallique.

9. Principe de la conservation de l'énergie. — Ainsi le principe d'équivalence du travail et de la chaleur s'applique à tous les changements de puissances vives moléculaires correspondant aux actions calorifiques, chimiques, électriques, et les mouvements invisibles qui donnent lieu à ces phénomènes, suivent les mêmes lois mécaniques que les mouvements visibles de la matière, c'est-à-dire que l'énergie totale d'un système, quelles que soient d'ailleurs les formes que prend cette énergie, ne peut varier que si le système a reçu ou fourni un travail extérieur au système sous la forme mécanique, thermique, chimique ou électrique. En d'autres termes, *l'énergie totale d'un système qui n'est soumis à aucune action extérieure est une quantité invariable dans tous les états où ce système peut être successivement amené par les actions mutuelles de ses divers points.*

C'est le *principe de la conservation de l'énergie,* dont l'exactitude est établie avec la même rigueur que la permanence de la matière, car toutes les conséquences que l'on en déduit sont conformes aux résultats de l'expérience.

Les divers phénomènes que nous observons ne sont que des formes différentes d'une entité physique, l'*Energie.* Nous ne pouvons ni la créer ni la détruire, nous ne pouvons que la transformer.

10. Rendement d'une transformation d'énergie. Energie dégradée. — Dans toutes les transformations

d'énergie, il n'y en a qu'une partie qui apparaisse sous la forme que l'on a en vue, tandis que le reste prend une forme différente non utilisable. Le rapport de l'énergie utile à la quantité totale mise en œuvre s'appelle le *rendement* de la transformation. La différence entre l'énergie transformée et l'énergie utile recueillie s'appelle l'énergie *dissipée* ou *dégradée*; elle se retrouve en grande partie, le plus souvent même en totalité, sous forme de chaleur qu'il est, dans la plupart des cas, impossible d'utiliser.

11. Générateurs électriques. — Les générateurs électriques peuvent se classer de la manière suivante.

1. *Machines électrostatiques.* — L'électrisation par frottement et par induction est utilisée dans quelques machines destinées à produire des différences de potentiel très élevées. L'énergie potentielle communiquée à la quantité d'électricité transportée sur le collecteur de la machine est fournie par un travail mécanique. Ces générateurs électrostatiques dont le débit est toujours très faible, ne sont utilisés que dans les expériences de laboratoire, et nous ne les citons ici que pour mémoire.

2. *Piles thermo-électriques.* — Lorsque les soudures d'un circuit de deux métaux sont portées à des températures différentes, on constate dans le circuit l'existence d'un courant électrique (expérience de Seebeck). La force électromotrice qui détermine le passage du courant s'appelle *force thermo-électrique*; elle dépend de la nature des métaux qui forment la chaine, de la différence de température des soudures, de la température moyenne de ces soudures. En associant un certain nombre de ces couples on forme une pile thermo-électrique qui se composera par conséquent d'une sorte de chaine dont les éléments successifs, alternativement formés de deux métaux différents, sont soudés les uns aux autres. Dans la pile Clamond-Carpentier, par exemple, constituée par des

bandes de fer et des barreaux d'un alliage d'antimoine et de zinc, toutes les soudures de rang pair sont disposées autour d'une cheminée centrale chauffée au gaz; les soudures impaires sont groupées à l'extérieur de manière à présenter une grande surface de refroidissement. Le modèle de 120 éléments dont la résistance intérieure est de 3,2 ohms, peut fournir une force électromotrice de 8 volts.

Bien que dans les piles thermoélectriques l'énergie calorifique du combustible soit directement transformée en énergie électrique, leur rendement industriel est extrêmement faible et bien inférieur à celui des autres générateurs, car dans les circonstances les plus favorables il atteint à peine $\frac{1}{200}$.

L'emploi de ces piles est limité à quelques opérations de laboratoire qui exigent des courants constants de longue durée et pour lesquelles la question de rendement est secondaire si l'appareil est susceptible de fonctionner d'une façon continue sans surveillance spéciale.

Les piles thermo-électriques sont utilisées également pour déceler et mesurer des différences de température. En formant un couple platine-platine rhodié dont l'une des soudures est maintenue dans le foyer dont on veut mesurer la température, M. Le Chatelier a construit un pyromètre qui permet de mesurer, avec une précision suffisante pour les besoins de la pratique, des différences de température pouvant atteindre 1500°.

3. *Piles voltaïques.* — La pile voltaïque est un générateur qui sert à transformer en énergie électrique l'énergie chimique produite par la dissolution d'un métal, généralement *le zinc*, dans un liquide acide ou alcalin.

On peut comparer la pile voltaïque à une machine thermique dans laquelle la combustion du zinc remplacerait celle du charbon, et capable de produire un travail déterminé équivalent à la chaleur qui disparait dans le circuit. Le rendement

peut atteindre 80 %, mais comme les corps qui interviennent dans les réactions chimiques d'une pile sont d'un prix relativement élevé et qu'il est impossible d'éviter des déchets de matières au moment où l'on renouvelle les éléments, le prix de l'énergie électrique utile fournie par les piles est beaucoup trop élevé pour les applications exigeant de grandes quantités d'énergie. Cependant les piles peuvent être employées avec avantage dans les laboratoires, ainsi que pour la télégraphie, la téléphonie, la transmission des signaux.

4. *Machines électro-magnétiques* qui transforment le travail mécanique en énergie électrique par l'intermédiaire des phénomènes d'induction électromagnétique.

Le rendement de ces générateurs est très élevé et comme l'énergie mécanique peut être obtenue à très bas prix, le mode de production de l'énergie électrique au moyen des machines électromagnétiques est le plus économique de tous et en réalité le seul qui, dans l'état actuel de nos connaissances, puisse convenir aux applications industrielles de l'énergie électrique.

12. Applications industrielles de l'énergie électrique. — L'énergie électrique présente sur les autres formes l'avantage de pouvoir être transmise économiquement à grande distance par des conducteurs flexibles se prêtant à tous les changements de direction et de niveau. Comme, en outre, elle peut être facilement convertie en une autre forme, l'énergie électrique nous fournit le meilleur moyen de transmettre à distance le travail d'un moteur mécanique pour l'utiliser ensuite sous forme thermique, chimique ou mécanique.

Les applications de l'énergie électrique comportent trois classes d'appareils :

Les générateurs électriques avec leurs moteurs mécaniques ou *groupes électrogènes ;*

Les *conducteurs* qui transmettent le courant ;

Les appareils d'utilisation ou *récepteurs* de l'énergie électrique qui la convertissent en une autre forme.

1. *Applications thermiques.* — La transformation de l'énergie électrique en chaleur est fondée sur l'échauffement d'un conducteur par le passage du courant.

Malgré les avantages qu'il présente, le chauffage domestique par l'électricité ne s'est pas encore développé à cause de son prix élevé ; ce mode de chauffage peut néanmoins, dans quelques cas spéciaux, être substitué avec avantage aux autres systèmes, en particulier lorsque les appareils de chauffage doivent fonctionner d'une manière intermittente ou, lorsque pour éviter tout danger d'incendie, l'emploi du charbon, du gaz ou du pétrole doit être proscrit.

En réduisant l'espace dans lequel se fait la transformation thermique, on arrive à développer des températures de plus en plus élevées. Celle de l'arc voltaïque atteint le point de volatilisation du carbone que l'on évalue à 4.500°C. C'est la possibilité d'obtenir des températures plus élevées que par les autres procédés connus qui donne à la transformation thermique de l'énergie électrique une importance industrielle considérable pour l'éclairage par lampes à arc et à incandescence, pour la fabrication du carbure de calcium, celle du siliciure de carbone ou carborundum employé dans l'industrie du polissage, pour la transformation du carbone en graphite et la production de divers métaux et alliages dont la préparation exige l'emploi de très hautes températures.

2. *Applications chimiques.* — Les principales sont : la galvanoplastie, le raffinage du cuivre et des métaux précieux, la fabrication des chlorates de potasse et de soude, la fabrication de la soude et du chlore par l'électrolyse du chlorure de sodium, l'électrométallurgie du cuivre, de l'aluminium, de l'or, du plomb, la préparation d'un grand nombre de composés organiques, le blanchiment des fibres végétales, le vieillis-

sement des vins et alcools, l'épuration des jus sucrés, le tannage des peaux, la stérilisation des eaux potables, etc.

3. *Applications mécaniques.* — Si l'on envoie un courant électrique dans une machine électromagnétique elle se met en mouvement et devient capable de fournir du travail mécanique, c'est-à-dire qu'elle transforme en puissance vive mécanique l'énergie électrique qui lui est fournie. Ce mode de transmission de l'énergie est le seul qui soit applicable lorsqu'il s'agit d'utiliser une source d'énergie mécanique telle qu'une chute d'eau, située à une grande distance des appareils qu'elle doit actionner. Grâce à la facilité avec laquelle se distribue et se subdivise l'énergie électrique, ce mode de transmission de l'énergie mécanique peut, dans un très grand nombre de cas, remplacer avantageusement les transmissions par câbles ou par courroies, ainsi que les distributions d'énergie par conduites de gaz, de vapeur, d'air ou d'eau sous pression.

Les avantages multiples que présente la transmission électrique de l'énergie sont si bien reconnus qu'il n'existe que bien peu d'établissements industriels dans lesquels l'énergie électrique ne soit pas utilisée sous l'une ou l'autre des trois formes que nous venons d'énumérer.

La transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique résulte des phénomènes auxquels donne lieu le déplacement de fils conducteurs dans un champ magnétique. Ce champ peut être produit soit par des aimants permanents soit par des électro-aimants. Il est donc utile, avant d'entreprendre l'étude des générateurs mécaniques d'énergie électrique, de rappeler les définitions et les lois dont nous aurons à faire l'application.

UNITÉS

13. Unites fondamentales. — Les différentes formes de l'énergie étant équivalentes, devront être rapportées à un même système d'unités et mesurées au moyen des unités fondamentales de la mécanique : l'unité de longueur [L], l'unité de masse [M], l'unité de temps [T].

Les relations qui rattachent une unité dérivée aux unités fondamentales dont elle dérive s'appellent les *dimensions* de l'unité dérivée.

14. Dimensions des unités mécaniques :

Vitesse $[v] = [LT^{-1}]$, Accélération $[j] = [LT^{-2}]$

Force $[F] = [LMT^{-2}]$, Energie et travail $[W] = [L^2MT^{-2}]$.

15. Dimensions des unités électriques et magnétiques :

Désignation des unités	Symboles	Formules de dimensions en fonction de [K] [L] [M] [T]	Formules de dimensions en fonction de [μ] [L] [M] [T]
Quantité d'électricité	Q	$[K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$	$[\mu^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}]$
Intensité de courant	I	$[K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}]$	$[\mu^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$
Force électromotrice	E	$[K^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$	$[\mu^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}]$
Résistance	R	$[K^{-1}L^{-1}T]$	$[\mu LT^{-1}]$
Capacité	C	$[KL]$	$[\mu^{-1}L^{-1}T^2]$
Masse magnétique / Flux d'induction	m / Φ	$[K^{-\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}]$	$[\mu^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$
Induction	$\mathfrak{B}$	$[K^{-\frac{1}{2}}L^{-\frac{3}{2}}M^{\frac{1}{2}}]$	$[\mu^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$
Intensité du champ	$\mathcal{H}$	$[K^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-2}]$	$[\mu^{-\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}]$
Coefficient de self induction	$\mathfrak{L}$	$[K^{-1}L^{-1}T^2]$	$[\mu L]$

Dans le tableau des formules de dimensions qui précède, K est le pouvoir inducteur du diélectrique.

μ est la perméabilité magnétique du milieu.

Les deux expressions d'une même grandeur étant nécessairement homogènes, les dimensions de [K] et de [μ] doivent satisfaire à la relation

$$[\mu K] = [L^{-2}T^{2}].$$

Dans le système des unités électrostatiques on prend comme unité le pouvoir inducteur du vide en considérant le facteur K comme un coefficient numérique de dimension zéro ; dans ce système les dimensions de l'unité de perméabilité magnétique seront

$$[\mu] = [L^{-2}T^{2}]$$

Dans le système des unités électromagnétiques on prend comme unité la perméabilité magnétique du vide. Le facteur μ étant dans ce système un simple coefficient numérique, on aura

$$[K] = [L^{-2}T^{2}].$$

Le système des unités électromagnétiques est le seul qui soit en usage dans les applications.

Lorsqu'une grandeur est donnée en unités électrostatiques, on la convertira en unités électromagnétiques au moyen des rapports suivants :

Unité électrostatique de quantité $= \frac{1}{v}$ unité électromagnétique.

» d'intensité $= \frac{1}{v}$ »

» f. é. m. $= v$ »

» de résistance $= v^2$ »

» de capacité $= \frac{1}{v^2}$ »

La valeur absolue de la vitesse v est de 300 000 kilomètres par seconde ; on l'exprimera en fonction des unités de longueur et de temps qui auront été choisies comme unités fondamentales.

16. Système C. G. S. — Les unités fondamentales de ce système sont le centimètre, le gramme-masse, la seconde sexagésimale.

L'*unité de force* s'appelle *dyne*.

Pour $g = 981$ cm., 1 dyne = 1,02 milligramme.

1 kilogramme = $9,81 \times 10^5$ dynes.

L'*unité de travail* s'appelle *erg*.

Pour $g = 981$ cm., 1 erg = $1,02 \times 10^{-8}$ kilogrammètre.

1 kilogrammètre = $9,81 \times 10^7$ ergs.

Le Congrès international de 1900 a proposé d'attribuer les noms de

gauss à l'unité C. G. S. de champ magnétique [$\mathcal{H}$].

maxwell à l'unité C. G. S. de flux magnétique [Φ].

17. Unités pratiques. — L'unité de résistance est l'*ohm* qui vaut 10^9 unités C. G. S. Il est représenté par la résistance offerte à un courant électrique constant par une colonne de mercure, à la température de la glace fondante, de 14,4521 grammes-masse, d'une section transversale constante et d'une longueur de $106^{cm},3$.

L'unité d'intensité de courant est l'*ampère* qui vaut 10^{-1} unité C. G. S. Il est représenté, pour les besoins de la pratique, par le courant invariable qui dépose en une seconde 0,001118 gramme-masse d'argent.

On appelle *coulomb* la quantité d'électricité transportée en une seconde par le courant d'un ampère. Un coulomb vaut 10^{-1} unité C. G. S.

Un *ampère-heure* vaut 3 600 coulombs.

L'unité de force électromotrice ou *volt* est la force électromotrice qui soutient le courant d'un ampère dans un conducteur dont la résistance est un ohm. Un volt vaut 10^8 unités C. G. S. Il peut être représenté pour les besoins de la pratique par les $\frac{1000}{1434}$ de la force électromotrice d'un élément Latimer Clark.

L'unité de capacité est le *farad*; c'est la capacité d'un condensateur qui prend une charge de un coulomb sous une différence de potentiel de un volt. Un farad vaut 10^{-9} unité C.G.S.

Le *microfarad* est la millionième partie du farad et vaut 10^{-15} unité C. G. S.

L'unité de coefficient d'induction est le *henry*, qui vaut 10^9 unités C. G. S.; c'est le coefficient d'induction d'un circuit dans lequel le courant inducteur développe une force électromotrice de un volt lorsqu'il varie au taux de un ampère par seconde.

L'unité de travail est le *joule* qui vaut 10^7 ergs.

1 joule vaut 0,102 kilogrammètre.

1 kilogrammètre vaut 9,81 joules.

1 calorie (gramme-degré) vaut 4,17 joules.

1 joule vaut 0,24 calorie (gramme-degré).

L'unité de puissance est le *watt* qui vaut 10^7 ergs par seconde.

1 cheval-vapeur vaut 736 watts.

1 kilowatt vaut 1,36 cheval-vapeur.

Le *watt-heure*, l'*hectowatt-heure*, le *kilowatt-heure* représentent le travail fourni en une heure par la puissance d'un watt, d'un hectowatt, d'un kilowatt.

Les unités pratiques forment un système cohérent dans lequel on prend comme unités fondamentales :

$[L] = 10^9$ centimètres.

$[M] = 10^{-11}$ gramme-masse.

$[T] =$ une seconde.

CHAPITRE II

ACTIONS MAGNÉTIQUES

18. Champ magnétique. — L'espace dans lequel se manifestent des actions magnétiques s'appelle un *champ magnétique.* En chaque point du champ la force a une direction et une grandeur déterminées. On appelle *ligne de force* une ligne tracée dans le champ de manière qu'elle soit, en tous ses points, tangente à la direction de la force. Si le champ est *uniforme*, c'est-à-dire si la force y est partout constante en grandeur et en direction, les lignes de force sont des droites parallèles entre elles. Le champ magnétique qui enveloppe la terre, et qu'on appelle le *champ terrestre*, est uniforme dans un espace de petites dimensions par rapport à celle du rayon terrestre ; mais l'intensité et la direction de la force varient d'un lieu à un autre.

19. Pôles. Moment et masse magnétiques. — Une aiguille aimantée, librement suspendue par son centre de gravité, et soustraite à toute action autre que celle de la Terre, prend une direction déterminée dans l'espace ; cette direction est celle du sud au nord ; elle est fortement inclinée sur l'horizon.

On appelle *méridien magnétique* d'un lieu le plan vertical passant par la direction de la force magnétique terrestre. La

déclinaison est l'angle que fait le méridien magnétique avec le méridien astronomique ; l'*inclinaison* est l'angle de la force terrestre avec sa projection sur un plan horizontal.

Dans le champ terrestre l'aiguille aimantée n'est soumise à aucune force de translation, c'est-à-dire que la résultante des actions mutuelles de l'aiguille aimantée et du globe terrestre se réduit à un couple.

Les points d'application des deux forces parallèles, égales et de sens contraires, qui constituent le couple, s'appellent les *pôles* de l'aimant ; l'extrémité qui se dirige vers le nord s'appelle le *pôle nord*, celle qui se dirige vers le sud le *pôle sud*. Dans nos contrées, c'est le pôle nord qui pointe vers le sol.

Deux pôles de mêmes noms se repoussent ; deux pôles de noms contraires s'attirent.

La ligne qui joint les deux pôles d'un aimant s'appelle l'*axe magnétique* ; sa direction positive est celle de la ligne qui joint le pôle sud au pôle nord à l'intérieur de l'aimant. Les actions exercées par les pôles nord et sud étant de sens contraires, on les représente algébriquement par les signes + et —, en attribuant le signe + au pôle nord, le signe — au pôle sud.

Un aimant placé dans un champ magnétique uniforme se comporte comme un système de deux masses égales et de signes contraires fixées aux extrémités de l'axe magnétique.

Le produit, mL, de la masse m de l'un des pôles par la longueur L de l'axe magnétique s'appelle le *moment magnétique* $\mathfrak{M}$ de l'aimant.

Le couple C, qui agit sur l'aimant, est proportionnel au moment magnétique de l'aimant et à l'intensité $\mathcal{H}$ du champ, c'est-à-dire que l'on aura

$$C = \mathfrak{M}\mathcal{H} = mL\mathcal{H} = FL,$$

F étant la valeur absolue des deux forces égales et opposées qui agissent aux extrémités du bras de levier L.

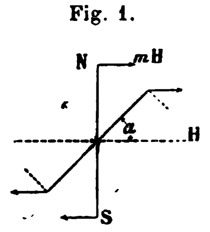
Ce que nous avons appelé l'*intensité du champ* est la force,

$\frac{F}{m} = \mathcal{H}$ qui serait exercée par le champ sur l'unité de masse placée en ce point.

Le sens positif de la force est, par convention, celui dans lequel est entraînée une masse positive, c'est-à-dire le pôle nord d'une aiguille aimantée sous l'action du champ.

Le moment magnétique, $\mathfrak{M} = m\text{L}$, est le moment du couple qui agit sur une aiguille aimantée, quand elle est placée dans un champ uniforme d'intensité égale à l'unité, perpendiculairement à la direction de la force.

Fig. 1.



Quand l'axe magnétique fait un angle α, avec la direction du champ (*fig.* 1), le couple aura pour valeur

$$C = \mathfrak{M}\mathcal{H} \sin \alpha.$$

L'aimant est en équilibre stable lorsque son axe magnétique est parallèle à la direction du champ et de même sens ; l'équilibre est instable si les deux directions sont parallèles et de sens contraires.

La valeur numérique du moment magnétique d'un aimant se détermine en mesurant par la méthode de Gauss le produit $\mathfrak{M}\mathcal{H} = C$ et le quotient $\frac{\mathfrak{M}}{\mathcal{H}} = A$. On en déduit

$$\mathfrak{M} = \sqrt{AC}.$$

$\mathfrak{M}$ étant déterminé, on pourra représenter l'aimant par une droite ayant pour direction l'axe magnétique et pour longueur la valeur numérique du moment magnétique.

Si l'on considère un système d'aimants liés entre eux d'une façon invariable, le moment magnétique du système sera la

résultante des moments partiels et s'obtiendra en construisant le polygone des vecteurs figurant les aimants composants. La ligne de fermeture du polygone représentera, en grandeur et en direction, l'axe et le moment d'un aimant équivalent au système donné. Inversement, on peut remplacer un aimant donné par un nombre quelconque d'aimants dont le moment magnétique résultant est égal au moment de l'aimant proposé, en particulier par les trois projections de ce moment sur trois axes rectangulaires.

20. Constitution des aimants. — Lorsqu'on brise une aiguille aimantée, chaque partie est un aimant complet dont les axes magnétiques ont le même sens que dans l'aimant primitif. Le phénomène se répète indéfiniment jusqu'aux dernières limites de la subdivision du barreau.

Cette expérience montre :

1° qu'il est impossible d'obtenir une masse magnétique unique, c'est-à-dire qui ne soit pas liée à une masse égale et de signe contraire ;

2° que chaque élément de volume d'un aimant doit être considéré comme un aimant complet, ayant ses deux pôles et un moment magnétique déterminé. L'aimant entier est l'aimant résultant de la réunion de ces aimants élémentaires.

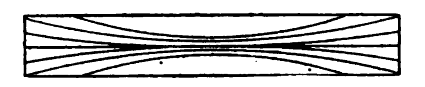
Tout aimant peut donc être considéré comme constitué par une infinité d'aimants infiniment petits ou *éléments magnétiques*.

On peut imaginer plusieurs modes de groupement de ces éléments identiques.

Si on les place bout à bout, en contact par leurs pôles de noms contraires, on obtiendra ce que l'on appelle un *filet* ou *solénoïde magnétique uniforme*. L'action de ce solénoïde magnétique sur les points extérieurs se réduit à celle de ses deux extrémités, puisque les pôles intermédiaires s'annulent deux à deux. Le moment magnétique du filet est égal au produit de la masse de l'un des pôles par la longueur de la droite qui

joint les deux pôles. Si le solénoïde est fermé sur lui-même, son moment magnétique sera nul ; il en sera de même de son action sur les points extérieurs.

Fig. 2



Un aimant quelconque pourra être considéré comme constitué par un assemblage de filets solénoïdaux (*fig.* 2), dont les uns sont fermés sur eux-mêmes et dont les autres aboutissent à la surface. Il n'est pas possible de déterminer la disposition réelle de ces filets intérieurs, mais on peut imaginer plusieurs distributions telles que l'aimant qui en résulterait ait le même moment et le même axe magnétique que l'aimant donné et lui soit, par conséquent, équivalent au point de vue des actions extérieures.

Le cas le plus intéressant pour la pratique est celui d'un *aimant uniforme*, pouvant être assimilé à un faisceau de filets solénoïdaux parallèles identiques, c'est-à-dire tel que les axes magnétiques de tous les éléments de volume soient parallèles et possèdent le même moment magnétique par unité de volume.

Soit $\mathfrak{M}$ le moment magnétique de l'aimant uniforme, V son volume, le quotient

$$\frac{\mathfrak{M}}{V} = \mathfrak{J}$$

sera le moment de l'unité de volume ; on l'appelle *intensité d'aimantation* et quelquefois par abréviation l'*aimantation*.

L'intensité d'aimantation est définie par sa direction, qui est celle de l'axe magnétique, et par sa valeur numérique qui se déduit de celle du moment magnétique, déterminé comme nous l'avons dit précédemment. Elle pourra donc être représentée par une droite de direction et de longueur données.

Pour un barreau de longueur L et de section S, $V = LS$ et comme $\mathfrak{M} = mL$, on aura

$$\mathfrak{J} = \frac{m}{S};$$

$\frac{m}{S}$, c'est-à-dire la masse par unité de surface, s'appelle la *densité magnétique superficielle*, et se représente par la lettre σ ; elle est numériquement égale à l'intensité d'aimantation, et chacune des masses magnétiques situées aux extrémités de l'aimant uniforme aura pour valeur absolue $m = \mathfrak{J}S = \sigma S$.

Si l'on suppose que l'aimant uniforme est divisé en lames infiniment minces par des plans perpendiculaires à l'axe magnétique, chacune de ces lames, que l'on désigne sous le nom de *feuillet magnétique plan*, sera recouverte sur ses deux faces de couches magnétiques uniformes de même densité et de signes contraires. Le produit $\sigma\delta$ de la densité superficielle par l'épaisseur du feuillet, c'est-à-dire le moment magnétique par unité de surface, s'appelle la *puissance magnétique* du feuillet.

Réciproquement un aimant uniforme pourra être considéré comme formé par la juxtaposition de feuillets plans perpendiculaires à la direction de l'aimantation.

21. Potentiel magnétique. — Le déplacement d'une masse magnétique dans un champ magnétique donne lieu à un travail dont nous allons déterminer l'expression.

Soient $m_1, m_2, \ldots$, les masses qui produisent le champ.

Le travail de la force magnétique, quand on transporte une masse m' d'un point à un autre du champ, sera la somme algébrique des travaux partiels relatifs à chacune des masses qui forment le champ.

L'action qui s'exerce entre deux masses m et m', placées à la distance r l'une de l'autre, est dirigée suivant la droite qui joint les deux masses, proportionnelle au produit mm' des

masses et en raison inverse du carré de leur distance. Cette force F est exprimée par la formule

$$\mu F = \frac{mm'}{r^2}.$$

Les dimensions du facteur de proportionnalité μ, qui entre dans cette formule, dépendront du choix de l'unité de masse et sa valeur numérique de la nature du milieu dans lequel agit la force magnétique.

Fig. 3

Soient (*fig.* 3) m une des masses qui produisent le champ que nous supposons placée en M, et m' la masse qui se déplace,

APQB la trajectoire de m' entre A et B.

PQ un élément infiniment petit, dl, de cette trajectoire.

r et $r + dr$ les distances MP et MQ.

Le travail du déplacement de m' de P en Q a pour expression

$$dW = F dl \cos (F, dl).$$

Le triangle rectangle infiniment petit PNQ donne, à un infiniment petit du second ordre près,

$$dl \cos (F, dl) = dr.$$

On aura donc, en remplaçant F par sa valeur,

$$dW = m' \frac{1}{\mu} \frac{m}{r^2} dr.$$

De A en B le travail sera

$$\Big[W\Big]_A^B = m' \left[\frac{1}{\mu}\frac{m}{r_a} - \frac{1}{\mu}\frac{m}{r_b}\right],$$

r_a et r_b étant les distances de M aux deux extrémités A et B de la trajectoire.

Chacune des masses agissantes m_1 m_2... donnera un terme analogue et l'on a finalement

$$\Big[W\Big]_A^B = m' \left[\frac{1}{\mu}\sum\frac{m}{r_a} - \frac{1}{\mu}\sum\frac{m}{r_b}\right],$$

en désignant par $\sum \frac{m}{r}$ la somme algébrique des quotients que l'on obtient en divisant chacune des masses agissantes par sa distance au point donné.

Le travail du déplacement dépend seulement de la position des points A et B et sera le même, quel que soit le chemin suivi pour passer de l'un à l'autre.

Il est égal au produit de la masse m' par la différence des valeurs que prend aux points A et B une même fonction U des coordonnées :

$$\left[W\right]_A^B = m'\left[U_A - U_B\right].$$

Cette fonction U s'appelle le *potentiel magnétique.*

On voit que le travail de la force magnétique, comme celui de la pesanteur, se présente sous la forme du produit de deux facteurs ; m' la masse magnétique correspond au poids de la masse qui tombe, $\left(U_A - U_B\right)$ la différence de potentiel, à la hauteur de chute.

Si le point B est à l'infini, on aura

$$\left[\frac{W}{m'}\right]_A^\infty = \frac{1}{\mu}\sum \frac{m}{r_a} = U_A.$$

La valeur absolue du potentiel en un point,

$$U = \frac{1}{\mu}\sum \frac{m}{r},$$

représente donc le travail que l'unité de masse, placée en ce point, pourrait développer en s'éloignant à l'infini ; c'est le travail qu'il faudrait dépenser pour amener l'unité de masse de l'infini en ce point ou, ce qui revient au même, le travail nécessaire pour accroître de zéro à l'unité la masse située au point considéré.

Le lieu des points pour lesquels $U = C^{te}$ s'appelle *surface équipotentielle* ou *surface de niveau magnétique.*

Le déplacement d'une masse magnétique sur une surface de niveau ne donnant lieu à aucun travail, on en conclut que la

force magnétique est normale à la surface de niveau. Une ligne de force coupe donc normalement toutes les surfaces de niveau que l'on peut tracer dans le champ.

Fig. 4

Soient (*fig.* 4) A et B deux points du champ infiniment voisins, $\mathcal{H}$ l'intensité du champ et AN la direction de la force; U et U + dU les valeurs du potentiel sur les deux surfaces de niveau passant par les points A et B.

Le travail de la force $\mathcal{H}$ pendant le déplacement de l'unité de masse de A et B, sur l'élément de trajectoire $AB = dx$, sera

$$\mathcal{H}dx \times \cos(\mathcal{H}, Ax) = Xdx,$$

X étant la composante de la force magnétique suivant Ax.

Le travail du déplacement de l'unité de masse de A en B étant égal à la différence de potentiel magnétique des deux points, on aura

$$Xdx = U - (U + dU) = -dU$$

et par conséquent

$$X = -\frac{dU}{dx}.$$

La composante de la force magnétique suivant une direction quelconque est égale et de signe contraire à la dérivée du potentiel suivant cette direction.

Puisque la force magnétique est normale à la surface équipotentielle U, l'intensité du champ sera égale et de signe contraire à la dérivée du potentiel suivant la normale AN, c'est-à-dire que l'on a pour l'expression de la force en fonction du potentiel

$$\mathcal{H} = -\frac{dU}{dn}.$$

La force est dirigée dans le sens où le potentiel diminue ; elle tend donc à entraîner la masse positive du niveau magnétique supérieur au niveau magnétique inférieur. La force sera nulle pour $\frac{dU}{dn} = 0$, c'est-à-dire aux points pour lesquels la fonction passe par un maximum ou par un minimum.

La force étant dirigée dans le sens des potentiels décroissants, les minima du potentiel correspondent à des points d'équilibre stable, les maxima à des points d'équilibre instable.

22. Induction. Flux d'induction. — L'équation de la loi de Coulomb

$$\mu F = \frac{mm'}{r^2},$$

qui donne

$$\frac{F}{m'} = \mathcal{H} = \frac{1}{\mu} \frac{m}{r^2},$$

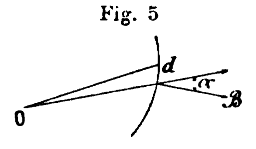
montre qu'à une distance donnée de la masse m, la force magnétique due à cette masse dépend de la valeur de μ, c'est-à-dire de la nature du milieu, tandis que le produit $\mu\mathcal{H} = \frac{m}{r^2}$ en est indépendant.

La quantité $\mu\mathcal{H}$ s'appelle l'*induction* et en la représentant par $\mathcal{B}$, on aura par définition

$$\mathcal{B} = \mu\mathcal{H} = \frac{m}{r^2}.$$

On appelle *flux d'induction* à travers un élément de surface le produit, $\mathcal{B} \cos\alpha \, dS$, de l'élément de surface par la composante de l'induction suivant la normale extérieure.

Fig. 5



α étant l'angle de la normale extérieure (*fig.* 5) avec la direction de l'induction qui se confond avec celle de la force, le flux

sera positif pour $\alpha < 90°$, c'est-à-dire lorsqu'il sera dirigé de l'intérieur vers l'extérieur de la surface (flux sortant de la surface); il sera négatif pour $\alpha > 90°$ (flux entrant dans la surface).

Le flux d'induction relatif à une surface fermée quelconque sera représenté par l'intégrale

$$\Phi = \int \mathfrak{B} \cos \alpha \, dS$$

étendue à toute la surface.

Si l'induction est produite par une masse m placée à la distance r de l'élément dS, on aura :

$$\mathfrak{B} = \frac{m}{r^2} \quad \text{et} \quad \Phi = m \int \frac{dS \cos \alpha}{r^2} = m \int d\Omega$$

en désignant par $d\Omega$ l'ouverture du cône infiniment petit décrit du point O par le contour de l'élément dS.

Si le point O est extérieur à la surface, le nombre des intersections du cône et de la surface sera pair; le cosinus étant négatif à l'entrée, positif à la sortie, on aura $\int d\Omega = 0$.

Si le point est intérieur, le nombre des intersections sera impair et on aura $\int d\Omega = 4\pi$.

Pour un nombre quelconque de masses distribuées les unes à l'intérieur, les autres à l'extérieur d'une surface fermée, les masses extérieures donneront une somme nulle, et on aura pour les masses intérieures

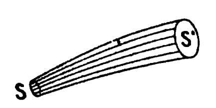
$$\Phi = 4\pi \sum m.$$

Le flux d'induction relatif à une surface fermée, c'est-à-dire la différence entre le flux qui sort de la surface et celui qui y pénètre est égal à la somme algébrique des masses intérieures $\times 4\pi$. C'est le théorème de Gauss.

L'unité de masse magnétique sera la masse qui émet l'unité de flux magnétique (1 maxwell) dans l'unité d'angle solide.

23. Tubes d'induction. — Si par chacun des points du contour de l'élément dS d'une surface de niveau, on mène une ligne de force, on découpera dans le champ un canal qu'on appelle *tube de force* ou *tube d'induction* (*fig.* 6).

Fig. 6



Considérons un tube de force compris entre deux surfaces S et S′ et appliquons au volume ainsi défini le théorème de Gauss. Si le tube ne renferme aucune masse magnétique, la somme algébrique du flux qui traverse sa surface est nulle. La surface latérale ne donne rien dans la somme puisqu'en chaque point la composante normale est nulle ; la somme se réduit donc aux flux des deux bases qui doivent être égaux et de signes contraires. Le flux qui sort par S′ est égal à celui qui entre en S, c'est-à-dire que

$$\mathfrak{B}S = \mathfrak{B}'S' = C^{te}$$

La valeur du flux est constante dans toutes les sections d'un même tube d'induction qui ne renferme aucune masse magnétique.

24. Perméabilité magnétique. — La propagation du flux d'induction dans un tube d'induction est analogue à l'écoulement d'un fluide incompressible dans un canal dont la paroi serait imperméable.

Supposons que les surfaces de niveau successives du champ soient remplacées par des surfaces à paroi poreuse dont chaque élément serait traversé normalement par un fluide incompressible avec une vitesse numériquement égale à la valeur $\mathcal{H}$ de la force magnétique en ce point. La quantité de fluide qui traverse la paroi dans l'unité de temps sera égale au produit de la vitesse par la section de passage du fluide.

Le rapport de la section libre à la section totale du tube

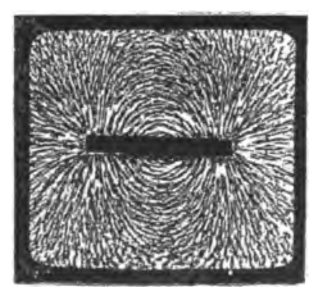
mesure la perméabilité du corps poreux et, si nous représentons ce rapport par k, la quantité de fluide qui traverse l'unité de surface du tube, dans l'unité de temps, avec la vitesse $\mathcal{H}$, sera égale à $k\mathcal{H}$, expression identique à celle qui donne la valeur de l'induction, $\mathcal{B} = \mu\mathcal{H}$, produite par la force magnétique $\mathcal{H}$.

Le rapport $\mu = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{H}}$ définit donc l'aptitude du milieu à livrer passage au flux d'induction ; on l'appelle pour cette raison *coefficient de perméabilité magnétique*.

Les trajectoires du flux magnétique peuvent être mises en évidence par l'expérience du spectre magnétique. Si l'on place au-dessus d'un barreau aimanté une lame de verre ou une feuille de papier sur laquelle on répand de la limaille de fer, chaque parcelle de limaille s'aimante par induction et devient un petit aimant qui se dirige suivant la ligne de force comme le ferait un aimant mobile. En facilitant par quelques secousses l'orientation des grains de limaille, on les voit se disposer en courbes régulières qui partent de l'une des régions du barreau pour aboutir à l'autre.

Les lignes tracées par la limaille sont les lignes de force ou lignes d'induction, et la figure qui en résulte s'appelle le spectre ou fantôme magnétique du barreau (*fig.* 7).

Fig. 7



Il est évident que la limaille ne sert qu'à révéler la présence et la direction des lignes d'induction et que ces lignes

existent lors même qu'elles n'ont pas été rendues visibles par le spectre magnétique.

C'est l'espace ainsi traversé par les lignes d'induction magnétique qui constitue le champ magnétique.

Quels que soient le nombre et la disposition des masses, le champ résultant pourra toujours être étudié au moyen du spectre de limaille et, dans tous les cas, les lignes d'induction réunissent des régions dont les masses sont de signes contraires.

Les deux régions sont séparées par un plan de symétrie ou *plan neutre*. Ce plan indéfini étant normal aux lignes d'induction est une surface de niveau. Les surfaces de niveau situées de part et d'autre de ce plan comprennent d'un côté les masses positives, de l'autre les masses négatives.

Un aimant doit être considéré comme étant l'origine d'un flux de nature particulière que nous appelons le flux d'induction et qui se répand dans le milieu environnant où son existence peut être mise en évidence par le spectre de limaille.

L'expérience de l'aimant brisé montre que chaque molécule d'un aimant doit concourir à la formation du flux d'induction; les lignes d'induction seront donc des courbes fermées dont la trajectoire extérieure dépendra de la perméabilité des milieux qu'elles traversent.

La continuité des lignes d'induction à l'intérieur même d'un aimant a été démontrée expérimentalement. Le flux magnétique est une quantité physique directement mesurable et l'on peut vérifier que le flux intérieur du barreau est, comme grandeur et comme direction, le même que celui qui traverse le milieu extérieur.

25. Énergie potentielle du champ magnétique. Tension suivant les lignes d'induction. — Les actions magnétiques sont la conséquence d'un état particulier du milieu dans lequel elles se manifestent ; c'est donc dans ce

milieu que réside l'énergie potentielle du champ. Cette énergie est égale au travail qui a été dépensé pour amener les masses de l'infini dans les positions qu'elles occupent actuellement ou, ce qui revient au même, pour accroître ces masses, dans les positions qu'elles occupent, de zéro à leurs valeurs actuelles.

Fig. 8

Considérons (*fig.* 8) un tube d'induction PQ de section S, dans la partie comprise entre deux surfaces de niveau infiniment voisines, et soient dn la distance normale des surfaces, $\mathcal{H}$ l'intensité du champ au point P. L'induction en ce point est $\mathcal{B} = \mu\mathcal{H}$ et le flux d'induction qui traverse la surface S sera $\Phi = \mathcal{B}S$.

Un accroissement des masses situées à l'intérieur de la surface de niveau donnera lieu à un accroissement $d\Phi$ du flux d'induction qui se déplace de P en Q. Cet accroissement sera, d'après le théorème de Gauss

$$d\Phi = 4\pi dM = Sd\mathcal{B}.$$

Le travail de la force magnétique pendant l'accroissement $Sd\mathcal{B}$ du flux qui passe de P en Q, en se déplaçant d'une longueur dn sera

$$dW = \frac{Sd\mathcal{B}}{4\pi} . \mathcal{H}dn,$$

ou, en remplaçant $\mathcal{B}$ par sa valeur en fonction de l'intensité du champ, $\mathcal{B} = \mu\mathcal{H}$,

$$dW = \frac{\mu\mathcal{H}d\mathcal{H}}{4\pi} . Sdn.$$

Le travail dépensé dans le volume PQ pendant la période d'établissement du champ, c'est-à-dire le travail nécessaire

pour accroître l'intensité du champ de zéro à sa valeur actuelle, sera donné par l'intégrale

$$W = Sdn \int_0^{\mathcal{H}} \frac{\mu\mathcal{H}d\mathcal{H}}{4\pi} = Sdn \frac{\mu\mathcal{H}^2}{8\pi},$$

et l'énergie du champ, au point P sera

$$W = \frac{\mu\mathcal{H}^2}{8\pi} \text{ ergs par centimètre cube.}$$

L'énergie totale du champ étant la somme des quantités d'énergie relatives aux divers éléments de volume, sera donnée par l'intégrale

$$W = \int \frac{\mu\mathcal{H}^2}{8\pi} dx\, dy\, dz$$

étendue au volume entier du champ.

La réaction étant égale à l'action, l'accroissement des masses magnétiques développe dans le milieu des forces élastiques dont le travail doit être égal et opposé à celui qui a été dépensé pour créer le champ. Si nous représentons par Π la pression exercée par le milieu au point P, le travail de la force élastique de P en Q pendant l'accroissement du flux d'induction, c'est-à-dire le travail de la force ΠS sur la longueur dn, sera $\Pi S dn = dW$. On aura donc

$$\Pi = \frac{\mu\mathcal{H}^2}{8\pi} = \frac{\mathfrak{B}\mathcal{H}}{8\pi} = \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi\mu} \text{ dynes par centimètre carré}$$

L'énergie potentielle du milieu par unité de volume est égale à la pression qu'il exerce par unité de surface.

La pression qui s'exerce sur les deux bases du tube d'induction se transmet à la paroi du tube qui tend à se dilater en exerçant une pression latérale inverse. On peut donc, suivant la conception de Faraday, se représenter les masses correspondantes de signes contraires comme étant reliées l'une à l'autre par des fils élastiques qui tendent à se raccourcir en suivant le chemin de plus prompte arrivée.

Deux lignes d'induction de même sens se repoussent ; deux lignes de sens contraires s'attirent.

Le milieu compris entre les masses agissantes se trouve ainsi dans un état de contrainte analogue à celui d'un ressort tendu. Il se détend et revient à l'état naturel aussitôt que la force cesse d'agir. Cette représentation matérielle des actions magnétiques est un guide utile dans les applications.

CHAPITRE III

ACTIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES

26. Champ magnétique d'un courant. — L'action directrice d'un courant sur un aimant mobile a été découverte en 1820 par Oersted. L'expérience se fait en tendant horizontalement dans le méridien magnétique un fil de cuivre au-dessus ou au-dessous d'une aiguille aimantée mobile autour de son axe vertical. Tant que le fil n'est pas traversé par un courant, l'aiguille conserve sa position d'équilibre dans le méridien magnétique et reste parallèle au fil. Lorsque le courant passe, l'aiguille est déviée et prend, après un certain nombre d'oscillations, une nouvelle position d'équilibre parallèle à la résultante des actions exercées par le courant et le champ terrestre. Le sens de la déviation dépend à la fois de la direction du courant et de la position du fil par rapport à l'aiguille. La règle suivante, donnée par Ampère, résume les divers cas qui peuvent se présenter.

Le pôle nord de l'aimant mobile est dévié vers la gauche du courant.

La gauche du courant est celle d'un observateur dont la face serait tournée vers l'aiguille et placé de manière que le courant circule de ses pieds à sa tête.

Les actions que le courant exerce en un point sur les deux pôles d'une aiguille aimantée sont égales et de signes contraires.

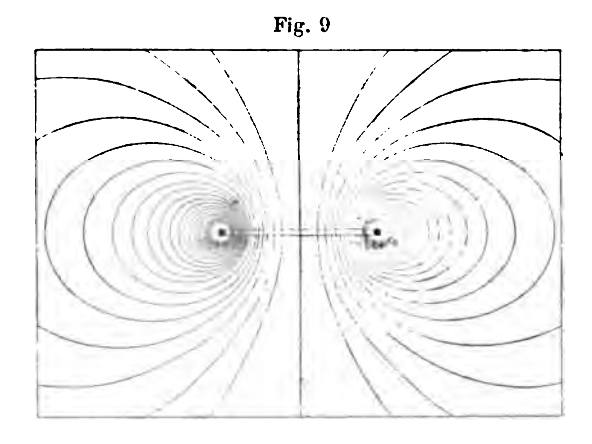
Un courant électrique crée donc autour de lui un champ magnétique.

L'expérience montre que la force en un point du champ est proportionnelle à l'intensité du courant ; elle change de sens sans changer de grandeur quand on renverse le sens du courant.

Le champ magnétique d'un courant peut être mis en évidence par le spectre de limaille.

Pour un courant quelconque les lignes tracées par la limaille sont des courbes fermées enveloppant le fil et situées dans des plans perpendiculaires à l'axe du courant (*fig.* 9).

Fig. 9



Avec un courant rectiligne assez long pour qu'on puisse le considérer comme indéfini, le spectre de limaille, dans un plan normal à la direction du fil, est formé de circonférences concentriques ayant leur centre sur l'axe du courant.

Les surfaces de niveau, étant normales aux lignes de force, sont des plans passant par l'axe du fil. Il en est de même pour un courant de forme quelconque dont les surfaces de niveau naissent autour de chaque élément du courant (*fig.* 13).

La force est donc normale en chaque point au plan qui passe par ce point et par le courant.

Les sens respectifs du courant et des lignes de force peuvent

être déterminés par la règle d'Ampère ou par la règle suivante connue sous le nom de *règle du tire-bouchon* ou *règle de Maxwell.*

Si l'on place un tire-bouchon normalement au plan du courant et qu'on le fasse tourner comme le courant, le sens dans lequel il avance est le sens positif de la force, c'est-à-dire le sens dans lequel serait entrainé un pôle nord.

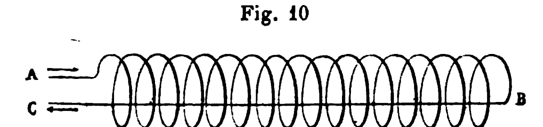
Réciproquement, si l'on place le tire-bouchon dans l'axe du courant, le sens dans lequel il doit tourner pour avancer avec le courant est le sens dans lequel les lignes de force tournent autour du courant.

Dans les deux cas les mouvements simultanés de translation et de rotation sont de même signe.

L'identité des actions magnétiques d'un courant et d'un aimant peut être démontrée par les propriétés des solénoïdes électromagnétiques.

Un *solénoïde électromagnétique* est un système de courants ayant même surface, même sens, même intensité, équidistants et normaux à une ligne passant par leurs centres.

Fig. 10



Un solénoïde droit se construit en enroulant un conducteur isolé autour d'un prisme ou d'un cylindre et en ramenant le fil au point de départ, parallèlement à l'axe du noyau (*fig.* 10).

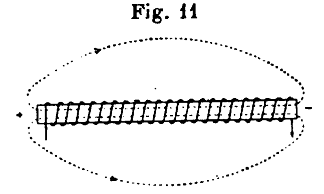
Chacune des spires peut être remplacée par ses projections sur l'axe et sur un plan perpendiculaire à l'axe : la somme des projections sur l'axe étant égale à la longueur du noyau, son action est détruite par celle du fil qui revient en sens inverse, et l'action de la bobine se réduit à celle d'un système de courants égaux, équidistants, perpendiculaires à l'axe, en nombre égal à celui des spires.

Si la bobine se compose d'un nombre pair de couches dans lesquelles l'inclinaison des spires est alternativement de sens contraire, l'effet des projections sur l'axe sera nul, et l'action extérieure se réduit à celle des projections normales à l'axe.

Un solénoïde se comporte comme un barreau aimanté; entre un solénoïde et un aimant, et entre deux solénoïdes, on observe les mêmes effets d'attraction et de répulsion qu'entre deux aimants.

Un solénoïde mobile autour d'un axe vertical se dirige dans le champ terrestre comme une aiguille aimantée. En regardant l'extrémité qui pointe vers le nord, on voit le courant circuler en sens inverse des aiguilles d'une montre.

Fig. 11



En explorant le champ magnétique créé par le passage du courant dans le solénoïde, on voit que le spectre de limaille se compose de lignes fermées identiques à celles d'un aimant (*fig.* 11). Toutes ces lignes passent à l'intérieur et sont parallèles à l'axe; elles sortent du solénoïde par le pôle nord, s'épanouissent dans le milieu extérieur et rentrent par le pôle sud, pour se fermer à l'intérieur du solénoïde, exactement comme dans un barreau aimanté.

27. Potentiel magnétique d'un courant. — La valeur numérique du moment magnétique d'un solénoïde se détermine de la même manière que pour un barreau aimanté. On vérifie ainsi que le moment magnétique du solénoïde est proportionnel au produit NI du nombre des courants par leur intensité et à la surface S d'une spire, c'est-à-dire qu'il peut être représenté par la formule

$$\mathfrak{M} = k\text{NIS},$$

dans laquelle les dimensions du facteur k et sa valeur numérique dépendent de l'unité de courant qui aura été adoptée et de la perméabilité magnétique du noyau.

En désignant par mL le moment de l'aimant équivalent à la bobine, on aura

$$mL = kNIS \quad \text{ou} \quad kI = \frac{m}{S} \cdot \frac{L}{N}.$$

$\frac{L}{N} = \delta$ est la distance de deux courants contigus.

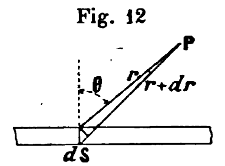
$\frac{m}{S} = \sigma$ est la densité magnétique superficielle d'une section transversale de l'aimant uniforme équivalent au solénoïde. On aura donc

$$kI = \sigma\delta.$$

Cette équation montre que l'action magnétique de chacun des courants fermés qui constituent le solénoïde peut être remplacée par celle d'un feuillet magnétique de même contour, dont la puissance $\sigma\delta = k$I. Le potentiel, en un point du champ produit par un des courants, sera donc le même que si le champ était produit par le feuillet équivalent $\sigma\delta = k$I.

Soient (*fig.* 12) :

Fig. 12



r la distance du point P à l'élément dS de la surface positive du feuillet ;

$r + dr$ sa distance à l'élément négatif correspondant.

La masse magnétique de chacune des faces de l'élément dS étant σdS, le potentiel dû à cet élément sera

$$dU = \frac{1}{\mu} \sigma dS \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r + dr}\right] = \frac{\sigma dS dr}{\mu r^2};$$

θ étant l'angle de la droite r avec la normale extérieure, on aura

$$dr = \delta \cos \theta,$$

et, par conséquent

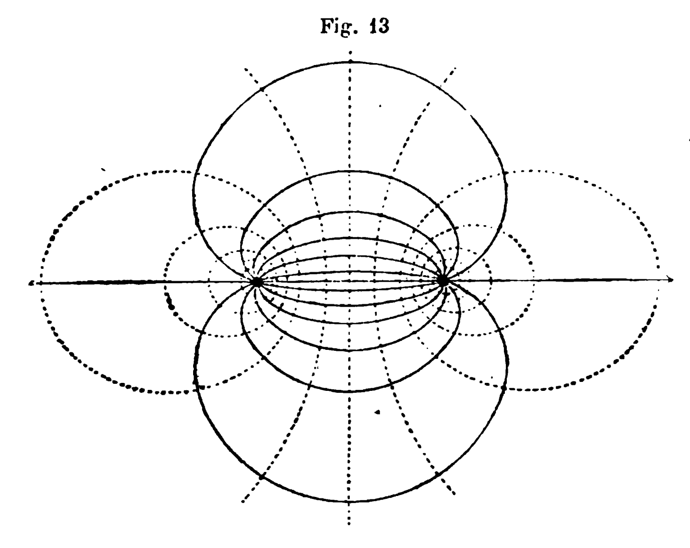
$$dU = \frac{\sigma\delta}{\mu} \cdot \frac{dS \cos\theta}{r^2} = \frac{\sigma\delta}{\mu} \cdot d\Omega,$$

en représentant par $d\Omega$ l'ouverture du cône mené du point P par le contour de l'élément dS. Pour le feuillet entier, on aura

$$U = \frac{\sigma\delta}{\mu}\,\Omega = \frac{k}{\mu}\,\Omega I,$$

Ω étant l'angle solide sous lequel le point P voit le contour de la face positive du courant; c'est la surface découpée par un cône limité au contour du courant, sur une sphère de rayon égal à l'unité ayant son centre au point P.

Fig. 13



Toute surface équipotentielle du champ magnétique créé par le courant est le lieu des points d'où l'on voit le contour du courant sous un angle solide constant. Il en résulte que ce contour est une ligne d'intersection commune aux surfaces équipotentielles. Les lignes de force étant normales aux surfaces équipotentielles tournent autour de cette ligne (*fig.* 13). En choisissant comme unité l'intensité du courant qui produit l'unité de potentiel magnétique au point d'où l'on voit le cir-

cuit sous l'unité d'angle solide, c'est-à-dire en prenant $k = \mu$, on aura

$$U = \Omega I.$$

L'unité ainsi définie est l'*unité électromagnétique d'intensité*.

Cette unité étant adoptée, le moment magnétique du solénoïde aura pour expression

$$\mathfrak{M} = \mu NIS.$$

28. Travail du déplacement d'un courant dans un champ magnétique. — Le potentiel $U = \Omega I$, en un point P du champ produit par le courant, sera positif ou négatif, selon que le point P voit la face positive ou la face négative du courant.

Une masse magnétique $+ m$ placée au point P aura une énergie potentielle.

$$W = mU = \pm m\Omega I.$$

$m\Omega$ est le flux, Φ, émis par la masse m dans l'angle solide Ω.

Le flux créé par le courant entre par sa face négative et sort par sa face positive.

Si le point P voit la face positive du courant, le potentiel U sera positif, mais le flux de m étant dirigé en sens inverse du flux engendré par le courant, sera négatif et nous aurons

$$W = - \Phi I.$$

Si le point P voit la face négative du courant, U sera négatif; mais le flux Φ émis par la masse m dans l'angle Ω étant de même sens que le flux du courant, c'est-à-dire positif, on aura encore

$$W = - \Phi I.$$

Cette expression de l'énergie potentielle relative du courant et de la masse m, s'applique à un champ quelconque en représentant par Φ la somme des flux émis par les différentes masses qui produisent le champ, et en comptant comme positifs ceux qui pénètrent par la face négative du courant.

L'expression $W = -\Phi I$ représente donc le travail qu'il a fallu dépenser pour amener les différentes masses de l'infini aux positions qu'elles occupent dans le champ du courant, et réciproquement le travail qu'il aurait fallu dépenser pour amener le courant de l'infini à sa portion actuelle ou, ce qui revient au même, pour accroître l'intensité du courant de zéro à sa valeur actuelle.

L'énergie potentielle d'un courant dans un champ magnétique est égale au produit, changé de signe, de l'intensité du courant par le flux d'induction qui pénètre par sa face négative.

Lorsque le courant peut se déplacer sous l'action du champ, il tendra vers la position pour laquelle son énergie potentielle $W = -\Phi I$, sera minimum. On en conclut que :

Un courant mobile dans un champ magnétique tend à prendre la position pour laquelle le flux qui pénètre par sa face négative est maximum. C'est la loi de Maxwell.

La même loi s'applique à un aimant mobile en présence d'un courant fixe.

Le travail du déplacement d'un courant sera égal et de signe contraire à la variation d'énergie du système pendant le même temps, c'est-à-dire qu'on aura

$$d\mathfrak{T} = -dW = Id\Phi.$$

Le travail du déplacement d'un courant dans un champ magnétique est donc égal au produit de l'intensité du courant par l'accroissement du flux d'induction qui traverse le courant en pénétrant par sa face négative.

Si le conducteur du courant se compose d'une partie fixe et d'une partie mobile, la partie mobile se déplacera de manière à augmenter le flux qui pénètre par la face négative du courant, ou diminuer celui qui sort par la face positive. $\mathfrak{B}$ étant la valeur de l'induction (flux par centimètre carré) et dS la projection de la surface décrite, pendant le temps dt, par le

conducteur mobile sur un plan perpendiculaire à l'induction, on aura

$$d\mathfrak{T} = I \,.\, \mathfrak{B} dS,$$

et en appelant

L la longueur de l'élément mobile projetée sur un plan perpendiculaire à l'induction ;

dx le déplacement du point d'application de la force F qui entraîne le conducteur mobile, on aura

$$d\mathfrak{T} = F dx = \mathfrak{B} L I dx.$$

On en déduit la valeur de la force qui entraine le conducteur mobile

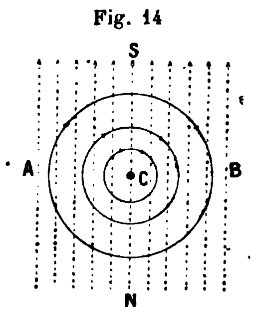
$$F = \mathfrak{B} L I.$$

Le sens du déplacement se détermine par la loi de Maxwell ou par l'une des deux règles suivantes qui lui sont équivalentes :

La force est dirigée vers la gauche de l'observateur que le courant traverserait des pieds à la tête et qui regarderait dans la direction du champ.

Étendre les trois premiers doigts de la *main gauche*, de manière à représenter dans l'espace trois axes rectangulaires. Placer l'index dans le sens de l'induction, le médius dans le sens du courant, la direction du pouce indique le sens de la force.

Fig. 14



Le sens du déplacement peut également se déduire des propriétés des lignes de force (*fig.* 14).

Soit NS la direction du champ, C la trace du conducteur sur le plan de la figure. Si le courant est dirigé de l'avant vers l'arrière du tableau, les lignes de force tournent autour du conducteur dans le sens des aiguilles d'une montre. Comme les lignes de force de même sens se repoussent et que les lignes de force de sens contraires s'attirent, on voit que le courant tend à se déplacer de A vers B.

29. Le travail d'un courant dans un champ magnétique est fourni par la source d'énergie qui maintient le courant. — Nous avons vu que l'énergie potentielle d'un champ magnétique est donnée par l'intégrale

$$W = \frac{1}{8\pi} \int \mu \mathcal{H}^2 du,$$

du étant un élément de volume du champ.

La force magnétique $\mathcal{H}$ en un point du champ est la résultante de la force $\mathcal{H}_1$ due aux aimants permanents et de la force $\mathcal{H}_2$ due au courant.

En représentant par α l'angle de $\mathcal{H}_1$ et de $\mathcal{H}_2$, on aura

$$\mathcal{H}^2 = \mathcal{H}_1^2 + \mathcal{H}_2^2 + 2\mathcal{H}_1\mathcal{H}_2 \cos \alpha;$$

et, par conséquent

$$W = \frac{1}{8\pi}\int \mu\mathcal{H}_1^2 du + \frac{1}{8\pi}\int \mu\mathcal{H}_2^2 du + \frac{1}{4\pi}\int \mu\mathcal{H}_1\mathcal{H}_2 \cos\alpha\, du.$$

Le premier terme du second membre représente l'énergie potentielle due aux aimants seuls ; le second l'énergie potentielle due au courant seul ; le troisième terme représente l'énergie potentielle due à l'action mutuelle du courant et des aimants par suite de leur position relative. Nous allons montrer que ce terme est nul.

Considérons un des tubes d'induction qui enveloppent le courant et soit dS sa section variable d'un point à un autre ;

dl la longueur d'un élément du tube dont le volume

$$du = dSdl.$$

L'énergie potentielle due à l'action réciproque du courant et des aimants, pour le volume du tube considéré, s'obtiendra en faisant la somme des énergies potentielles élémentaires,

$$\frac{\mu \mathcal{H}_1 \mathcal{H}_2 \cos \alpha \, dSdl}{4\pi},$$

sur toute la longueur du tube.

Le flux d'induction du courant, $\mu \mathcal{H}_2 dS = d\Phi$, ayant la même valeur sur toute l'étendue du tube, l'énergie totale de ce tube sera donnée par l'intégrale

$$dW = \frac{d\Phi}{4\pi} \int \mathcal{H}_1 \cos \alpha \, dl.$$

$\mathcal{H}_1 \cos \alpha \, dl$ est le travail de la force magnétique $\mathcal{H}_1$ le long de l'élément dl ; il est égal à la différence de potentiel produite par les aimants permanents entre les deux extrémités de l'élément dl.

Les lignes d'induction étant des courbes fermées, l'intégrale $\int \mathcal{H}_1 \cos \alpha \, dl$ donnera une somme nulle pour le tube entier, puisque le point de départ et le point d'arrivée se confondent. Le même raisonnement s'appliquant à chacun des tubes d'induction qui enveloppent le courant, l'énergie potentielle du champ se réduit à la somme

$$W = \frac{1}{8\pi} \int \mu \mathcal{H}_1^2 \, du + \frac{1}{8\pi} \int \mu \mathcal{H}_2^2 \, du.$$

$\mathcal{H}_1$ et $\mathcal{H}_2$ étant constants, l'énergie potentielle du système ne varie pas. On en conclut que le travail fourni par le déplacement d'un courant dans un champ magnétique ou le déplacement d'un aimant dans le champ d'un courant est produit aux dépens de l'énergie du générateur qui maintient le courant.

30. Force magnétomotrice. Réluctance. — Supposons que l'unité de masse positive, placée en un point P du champ d'un courant, soit libre de se déplacer sous l'action de la force magnétique. Elle décrira une ligne de force fermée en traversant le plan du courant de la face négative à la face positive.

Comme pour tous les points situés sur l'une des faces du courant, l'angle solide est égal à 2π, les points de la face négative seront au potentiel $-2\pi I$, ceux de la face positive au potentiel $+2\pi I$. Il en résulte que lorsque l'unité de masse passe de la face négative à la face positive, son énergie augmente de $+4\pi I$. Cet accroissement d'énergie correspond à un travail équivalent fourni par le générateur du courant. Lorsque la masse sera revenue au point P, son énergie potentielle aura repris la même valeur qu'au départ. On en conclut que l'énergie communiquée à l'unité de masse dans son passage de la face négative à la face positive du courant, est équivalente au travail accompli par la force magnétique lorsque son point d'application décrit une courbe fermée autour du courant. On aura donc en désignant par *dl* l'élément de longueur de la ligne de force décrite

$$\int \mathcal{H} dl = 4\pi I.$$

Pour une bobine de N tours de fil, la ligne de force fermée traversera les plans de N courants égaux à I et on aura

$$\int \mathcal{H} dl = 4\pi NI$$

ou, comme $\mathcal{H} = \frac{\mathfrak{B}}{\mu}$

$$4\pi NI = \int \frac{\mathfrak{B} dl}{\mu}.$$

Traçons un des tubes d'induction de la bobine et désignons par $d\Phi$ la valeur du flux qui passe dans le tube de section variable dS.

Comme $d\Phi = \mathfrak{B}dS$ est constant dans toute l'étendue du tube, l'expression ci-dessus peut se mettre sous la forme

$$4\pi NI = d\Phi \int \frac{dl}{\mu dS}.$$

Si le tube d'induction a une section et une perméabilité constantes sur toute sa longueur L, on aura

$$4\pi NI = \Phi \frac{L}{\mu S}.$$

La différence de potentiel magnétique $4\pi NI$, créée entre les faces extrêmes de la bobine par le passage du courant, est la cause qui détermine la circulation du flux dans le tube d'induction. On lui donne le nom de *force magnétomotrice* par analogie avec celui de *force électromotrice* employé pour désigner la cause du courant électrique. Nous la désignerons par la lettre $\mathcal{F}$.

Le terme $\frac{L}{\mu S}$ définit la résistance que le milieu, de perméabilité μ, oppose au passage du flux dans le tube de section S et de longueur L. Sa forme est identique à celle de la résistance électrique $R = \frac{L}{cS}$, d'un conducteur de longueur L, de section S et de conductibilité $c = \frac{1}{\rho}$; ρ étant la résistivité du métal.

La résistance magnétique s'appelle la *réluctance*. En la représentant par la lettre $\mathcal{R}$, la relation qui existe entre la force magnétomotrice ($\mathcal{F} = 4\pi NI$), le flux d'induction (Φ) et la réluctance $\left(\mathcal{R} = \frac{L}{\mu S}\right)$ du circuit sera exprimée par l'équation

$$\mathcal{F} = \Phi\mathcal{R}.$$

identique à celle de la loi d'Ohm

$$E = IR.$$

L'inverse $\frac{1}{\mathcal{R}}$, de la réluctance s'appelle la *perméance*, de même que l'inverse $\frac{1}{R}$ de la résistance électrique s'appelle la *conductance*.

Malgré l'identité des formules il existe des différences essentielles entre le circuit électrique et le circuit magnétique :

La transmission du flux dans un circuit magnétique ne donne lieu à aucun effet analogue à l'effet Joule.

La résistance électrique ne dépend que de la nature, de la forme et de la température du conducteur, et nullement de l'intensité du courant transmis, tandis que dans certains corps, notamment le fer et ses dérivés, la réluctance est, comme nous le verrons plus loin, fonction du flux d'induction.

Dans la transmission du courant électrique, il est possible d'établir une distinction bien nette entre les conducteurs et les isolants, tandis que tous les corps, sans exception, sont perméables au flux magnétique; de telle sorte qu'il occupe en réalité tout l'espace, et la réluctance d'un circuit magnétique ne peut pas être déterminée avec la même précision que la résistance d'un conducteur électrique dont la section et la conductibilité ont des valeurs parfaitement connues.

Malgré les différences qui existent entre les propriétés des deux circuits on obtient des résultats conformes à l'expérience en considérant les lignes d'induction magnétique comme formant toujours des circuits fermés, et en appliquant aux forces magnétomotrices et aux réluctances les règles de Kirchhoff :

1. Si plusieurs tubes d'induction aboutissent à un même point, la somme algébrique des flux comptés dans chacun d'eux à partir de ce point est nulle :

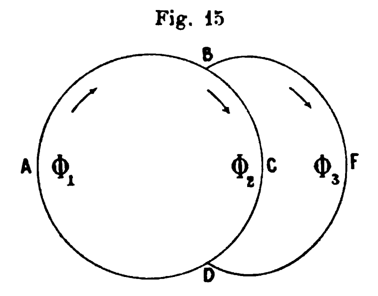
$$\sum \Phi = 0.$$

2. Si plusieurs tubes d'induction forment un polygone fermé, la somme des produits obtenus en multipliant la réluctance de chaque tube par le flux d'induction correspondant est égale à la somme algébrique des forces magnétomotrices existant sur le contour considéré

$$\sum \Phi \mathcal{R} = \sum \mathcal{F}.$$

Nous ferons l'application des règles précédentes à un circuit complexe tel que ceux que l'on rencontre dans l'étude des machines électro-magnétiques (*fig.* 15).

Fig. 15



Le circuit que nous considérerons ici est formé des trois segments BAD, BCD, BFD de longueurs l_1, l_2, l_3, de sections S_1, S_2, S_3, de perméabilités μ_1, μ_2, μ_3. La force magnétomotrice $4\pi NI$ existe sur le segment DAB.

Les flèches indiquent le sens de la circulation des flux Φ_1, Φ_2, Φ_3, dans les trois segments.

L'application de la 2e règle donne :

Pour le circuit fermé ABCD,

$$(1) \qquad 4\pi NI = \Phi_1 \frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \Phi_2 \frac{l_2}{\mu_2 S_2}.$$

Pour le circuit fermé ABFD,

$$2) \qquad 4\pi NI = \Phi_1 \frac{l_1}{\mu_1 S_1} + \Phi_3 \frac{l_3}{\mu_3 S_3}.$$

L'application de la 1re règle donne

au point B comme au point D,

$$\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0. \quad (3)$$

Ces trois équations déterminent les valeurs des flux dans les différents segments lorsque la force magnétomotrice est connue; elles permettront également de calculer la force magnétomotrice nécessaire pour maintenir un flux de valeur donnée dans l'un des segments.

Les quantités qui entrent dans les formules précédentes sont exprimées en unités C. G. S. et lorsque I sera donné en ampères, l'expression de la force magnétomotrice devient

$$\mathcal{F} = \frac{4\pi}{10} \text{NI}.$$

Le produit NI s'appelle alors le *nombre d'ampère-tours* de la bobine.

31. Energie intrinsèque d'un courant. — L'établissement d'un courant exige un certain travail qui est fonction de l'intensité du courant.

Le flux qui traverse le circuit d'un courant étant la somme du flux provenant des masses magnétiques extérieures et de celui qui est produit par le courant lui-même, lorsque le courant croît le flux qui pénètre par sa face négative augmente et un accroissement $d\Phi$ correspond à un travail accompli par le courant

$$d\mathfrak{T} = \text{I}d\Phi.$$

Le flux d'induction engendré par un courant dans son propre circuit s'appelle le *flux de self-induction*; il est proportionnel à l'intensité du courant et représenté par le produit $\mathfrak{L}\text{I} = \Phi$. Le facteur $\mathfrak{L}$ s'appelle le *coefficient de self-induction* du circuit; c'est la valeur du flux magnétique que le courant émet à travers son propre circuit lorsque son intensité est égale à l'unité.

Le travail accompli par le courant pour accroître son intensité de I à I + dI sera donc

$$d\mathfrak{T} = \mathrm{I}d\Phi = \mathrm{I}\mathfrak{L}d\mathrm{I}.$$

Ce travail est, comme nous l'avons vu, fourni par la source qui maintient le courant.

Pour accroître l'intensité de o à I, le générateur devra donc fournir un travail $\mathfrak{T} = \frac{1}{2}\mathfrak{L}\mathrm{I}^2$ qui aura pour équivalent un accroissement de l'énergie potentielle du champ produit par le courant. Cette énergie potentielle

$$\mathrm{W} = \frac{1}{2}\mathfrak{L}\mathrm{I}^2,$$

s'appelle l'*énergie intrinsèque du courant*.

Cette expression de l'énergie intrinsèque du courant peut se déduire de celle que nous avons trouvée pour l'énergie de l'unité de volume d'un champ magnétique quelconque

$$\frac{\mu\mathcal{H}^2}{8\pi} = \frac{\mathfrak{B}\mathcal{H}}{8\pi} \text{ ergs par centimètre cube.}$$

Pour le montrer, considérons un des tubes d'induction qui enveloppent le conducteur du courant, et désignons par dS la section d'un élément de longueur dl ; l'énergie contenue dans le volume dSdl sera

$$\frac{\mathfrak{B}\mathcal{H}d\mathrm{S}dl}{8\pi}.$$

Le flux $\mathfrak{B}d\mathrm{S}' = d\Phi$ étant constant dans toute l'étendue du tube, l'énergie contenue dans le tube sera donnée par l'intégrale

$$d\mathrm{W} = \frac{d\Phi}{8\pi}\int \mathcal{H}dl.$$

L'intégrale $\int \mathcal{H}dl$, prise sur toute la longueur du tube, représente le travail accompli par l'unité de masse positive lorsqu'elle passe de la face négative à la face positive du courant.

Ce travail étant égal à $4\pi I$, et le même raisonnement s'appliquant à chacun des tubes d'induction du courant, l'énergie potentielle du champ produit par le courant, c'est-à-dire le travail à dépenser pour accroître l'intensité du courant de zéro à sa valeur actuelle, sera

$$W = \frac{1}{2}\int d\Phi.$$

L'intégrale $\int d\Phi$ étendue à la totalité du champ représente la somme du flux créé par le passage du courant, c'est-à-dire le flux de self-induction $\mathfrak{L}I$ et on trouvera, comme précédemment, pour l'énergie intrinsèque du courant

$$W = \frac{1}{2}\mathfrak{L}I^2.$$

32. Coefficient de self-induction. — Dans un milieu de perméabilité constante, le coefficient de self-induction ne dépend que de la forme et des dimensions du circuit et peut se déterminer par le calcul dans quelques cas particuliers. Soient :

N le nombre des spires dans lesquelles passe le courant I ;

Φ le flux de self-induction pour une spire ;

$\mathcal{R}$ la réluctance du circuit dans lequel est transmis le flux Φ.

D'après la définition du coefficient de self-induction, on aura

$$\mathfrak{L}I = \Phi N, \tag{1}$$

et d'après la loi du circuit magnétique

$$\Phi = \frac{4\pi NI}{\mathcal{R}}. \tag{2}$$

On en déduit pour l'expression de la self-induction la formule générale

$$\mathfrak{L} = \frac{4\pi N^2}{\mathcal{R}}. \tag{3}$$

Si le circuit a une forme géométrique simple, on pourra calculer $\mathcal{R}$, et la valeur numérique du coefficient de self-induction sera déterminée.

Proposons-nous, comme exemple, de trouver le coefficient de self-induction de deux fils parallèles formant le conducteur d'aller et le conducteur de retour d'une canalisation électrique. Le flux qui traverse l'espace compris entre les deux courants sera la somme des flux créés par chacun d'eux.

Lorsqu'un courant rectiligne est assez long pour pouvoir être considéré comme indéfini, les lignes d'induction sont des circonférences dont le centre est sur l'axe du courant ; les tubes d'induction sont des anneaux cylindriques concentriques enveloppant le fil.

La réluctance d'un tube élémentaire de longueur L, de rayon x et d'épaisseur dx étant $\frac{2\pi x}{\mu L dx}$, le flux qui circule dans ce tube autour du courant sera

$$d\Phi = 4\pi I \times \frac{\mu L dx}{2\pi x} = 2\mu L I \frac{dx}{x}.$$

En désignant par a le rayon du fil et par b la distance des deux fils parallèles, le flux engendré par le courant d'aller dans l'espace compris entre la surface du fil et l'axe du courant de retour sera

$$\Phi = 2\mu L I \log \frac{b}{a}.$$

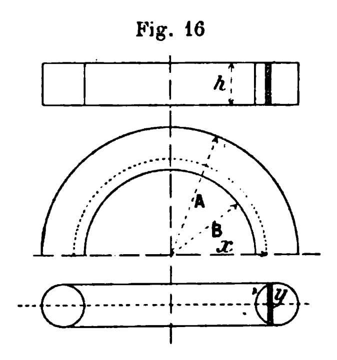
Le flux du courant de retour aura la même valeur, et comme les deux flux sont dirigés dans le même sens et s'ajoutent, on aura

$$\mathfrak{L} = 4\mu L \log \frac{b}{a}. \tag{4}$$

En prenant le centimètre comme unité de longueur, la formule précédente donne la valeur de $\mathfrak{L}$ en unités C. G. S. ; pour l'obtenir en *henrys*, il faut diviser le résultat par 10^9.

33. Champ magnétique d'une bobine annulaire. — Considérons un anneau de révolution recouvert de N courants équidistants, situés chacun dans un plan passant par l'axe. Les lignes d'induction sont circulaires et contenues à l'intérieur de la bobine.

Fig. 16



Soient (*fig.* 16) A et B les rayons extérieur et intérieur de l'anneau, x le rayon d'une ligne d'induction.

L'intégrale de la force magnétique $\mathcal{H}$, prise sur le contour fermé de cette ligne, satisfait à l'équation

$$\int \mathcal{H} dl = 4\pi \mathrm{NI}.$$

La force étant, par raison de symétrie, constante en tous les points de cette trajectoire, on aura

$$\mathcal{H} \times 2\pi x = 4\pi \mathrm{NI} \quad \text{ou} \quad \mathcal{H} = \frac{2\mathrm{NI}}{x}.$$

L'intensité du champ intérieur de la bobine varie donc d'un point à un autre ; elle est comprise entre

$$\frac{2\mathrm{NI}}{\mathrm{A}} \quad \text{et} \quad \frac{2\mathrm{NI}}{\mathrm{B}}.$$

Sur la circonférence moyenne on aura

$$\mathcal{H} = \frac{4\mathrm{NI}}{\mathrm{A} + \mathrm{B}}.$$

Ce qu'il nous importe de connaitre, c'est la valeur moyenne $\mathcal{H}_m$ du champ intérieur.

Désignons par :

S la surface de la section méridienne de l'anneau ;

μ la perméabilité du milieu intérieur.

Le flux qui circule à l'intérieur de l'anneau aura pour expression

$$\Phi = \mu \mathcal{H}_m S. \tag{1}$$

Pour déterminer Φ, traçons à l'intérieur de la bobine un tube d'induction de section dS et de rayon x ; la section dS étant uniforme sur toute la longueur du tube, la réluctance de ce tube sera $\frac{2\pi x}{\mu dS}$, et le flux $d\Phi$ qui passe dans le tube sera donné par la formule du circuit magnétique

$$d\Phi = 4\pi NI \times \frac{\mu dS}{2\pi x}.$$

Pour la section entière de l'anneau on aura

$$\Phi = 2\mu NI \int_B^A \frac{dS}{x}.$$

Pour un anneau à section rectangulaire de hauteur h, on aura

$$\frac{dS}{x} = \frac{hdx}{x} \quad \text{et} \quad \Phi = 2\mu hNI \log \frac{A}{B}.$$

Comme la section méridienne $S = h(A - B)$, l'équation (1) donnera

$$\mathcal{H}_m = \frac{2NI}{A - B} \cdot \log \frac{A}{B}.$$

Si l'anneau est un tore à section circulaire, on aura

$$\frac{dS}{x} = \frac{2ydx}{x} = \frac{2dx}{x}\sqrt{\left(\frac{A-B}{2}\right)^2 - \left(\frac{A+B}{2} - x\right)^2} = \frac{2dx\sqrt{(A-x)(x-B)}}{x} \text{ [1]}$$

[1] On rend cette expression rationnelle en posant

$$\sqrt{(A - x)(x - B)} = z(x - B) ;$$

on en déduit

$$z^2 = \frac{A - x}{x - B}; \qquad x = \frac{A + Bz^2}{1 + z^2}; \qquad dx = -\frac{2(A - B)zdz}{(1 + z^2)^2},$$

dont l'intégrale, prise entre les limites B et A, est égale à $\pi[A + B - 2\sqrt{AB}]$.

On obtient ainsi

$$\Phi = 2\pi\mu NI[A + B - 2\sqrt{AB}].$$

La section méridienne du tore étant

$$S = \frac{\pi}{4}(A - B)^2,$$

il vient en portant ces valeurs de Φ et de S dans l'équation (1),

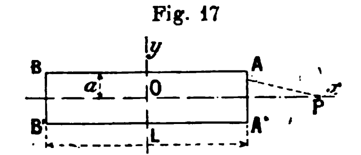
$$(2) \qquad \mathcal{H}_m = \frac{8NI[A + B - 2\sqrt{AB}]}{(A - B)^2} = \frac{8NI}{A + B + 2\sqrt{AB}}.$$

Si la section méridienne de l'anneau est petite par rapport à son rayon de révolution, l'intensité moyenne du champ intérieur diffère très peu de l'intensité sur la circonférence moyenne, et on prendra simplement

$$\mathcal{H}_m = \frac{4NI}{A + B}.$$

34. Champ magnétique d'une bobine cylindrique en un point de l'axe. — Soit (*fig.* 17) O le milieu de la

Fig. 17



bobine de longueur L, de rayon a et de section $S = \pi a^2$, N le nombre de spires dans lesquelles passe le courant I.

---

et après substitution on obtient

$$\frac{2dx\sqrt{(A - x)(x - B)}}{x} = -\frac{4(A - B)^2 z^2 dz}{(1 + z^2)^2(A + Bz^2)} = 4\left[\frac{A - B}{(1 + z^2)^2} - \frac{A}{(1 + z^2)} + \frac{AB}{A + Bz^2}\right]dz,$$

dont l'intégrale sera

$$\frac{2(A - B)z}{1 + z^2} - 2(A + B)\text{ arc tg } z + 4\sqrt{AB}\text{ arc tg }\sqrt{\frac{B}{A}}\cdot z,$$

pour $x = A$, $z = 0$; pour $x = B$, $z = \infty$; et il vient

$$\int_B^A \frac{dS}{x} = \pi[A + B - 2\sqrt{AB}].$$

Prenons l'axe de la bobine pour axe des x, l'origine des coordonnées étant le centre de la bobine, et cherchons l'intensité du champ sur l'axe en un point P situé à la distance x de l'origine.

L'action magnétique de cette bobine est la même que celle d'un cylindre uniformément aimanté de même contour, dont les bases seraient recouvertes de couches magnétiques égales et de signes contraires, ayant chacune une masse m déterminée par la condition d'équivalence

$$mL = \mu NIS$$

La densité magnétique superficielle des bases du cylindre est donc

$$\sigma = \frac{m}{S} = \frac{\mu NI}{L}.$$

Pour trouver l'action exercée au point P par la base positive AA′, nous diviserons cette surface en éléments annulaires concentriques.

L'action exercée au point P par la masse annulaire $dm = 2\pi\sigma y dy$ sera

$$d\mathcal{H} = \frac{1}{\mu}\frac{dm}{r^2} = \frac{2\pi\sigma}{\mu} \cdot \frac{ydy}{y^2 + \left(x - \frac{L}{2}\right)^2}$$

La composante parallèle à Ox sera

$$d\mathcal{H}_x = \frac{2\pi\sigma}{\mu} \cdot \frac{ydy}{y^2 + \left(x - \frac{L}{2}\right)^2} \cdot \frac{x - \frac{L}{2}}{\sqrt{y^2 + \left(x - \frac{L}{2}\right)^2}}$$

La composante normale sera nulle, puisque les éléments de l'anneau diamétralement opposés donnent sur l'axe Oy des projections égales et de signes contraires.

L'action exercée par l'élément annulaire au point P est donc parallèle à Ox.

Pour la base entière AA′, on aura, après avoir remplacé σ par sa valeur

$$\mathcal{H}_1 = \frac{2\pi NI}{L}\int_0^a \frac{\left(x-\frac{L}{2}\right)ydy}{\left[y^2+\left(x-\frac{L}{2}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

$$\mathcal{H}_1 = \frac{2\pi NI}{L}\left[1-\frac{x-\frac{L}{2}}{\sqrt{a^2+\left(x-\frac{L}{2}\right)^2}}\right].$$

On trouvera de même l'action de la base négative BB′ au point P.

$$\mathcal{H}_2 = -\frac{2\pi NI}{L}\left[1-\frac{x+\frac{L}{2}}{\sqrt{a^2+\left(x+\frac{L}{2}\right)^2}}\right].$$

L'intensité du champ produit par la bobine en un point P de l'axe sera donc

$$\mathcal{H} = \frac{2\pi NI}{L}\left[\frac{x+\frac{L}{2}}{\sqrt{a^2+\left(x+\frac{L}{2}\right)^2}}-\frac{x-\frac{L}{2}}{\sqrt{a^2+\left(x-\frac{L}{2}\right)^2}}\right].$$

Si le point P se trouve sur une des bases, c'est-à-dire si $x = \pm\frac{L}{2}$, on aura

(1) $$\mathcal{H}_A = \mathcal{H}_B = \frac{2\pi NI}{\sqrt{a^2+L^2}}.$$

Si le point P est au centre de la bobine, c'est-à-dire si $x = 0$, on aura

(2) $$\mathcal{H}_0 = \frac{2\pi NI}{\sqrt{a^2+\frac{L^2}{4}}} = \frac{4\pi NI}{\sqrt{L^2+4a^2}}.$$

La force est dirigée de B vers A ; elle augmente de B en O où elle est maximum, et diminue de O en A.

Si nous désignons par $\mathcal{H}_m$ la valeur moyenne du champ intérieur sur l'axe, nous aurons

$$\mathcal{H}_m L = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \mathcal{H}dx$$

et par conséquent

$$(3) \qquad \mathcal{H}_m = \frac{4\pi NI}{L^2}\left[\sqrt{a^2 + L^2} - a\right] = \frac{4\pi NI}{a + \sqrt{a^2 + L^2}}$$

35. Corps magnétiques et diamagnétiques. — Au point où la force magnétique est égale à $\mathcal{H}$, la valeur de l'induction (flux par cm²) sera $\mathcal{B} = \mu\mathcal{H}$, μ étant la perméabilité du milieu dans lequel agit la force magnétique.

En prenant comme terme de comparaison la perméabilité du vide, on peut diviser les corps en deux classes :

Ceux dont la perméabilité est moindre que celle du vide s'appellent *diamagnétiques*, tels sont le bismuth, l'antimoine, le zinc, l'eau, l'acide carbonique.

Les corps dont la perméabilité est plus grande que celle du vide s'appellent *magnétiques* ; tels sont le fer, le nickel, le cobalt, le chrôme, le manganèse, le platine, l'oxygène.

Mais il n'existe que trois corps : le fer, le nickel et le cobalt, dont la perméabilité, μ, soit beaucoup plus grande que celle du vide, tandis que celle des autres corps en diffère si peu que, dans les applications, on peut admettre sans erreur que tous les corps, à l'exception du fer, du nickel et du cobalt, ont la même perméabilité que le vide.

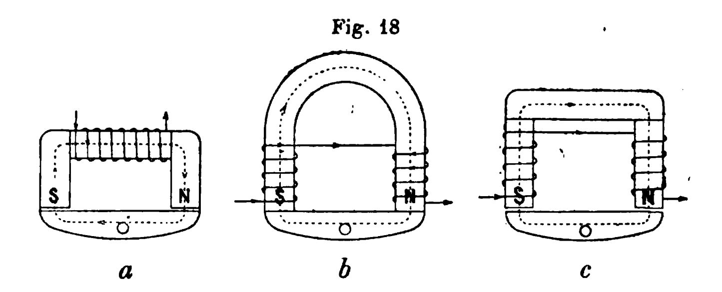
Des trois métaux magnétiques le seul qui donne lieu à des applications industrielles est le fer avec ses variétés, la fonte et l'acier.

36. Aimantation du fer par les courants. Électro-aimants. — Si l'on introduit un barreau de fer doux à l'intérieur d'une bobine dans laquelle passe un courant, comme la perméabilité du fer est bien plus grande que celle de l'air, le flux magnétique développé par le courant augmente dans des proportions considérables, et, en passant dans le noyau de fer, lui communique les propriétés d'un aimant dont les pôles sont orientés de la même manière que ceux de la bobine.

L'aimantation disparaît en grande partie lorsque le courant a cessé d'exister.

Les aimants temporaires obtenus par l'action d'un courant sur le fer doux s'appellent des *électro-aimants*; ils peuvent être rendus plus puissants que les aimants permanents. Comme leurs propriétés magnétiques ne subsistent que pendant le passage du courant et varient avec son intensité, les électro-aimants servent à un grand nombre d'usages, en affectant des formes différentes suivant le but qu'on se propose.

Fig. 18



Un électro-aimant est constitué par un noyau en fer doux entouré d'une bobine (*fig.* 18) dans laquelle on peut faire passer un courant. La pièce de fer doux sur laquelle agit l'électro-aimant s'appelle son *armature.*

Le noyau de fer doux peut-être droit, ou recourbé en forme de fer à cheval.

S'il est droit, on fixe sur ses extrémités des pièces latérales de manière que les deux pôles puissent agir à la fois sur une même armature (*fig.* 18 *a*).

Si le noyau a la forme d'un fer à cheval on ne recouvre de fil que les parties droites; le sens de l'enroulement doit être le même que si le noyau avait été courbé après avoir reçu le fil (*fig.* 18 *b*).

L'électro-aimant en fer à cheval est le plus souvent formé de deux noyaux droits parallèles reliés par une pièce de fer appelée *culasse* (*fig.* 18 *c*).

Lorsque l'armature n'est pas en contact avec le noyau, l'espace compris entre l'armature et les surfaces polaires s'appelle l'*entrefer*.

Lorsque l'armature s'applique sur les extrémités polaires, le circuit dans lequel passe le flux ne comprend que du fer, c'est ce qu'on appelle un *circuit magnétique fermé*; l'induction est alors maximum et il faut exercer un effort plus ou moins grand pour détacher l'armature, en surmontant la tension des lignes de force qui produit l'adhérence magnétique des pièces de fer en contact.

S étant la section du noyau en centimètres carrés, et $\mathcal{B}$ la valeur de l'induction dans la surface de contact, la tension exercée par les lignes d'induction dans le plan de séparation des surfaces polaires et de l'armature, c'est-à-dire au moment où l'armature se détaché de l'aimant, sera

$$F = \frac{\mathcal{B}^2}{8\pi\mu} \times 2S \text{ dynes.}$$

Au moment où l'armature quitte la surface polaire on aura $\mu = 1$, puisque dans le système des unités électromagnétiques C. G. S. la perméabilité de l'air est prise comme unité, et par conséquent

$$(1) \qquad F = 2\,\frac{\mathcal{B}^2 S}{8\pi} \times \frac{1}{9{,}81 \times 10^5} \text{ kilogrammes.}$$

Quand on veut construire un électro-aimant en fer à cheval capable de porter un poids de F kilogrammes, on se fixe la valeur de $\mathcal{B}$ (soit par exemple 8 000 à 10 000 maxwells par centimètre carré), et la section du noyau sera donnée par l'équation (1).

Le nombre d'ampère-tours nécessaires pour produire l'induction $\mathcal{B}$ se détermine par la formule du circuit magnétique

$$(2) \qquad \Phi\mathcal{R} = \frac{4\pi}{10} NI.$$

Si le fer a partout la même section et la même perméabi-

lité, lorsque l'armature sera en contact avec les surfaces polaires du noyau, on aura

$$\mathcal{R} = \frac{L}{\mu S},$$

en représentant par L la longueur moyenne des lignes d'induction dans le fer; et comme $\Phi = \mathcal{B}S$, l'équation (2) donne

$$\frac{\mathcal{B}}{\mu} L = \frac{4\pi}{10} NI. \tag{3}$$

Le nombre d'ampères-tours NI sera déterminé lorsqu'on connaitra μ.

Réciproquement on pourra déterminer la perméabilité μ d'un échantillon de fer, en mesurant la force nécessaire pour détacher le noyau de son armature. L'équation (1) fournira la valeur de $\mathcal{B}$ en fonction de F et de S qui sont connus, et l'équation (3) donnera

$$\mu = \frac{\mathcal{B}}{\frac{4\pi}{10} \cdot \frac{NI}{L}}.$$

$\frac{4\pi}{10} \cdot \frac{NI}{L} = \mathcal{H}$ est l'intensité du champ qui produit l'induction $\mathcal{B}$; elle est proportionnelle à $\frac{NI}{L}$ nombre d'ampère-tours par centimètre et se détermine en mesurant l'intensité du courant d'aimantation.

37. Étude de la perméabilité d'un corps magnétique par la force portante. — Le flux d'induction qui passe dans le noyau de l'électro-aimant peut être considéré comme la somme de deux flux :

1° Celui qui serait produit par le même champ si le fer n'existait pas;

2° Celui qui correspond à l'aimantation induite dans le noyau de fer.

Désignons par :

$\mathcal{H}$ l'intensité du champ qui produit l'induction,

$\mathfrak{I}$, l'intensité d'aimantation induite ;

S, la section du noyau normale à la direction de $\mathfrak{H}$;

μ_1, la perméabilité de l'air ;

μ, la perméabilité du fer.

Le flux Φ_1 produit dans l'air par la force magnétique $\mathfrak{H}$ sera

$$\Phi_1 = \mu_1 \mathfrak{H} S.$$

Sous l'influence du champ, le barreau est devenu un aimant dont les pôles ont des masses égales et de signes contraires $\pm \mathfrak{I}S$. Si le barreau est uniformément aimanté, les lignes d'induction seront parallèles à l'axe ; le flux qui sort par la surface latérale étant alors sensiblement nul, les pôles seront aux extrémités du barreau et le flux Φ_2 correspondant aux masses polaires sera d'après le théorème de Gauss

$$\Phi_2 = 4\pi \mathfrak{I} S.$$

Il entre par la base négative et sort par la base positive. On aura donc pour le flux total qui traverse une section du barreau

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \mu_1 \mathfrak{H} S + 4\pi \mathfrak{I} S.$$

L'induction, c'est-à-dire le flux par centimètre carré de section du noyau, sera donc

$$\mathfrak{B} = \mu_1 \mathfrak{H} + 4\pi \mathfrak{I}. \tag{1}$$

Dans le système électromagnétique des unités C. G. S. le facteur μ est un nombre qui exprime le rapport de la perméabilité d'un corps à celle du vide prise comme unité. La perméabilité des différents corps, autres que le fer, le cobalt, le nickel et leurs dérivés, différant extrêmement peu de l'unité, $\mu_1 = 1$ et l'équation (1) devient

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + 4\pi \mathfrak{I}. \tag{2}$$

On voit que la perméabilité magnétique du fer,

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}} = 1 + 4\pi \frac{\mathfrak{I}}{\mathfrak{H}},$$

dépend de l'intensité d'aimantation qu'il peut acquérir sous l'influence du champ d'intensité $\mathfrak{H}$.

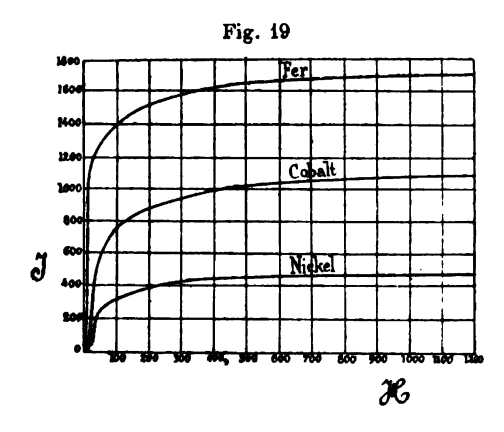
Le rapport $\frac{\mathfrak{J}}{\mathfrak{H}} = \kappa$ s'appelle la *susceptibilité magnétique* du corps ; et on pourra représenter la perméabilité par l'expression

$$\mu = 1 + 4\pi\kappa.$$

L'étude des propriétés magnétiques d'un corps se fait en mesurant l'induction $\mathfrak{B}$ pour des valeurs croissantes du champ. On emploie pour ces expériences le champ intérieur d'une bobine de dimensions déterminées, dans laquelle on fait passer un courant d'intensité connue.

Pour se rendre compte de la marche du phénomène d'aimantation, on représentera les résultats des expériences par une courbe dont les abscisses seront les valeurs successives de la variable indépendante $\mathfrak{H}$, et les ordonnées les valeurs correspondantes, soit de l'induction $\mathfrak{B}$, soit de l'intensité d'aimantation $\mathfrak{J} = \frac{\mathfrak{B} - \mathfrak{H}}{4\pi}$.

Fig. 19



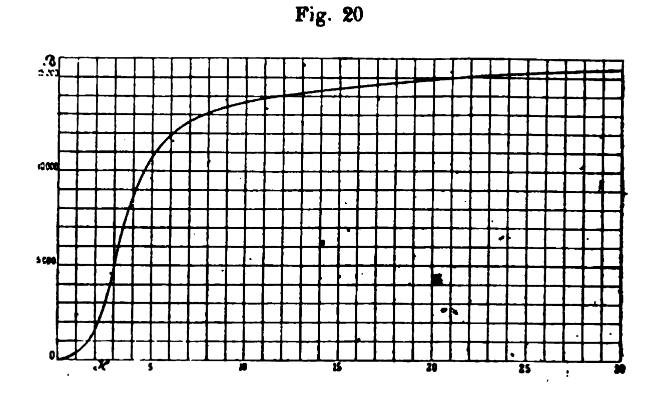
La *fig.* 19 reproduit les résultats d'une série de mesures faites par M. du Bois (*Phil. Mag.*, avril 1890), pour des valeurs de $\mathfrak{H}$ comprises entre 0 et 1200 gauss, sur des échantillons de fer, de cobalt et de nickel. La forme de ces courbes montre que, pour les trois métaux magnétiques, l'intensité d'aimantation tend vers un maximum. Ce maximum est de

530 pour le nickel, de 1200 pour le cobalt, de 1600 à 1700 pour le fer et l'acier doux, et de 800 environ pour la fonte douce.

Cette valeur limite de l'intensité d'aimantation correspond à ce que l'on appelle le point de *saturation magnétique*. Ce phénomène s'explique si l'on considère les molécules d'un corps magnétique comme de petits aimants qui, dans l'état neutre, sont orientés dans tous les sens, de telle sorte que la résultante de leurs actions sur un point extérieur soit nulle. Lorsque le corps est placé dans un champ magnétique, les molécules s'orientent successivement suivant la résultante des actions intérieures et de la force magnétique extérieure, et lorsque le champ aura une intensité suffisante pour que toutes les molécules soient orientées parallèlement à la direction de la force extérieure, l'aimantation aura atteint la plus grande valeur dont elle est susceptible, et le corps sera arrivé au point de saturation magnétique.

Pour les applications industrielles, on représente les propriétés magnétiques du métal par la courbe qui donne les valeurs de l'induction $\mathcal{B}$ en fonction de la force magnétique $\mathcal{H}$.

Fig. 20



La *fig.* 20 donne la courbe d'aimantation d'un échantillon d'acier doux.

L'induction

$$\mathcal{B} = \mathcal{H} + 4\pi\mathcal{J}$$

croît indéfiniment avec $\mathcal{H}$; mais la perméabilité,

$$\mu = \frac{\mathcal{B}}{\mathcal{H}} = 1 + \frac{4\pi\mathcal{J}}{\mathcal{H}}$$

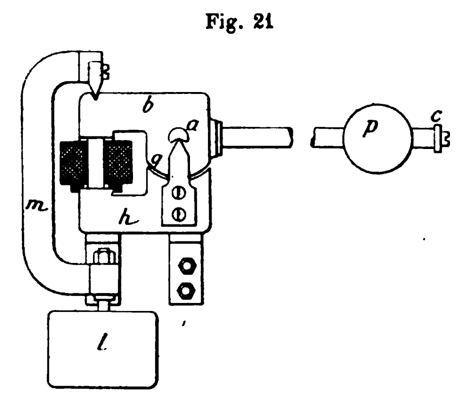
diminue à mesure que $\mathcal{H}$ augmente.

Dans les corps qui ne prennent qu'une aimantation temporaire, les molécules perdent leur aimantation et reviennent à leurs positions d'équilibre lorsque l'action du champ cesse, tandis que dans les aimants permanents les molécules conservent l'orientation magnétique après la suppression du champ.

On donne le nom de *force coercitive* à la propriété que possèdent le fer impur, la fonte et surtout l'acier trempé de retenir une partie de l'aimantation induite après que le champ extérieur a cessé d'exister.

On peut assimiler la force coercitive à une espèce de frottement qui s'oppose, jusqu'à une certaine limite, à un changement dans l'orientation des molécules. La chaleur et les actions mécaniques, telles que les chocs, qui favorisent le changement de position relative des molécules, facilitent l'aimantation et contribuent aussi à la dissiper lorsque la force magnétique a disparu.

Fig. 21



La *fig.* 21 représente le perméamètre de M. Fischer Hinnen employé aux ateliers d'Oerlikon.

L'éprouvette a 8 centimètres de longueur et 5 centimètres carrés de section ; elle est placée à l'intérieur de la bobine magnétisante *e* et maintenue par une mâchoire en fer doux massif dont la partie inférieure *h* est fixée sur un support horizontal.

L'armature mobile *b* peut osciller autour de la ligne des couteaux *a*. L'entrefer *g* de 0,2 millimètres d'épaisseur est constant quelle que soit la position de la pièce mobile *b*. Les surfaces de contact de l'éprouvette et des pièces *b* et *h* doivent être polies.

Le barreau est maintenu par la chape *m* et le contrepoids *l*; l'équilibre s'obtient en déplaçant le poids *p* le long du levier *c*.

L'essai peut être fait de deux manières différentes :

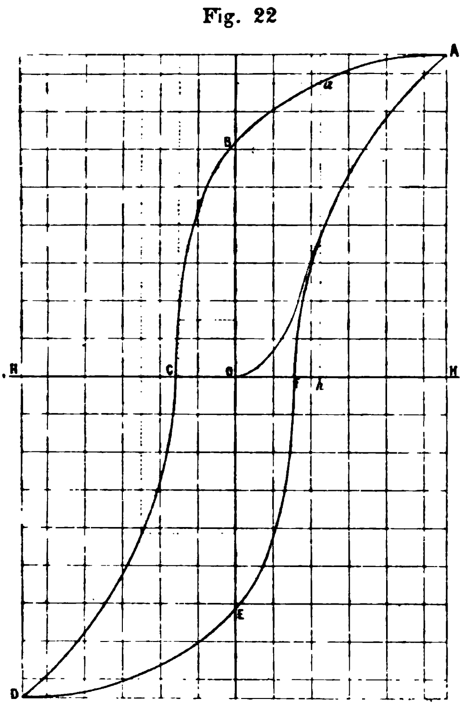
Le poids *p* est amené au point qui correspond à la valeur de l'induction pour laquelle doit être déterminée la perméabilité μ ; l'intensité du courant d'aimantation est alors diminuée graduellement à l'aide d'un rhéostat jusqu'à ce que l'armature *b* se détache du barreau. Ou bien, le courant d'aimantation étant maintenu constant, on déplace le poids *p* par un mouvement lent de rotation autour du levier jusqu'à ce que l'armature se détache.

38. Hystérésis. — Prenons un barreau de fer à l'état neutre et soumettons-le à l'action d'un champ magnétique uniforme dont nous ferons croître l'intensité de zéro à une valeur déterminée $\mathcal{H}$; les valeurs de l'induction seront représentées par les ordonnées de la courbe OA (*fig.* 22). L'induction ayant atteint la valeur HA $= \mathcal{B}$, faisons décroître le champ ; l'induction diminuera, mais elle ne repassera pas par les mêmes points, et pendant la période décroissante du champ les valeurs de l'induction seront représentées par les ordonnées de la courbe AB.

Quand la force magnétisante est redevenue nulle, l'induc-

tion a encore une valeur représentée par l'ordonnée OB ; c'est l'aimantation rémanente, qui représente souvent une fraction considérable de l'aimantation totale. En faisant croître de nouveau la force magnétisante de o à $\mathcal{H}$, on reviendra au point A et ainsi de suite, c'est-à-dire que, la force magnétisante continuant à repasser par le même cycle $\mathcal{H}$, o, $\mathcal{H}$, l'extrémité de l'ordonnée décrira la même boucle ABA.

Fig. 22



Si, au lieu de faire varier la force magnétisante de zéro à sa valeur maximum $\mathcal{H}$ et inversement, on la fait osciller entre deux valeurs égales et de signes contraires $+ \mathcal{H}$ et $- \mathcal{H}$, l'ordonnée décrira une courbe fermée ayant la forme générale indiquée sur la *fig.* 22.

La courbe OA correspond à l'aimantation initiale quand la force magnétisante croît pour la première fois de o à $\mathcal{H}$.

La portion ABCD correspond aux valeurs décroissantes de

$+\mathcal{H}$ à $-\mathcal{H}$, et la portion DEFA aux valeurs croissantes de $-\mathcal{H}$ à $+\mathcal{H}$. L'ordonnée décrit ensuite indéfiniment le même cycle pour les mêmes valeurs extrêmes de la force magnétisante. Dans la période descendante l'induction ne s'annule qu'en C, c'est-à-dire pour une valeur négative de $\mathcal{H}$; de même dans la partie ascendante l'induction ne s'annule que pour une valeur positive de $\mathcal{H}$. Les valeurs de la force magnétisante inverse nécessaire pour annuler l'induction mesurent la force coercitive.

L'examen de la courbe montre que, dans les deux sens, les accroissements positifs ou négatifs de l'induction sont constamment en retard sur les accroissements correspondants de la force magnétisante. On a donné à ce phénomène de retard le nom d'*hystérésis* (ὑστερεῖν, rester en arrière).

L'hystérésis est un effet de la force coercitive.

Le retard est diminué si le corps est soumis à des vibrations pendant qu'il est sous l'influence du champ.

Lors même que l'induction a été ramenée à une valeur nulle par l'application d'une force magnétique inverse d'intensité convenable, l'état du barreau n'est plus le même qu'avant toute aimantation et, pour le ramener à un état véritablement neutre, il faut le soumettre à des champs alternativement de sens contraires décroissant progressivement jusqu'à zéro.

39. Énergie dissipée par l'hystérésis. — Quand un barreau de fer, de volume V, est placé dans un champ magnétique uniforme d'intensité $\mathcal{H}$, il acquière une quantité d'énergie potentielle

$$W = V \cdot \frac{\mu \mathcal{H}^2}{8\pi} \text{ ergs},$$

qui lui est communiquée par le travail du courant d'aimantation.

A un accroissement $d\mathcal{H}$ de la force magnétisante correspond un accroissement d'énergie

$$dW = \frac{V}{4\pi} \mu \mathcal{H} d\mathcal{H} = \frac{V}{4\pi} \cdot \mathcal{B} d\mathcal{H}.$$

Pendant la période croissante de l'induction, de $-\mathcal{B}$ à $+\mathcal{B}$, l'énergie potentielle gagnée par le fer sera donnée par l'intégrale

$$W_1 = \frac{V}{4\pi} \int_{-\mathcal{H}}^{+\mathcal{H}} \mathcal{B} d\mathcal{H}$$

prise le long de la courbe DEFA (*fig.* 22); ce sera la surface comprise entre la courbe, l'axe des abscisses et les ordonnées extrêmes DH′ et AH.

Pendant la période décroissante de l'induction de $+\mathcal{B}$ à $-\mathcal{B}$, l'énergie potentielle perdue par le fer sera donnée par l'intégrale

$$W_2 = \frac{V}{4\pi} \int_{+\mathcal{B}}^{-\mathcal{B}} \mathcal{B} d\mathcal{H}$$

prise le long de la courbe ABCD.

Si les deux courbes coïncidaient, l'énergie restituée au courant pendant la désaimantation serait égale à celle qu'il a fournie pour l'aimantation; le travail serait nul pour un cycle entier. Les deux courbes ne coïncidant pas par suite de l'hystérésis, le travail pour un cycle sera

$$W_1 - W_2 = \frac{V}{4\pi} \cdot S \text{ ergs},$$

en désignant par S la surface comprise entre les deux courbes.

L'énergie ainsi dissipée se transforme en chaleur et la température du fer s'élève.

Le travail à dépenser pour surmonter l'hystérésis pendant

un cycle complet d'aimantation défini par une valeur maximum $\mathfrak{B}$ de l'induction est donné approximativement par la formule empirique de Steinmetz :

$$W = \eta \mathfrak{B}^{1,6} \text{ ergs par centimètre cube.}$$

η étant un coefficient numérique dont la valeur dépend de la qualité du fer employé et qui peut être déterminé par l'expérience :

Pour le fer, η est compris entre 0,00124 et 0,0055 ;

Pour l'acier fondu recuit, η est compris entre 0,0032 et 0,008 ;

Pour la fonte grise, η est compris entre 0,013 et 0,016.

CHAPITRE IV

INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

40. Loi générale de l'induction électromagnétique. — Considérons un circuit de résistance R placé dans un champ magnétique invariable, et dans lequel agit une force électromotrice E. Si le circuit est immobile, l'énergie fournie au circuit par le générateur électrique sera transformée en chaleur et, pour chaque intervalle de temps dt, on aura

$$EIdt = RI^2dt.$$

Si le circuit se déplace sous l'action du champ, il y aura dans le temps dt production d'un certain travail $d\mathfrak{T} = Id\Phi$, et le courant prendra une valeur I telle que

$$EIdt = RI^2dt + Id\Phi.$$

L'énergie électrique fournie par le générateur est constamment égale à la somme de l'énergie transformée en chaleur par la résistance du conducteur et de l'énergie transformée en travail par le déplacement du courant dans le champ.

En divisant les deux membres par Idt, il vient

$$E = RI + \frac{d\Phi}{dt}, \tag{1}$$

ou

$$I = \frac{E - \frac{d\Phi}{dt}}{R}. \tag{2}$$

La valeur de l'intensité est celle que donnerait dans le circuit, en vertu de la loi d'Ohm, une force électromotrice

$$E - \frac{d\Phi}{dt};$$

c'est-à-dire que la variation du flux, causée par le déplacement du courant dans le champ, a développé dans le circuit une force électromotrice

$$E' = \frac{d\Phi}{dt}.$$

Cette force électromotrice s'appelle *force électromotrice d'induction* ou *force électromotrice induite.*

Lorsque le courant se déplace spontanément dans le champ, le travail de la force est positif; $\frac{d\Phi}{dt}$ sera positif, et la force électromotrice induite agit en sens inverse de la force électromotrice principale E.

Si le courant se déplace sous l'action d'une force extérieure inverse de la force exercée par le champ, le travail du courant sera négatif; $\frac{d\Phi}{dt}$ sera également négatif et la force électromotrice induite s'ajoute à la force électromotrice principale.

La valeur de la force électromotrice induite est indépendante de la force électromotrice initiale du courant; quand cette force électromotrice E est nulle, c'est-à-dire quand le circuit est un simple conducteur fermé sur lui-même que l'on déplace dans le champ, l'équation (1) donne

$$RI + \frac{d\Phi}{dt} = 0, \qquad - \frac{d\Phi}{dt} = E' = RI.$$

Cette conclusion est confirmée par l'expérience.

Toute variation du flux magnétique qui traverse un circuit fermé développe dans ce circuit une force électromotrice induite qui a pour valeur absolue la dérivée par rapport au temps du flux qui traverse le circuit.

Cette force électromotrice induite est toujours dirigée de

façon à s'opposer à la variation de flux qui lui donne naissance ; c'est la loi de Lenz qui n'est qu'une forme particulière du principe général : « *la réaction est égale et opposée à l'action* ».

Le conducteur dans lequel se développe la force électromotrice d'induction s'appelle l'*induit* ; le système des aimants ou des électro-aimants qui produit le champ magnétique dans lequel se déplace l'induit s'appelle l'*inducteur*.

Lorsque le circuit soumis à l'induction se compose de parties fixes et de parties mobiles, la force électromotrice induite résultera de la variation de flux causée par le déplacement des parties mobiles. En appelant $d\mathrm{S}$ la surface décrite par la partie mobile sur un plan normal à la direction de l'induction $\mathfrak{B}$, on aura $d\Phi = \mathfrak{B}d\mathrm{S}$ et par conséquent

$$\mathrm{E}' = \mathfrak{B}\frac{d\mathrm{S}}{dt}.$$

Cette expression peut se mettre sous une autre forme qui est souvent utilisée.

L étant la longueur de l'élément mobile projetée sur un plan normal à $\mathfrak{B}$, v la vitesse linéaire avec laquelle il se déplace dans ce plan, on aura

$$d\mathrm{S} = \mathrm{L} \times v dt$$

et par suite

$$\mathrm{E}' = \mathfrak{B}\mathrm{L}v.$$

41. Sens de la force électromotrice induite. — La règle qui donne le sens de la force électromotrice induite, dont la valeur absolue est toujours $\mathrm{E}' = \frac{d\Phi}{dt}$, se déduit de l'équation

$$\mathrm{E} = \mathrm{RI} + \frac{d\Phi}{dt},$$

en convenant d'attribuer le même signe aux mouvements simultanés de translation et de rotation d'un tire-bouchon qui progresse avec le flux inducteur.

Le sens positif de rotation du tire-bouchon sera donc celui de la force électromotrice initiale E.

Si $\frac{d\Phi}{dt}$ est positif, la force électromotrice induite se retranche de la force électromotrice initiale.

Si $\frac{d\Phi}{dt}$ est négatif, la force électromotrice induite s'ajoute à la force électromotrice initiale, c'est-à-dire que la force électromotrice induite est dirigée dans le sens positif si le flux inducteur diminue, et dans le sens négatif si le flux inducteur augmente.

Cette règle peut être exprimée algébriquement par la formule

$$E' = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

La force électromotrice induite est égale et de signe contraire à l'accroissement du flux inducteur dans l'unité de temps.

C'est une conséquence de la loi de Lenz :

Le flux engendré par le courant induit s'oppose à la variation du flux inducteur.

Les deux règles mnémoniques suivantes, qui sont équivalentes à la précédente, peuvent être utilisées dans quelques cas.

1. La force électromotrice induite est dirigée vers la droite d'un observateur que le flux inducteur traverserait des pieds à la tête et qui regarderait dans le sens du mouvement.

2. Etendre les trois premiers doigts de la *main droite* de manière à figurer dans l'espace trois axes rectangulaires. Placer l'index dans le sens du flux, le pouce dans le sens du mouvement ; la direction du médius indique le sens de la force électromotrice induite.

42. Quantité d'électricité induite. — Le courant induit dans un circuit de résistance R, par une variation du flux inducteur sera

$$I = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}.$$

La quantité totale d'électricité induite par une variation finie du flux sera

$$q = \int \mathrm{I}dt = -\frac{1}{\mathrm{R}}\int \frac{d\Phi}{dt}\,dt = -\frac{1}{\mathrm{R}}\int d\Phi = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\mathrm{R}}.$$

La quantité totale d'électricité déplacée ne dépend donc que de la variation totale du flux ; elle est indépendante de la durée de la variation et de la manière dont elle a été effectuée.

La quantité d'électricité déplacée par une variation du flux inducteur est égale au quotient de l'accroissement du flux par la résistance du circuit.

Si l'on considère une variation pour laquelle le courant induit part de zéro pour revenir à zéro, la variation de flux causée par le courant induit lui-même donnera une somme nulle et la variation $\Phi_1 - \Phi_2$ se réduit à celle qui provient du champ extérieur.

Si le circuit traversé par le flux inducteur est une bobine composée de N tours de fil, chaque spire sera traversée par le même flux Φ ; les forces électromotrices induites dans chaque spire s'ajoutent et la force électromotrice induite totale sera

$$\mathrm{E}' = -\mathrm{N}\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(\mathrm{N}\Phi)}{dt};$$

elle est la même que si l'on avait une seule spire traversée par le flux $\mathrm{N}\Phi$ et la quantité d'électricité induite sera

$$q = \mathrm{N}\,.\,\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{\mathrm{R}}.$$

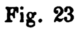
En mesurant au moyen d'un galvanomètre balistique la quantité d'électricité déplacée, on obtiendra la valeur de l'accroissement $\Phi_1 - \Phi_2$ du flux qui a traversé le circuit.

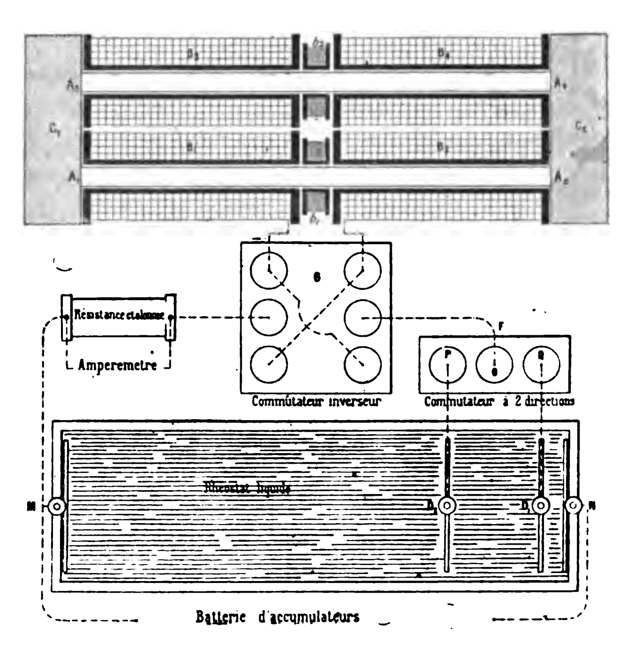
Nous ferons l'application de cette méthode à l'étude des propriétés magnétiques du fer.

43. Étude des propriétés magnétiques du fer par la méthode d'induction. — L'étude des propriétés ma-

gnétiques d'un échantillon de fer implique la mesure de l'induction $\mathfrak{B}$, en fonction de la force magnétisante $\mathfrak{H}$.

Cette détermination peut être faite en employant la disposition suivante (*fig.* 23) indiquée par le professeur Ewing.


Fig. 23



A_1A_2, A_3A_4 éprouvettes du métal à essayer.

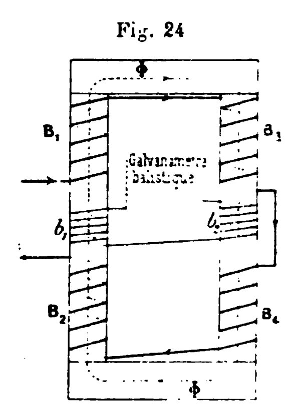
Pour le fer, l'acier, la fonte on leur donne la forme de baguettes cylindriques de 25 centimètres de longueur; leur section, qui doit être mesurée exactement, est de 1 centimètre carré environ; ces baguettes doivent être tournées sur toute leur longueur.

Pour la tôle, les éprouvettes sont constituées par des bandes découpées que l'on réunit de manière à obtenir un prisme droit de section uniforme.

Les extrémités des barreaux doivent être dressées soigneusement de manière à porter exactement sur la surface des pièces d'extrémité C_1 et C_2.

Les barreaux d'épreuve sont recouverts par les bobines magnétisantes $B_1B_2B_3B_4$ dont les enroulements sont réunis en série de telle sorte que les deux barreaux soient traversés par le même flux d'induction (*fig.* 24).

Fig. 24



Dans l'espace compris entre B_1 et B_2 pour un des barreaux, entre B_3 et B_4 pour l'autre, sont logées deux bobines secondaires b_1 et b_2 qui entourent chacun des barreaux au milieu de sa longueur et dont les enroulements sont réunis en série suivant le schéma de la *fig.* 24. Les deux extrémités de l'enroulement sont reliées à un galvanomètre balistique.

Le circuit magnétique est complété par les deux culasses en fer doux C_1 et C_2 qui s'appliquent contre les extrémités des barreaux. L'adhérence produite par l'attraction magnétique suffit généralement pour donner un bon contact; à défaut on maintient les culasses au moyen d'une presse.

Le courant d'aimantation est fourni par une batterie d'accumulateurs shuntée par le rhéostat liquide MN.

Les prises de courant se font, d'un côté en M, de l'autre côté soit en N, soit sur une des électrodes mobiles D_1 ou D_2.

L'intensité du courant d'aimantation se règle en déplaçant l'électrode mobile sur laquelle se fait la prise.

Appelons E la différence de potentiel des extrémités M et N du rhéostat;

r, la résistance totale comprise entre M et N;

a, la résistance comprise entre M et l'électrode mobile sur laquelle se fait la prise de courant;

r_1, la résistance des quatre bobines B en série;

I, l'intensité totale du courant débité par la batterie.

L'intensité I_1 du courant d'aimantation sera déterminée par les deux équations

$$E = a(I - I_1) + (r - a)I.$$
$$a(I - I_1) = r_1 I_1.$$

On en déduit

$$I_1 = \frac{aE}{rr_1 + a(r - a)}.$$

Pour $a = r$ on aura $I_1 = \frac{E}{r_1}$; pour $a = 0$ on aurait $I_1 = 0$.

On pourra donc donner à I_1 une valeur quelconque comprise entre ces deux valeurs extrêmes en déplaçant l'électrode sur laquelle se fait la prise de courant. L'expérience se fait de la manière suivante :

Le fer étant pris à l'état neutre, on fait passer dans les bobines B un courant d'intensité I_1; $\mathfrak{B}_1$ étant la valeur de l'induction qui en résulte et S la section du barreau, le flux d'induction dans le barreau sera $\Phi_1 = \mathfrak{B}_1 S$. Si les bobines b_1 et b_2 ont chacune m tours de fil, le flux qui traverse le circuit de chaque bobine sera égal à $m\Phi_1 = m\mathfrak{B}_1 S$. Si l'on renverse brusquement le sens du courant I_1, on enverra à travers chacune des bobines secondaires un flux $- m\Phi_1$. Les bobines b_1 et b_2 étant réunies en série d'après le schéma de la *fig.* 24, la variation totale du flux inducteur sera $4m\Phi_1$.

Si nous appelons R la résistance du circuit formé par les bobines secondaires et le galvanomètre balistique, la quantité d'électricité déplacée par la variation $4m\Phi_1 = 4m\mathfrak{B}_1 S$ sera

$$q = \frac{4m\mathfrak{B}_1 S}{R} = \beta\mathfrak{B}_1,$$

en désignant par

θ_1, l'élongation du galvanomètre ;

β, sa constante balistique, c'est-à-dire la quantité d'électricité qui donne l'unité d'élongation sur l'échelle de l'instrument (¹).

On obtient ainsi

$$\mathcal{B}_1 = \frac{R\beta}{4mS} \cdot \theta_1.$$

En répétant l'expérience avec des intensités croissantes on obtiendra les valeurs $\mathcal{B}_1$ $\mathcal{B}_2 \ldots \mathcal{B}_n$ de l'induction produites par les courants d'aimantation I_1 $I_2 \ldots I_n$.

Pour déterminer les valeurs correspondantes de $\mathcal{H}$, nous remarquerons que l'ensemble des barreaux d'épreuve et des culasses C_1C_2 constitue un circuit magnétique fermé dans lequel le flux peut être considéré comme constant et auquel nous pourrons appliquer la formule du circuit magnétique

$$4\pi NI = \Phi \sum \mathcal{R}.$$

Appelons

L, la longueur d'un barreau ;

L_1, la longueur de la trajectoire du flux dans une des culasses.

S et S_1, les sections du barreau et de la culasse.

μ et μ_1, les perméabilités respectives.

Nous aurons

$$\sum \mathcal{R} = \frac{2L}{\mu S} + \frac{2L_1}{\mu_1 S_1} = \frac{2L}{\mu S}\left[1 + \frac{L_1}{L}\frac{\mu}{\mu_1}\frac{S}{S_1}\right].$$

Comme la section des culasses est très grande relativement

(¹) La constante balistique β se détermine en observant l'élongation θ produite par la décharge d'un condensateur de capacité C, chargé à une différence de potentiel E, soit, par exemple, au moyen d'un élément Latimer-Clark (E = 1.434). La résistance R, la capacité C et la force électromotrice E étant exprimées en unités usuelles (ohm, microfaad, volt), tandis que $\mathcal{B}$ doit être exprimé en unités C. G. S, on prendra

$$\beta = \frac{CE}{\theta} \cdot 10^2.$$

à celle du barreau et que par suite μ_1 est plus grand que μ, on pourra prendre avec une approximation suffisante

$$4\pi NI = \frac{2L}{\mu S}\Phi = 2L\frac{\mathfrak{B}}{\mu}.$$

Comme $\mathfrak{B} = \mu\mathcal{H}$, et que I est exprimé en ampères, on aura

$$\mathcal{H} = \left(\frac{4\pi}{10}\frac{N}{2L}\right) I.$$

On simplifie le calcul en construisant l'appareil de manière que la constante $\frac{4\pi}{10}\frac{N}{2L}$ soit égale à 10; on aura alors $\mathcal{H} = 10\,I$.

Dans l'appareil représenté *fig.* 23, pour L = 25 centimètres on doit avoir N = 398; on prend N = 400 pour compenser la réluctance des culasses, et chacune des quatre bobines magnétisantes est formée de 100 tours de fil de 36/10 millimètres de diamètre; les bobines secondaires ont 250 tours de fil de 5/10 millimètres de diamètre ($4m = 1000$).

Comme l'aire des bobines secondaires est plus grande que celle du barreau, le flux mesuré par la déviation du galvanomètre balistique doit être diminué du flux qui passe dans l'espace annulaire compris entre la spire moyenne de la bobine et le barreau. En désignant par S′ la surface de cette spire moyenne on devra déduire $\mathcal{H}(S' - S)$ maxwells de la valeur du flux indiquée par la déviation du galvanomètre.

La courbe d'aimantation se trace en prenant $\mathcal{H}$ comme abscisse et $\mathfrak{B}$ comme ordonnée (*fig.* 20, p. 68).

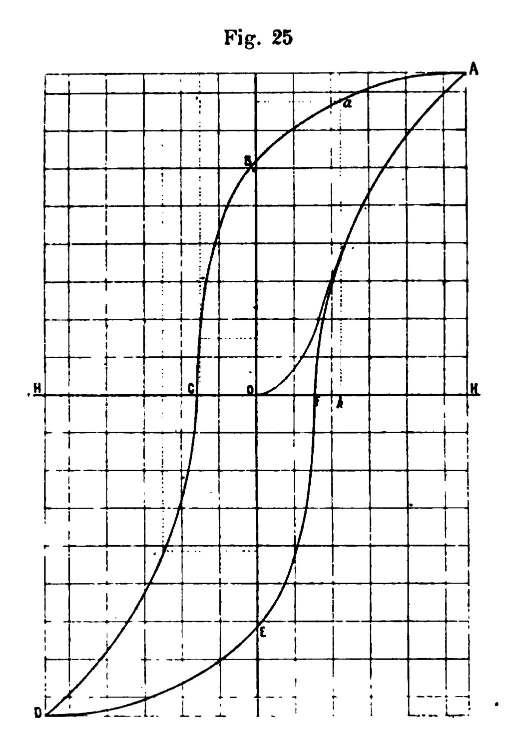
Pour tracer la courbe d'hystérésis on procède de la manière suivante :

L'électrode D_1 est ajustée de manière à donner au courant d'aimantation l'intensité correspondant à l'induction $\mathfrak{B}$, pour laquelle doit être tracé le cycle d'aimantation, et au moyen du commutateur inverseur G on renverse deux ou trois fois le

sens du courant de manière à faire parcourir à l'échantillon deux ou trois fois le cycle d'aimantation maximum.

Les points A et B de la courbe (*fig.* 25) étant ainsi déterminés, et l'induction ramenée en A, on supprime le courant;

Fig. 25



l'élongation donnera la différence des ordonnées AH — OB. On obtiendra de même la différence des ordonnées DH′ — OE.

Pour obtenir des points intermédiaires de la courbe descendante, on rétablit le courant maximum, et, après avoir donné à l'électrode D_2 une position convenable, on établit la communication entre les points O et P du commutateur F (*fig.* 23), de manière à donner au champ magnétisant la valeur O*h*; l'induction tombe de A en *a* et l'élongation du galvanomètre donne la différence des ordonnées AH — *ah*. Les points de la courbe BCD se déterminent avec des valeurs négatives croissantes du champ.

Tous les points de la branche descendante se déterminent en partant du point A auquel on ramène l'échantillon après chaque mesure.

Les points de la branche ascendante DEFA se détermineraient en partant du point D ; mais comme les deux parties de la courbe sont symétriques, il suffit de faire les mesures pour une moitié.

44. Période d'établissement d'un courant. — Lorsque le courant augmente le flux de self-induction $\mathcal{L}I$ varie également, et il se développe dans le circuit une force électro-motrice induite, appelée *force électro-motrice de self-induction* qui sera dirigée de manière à s'opposer à l'accroissement du courant, c'est-à-dire en sens inverse de la force électro-motrice qui maintient le courant dans le circuit. L'intensité du courant à un instant quelconque de la période variable sera déterminée par l'équation

$$E = RI + \frac{d(\mathcal{L}I)}{dt}.$$

Si $\mathcal{L}$ est constant ainsi que E, on aura

$$E = RI + \mathcal{L}\frac{dI}{dt},$$

dont l'intégrale est

$$\log(E - RI) = -\frac{Rt}{\mathcal{L}} + \log C^{te}$$

ou

$$E - RI = Ae^{-\frac{Rt}{\mathcal{L}}}.$$

La constante A se détermine en remarquant que pour $t = 0$ on a $I = 0$; ce qui donne $A = E$, et finalement

$$I = \frac{E}{R}\left[1 - e^{-\frac{Rt}{\mathcal{L}}}\right];$$

t étant le temps écoulé depuis la fermeture du circuit.

Le quotient $\frac{E}{R}$ représente l'intensité du courant que donne-

rait la force électro-motrice E dans un circuit dépourvu de self-induction.

On voit que, rigoureusement, le courant ne prend son intensité normale qu'après un temps infini ; mais en réalité la valeur de l'exponentielle devient négligeable au bout d'un temps très court, et l'intensité de régime sera pratiquement atteinte d'autant plus vite que $\frac{\mathfrak{L}}{R}$ sera plus petit. Ce rapport, qui a les dimensions d'un temps, s'appelle la *constante de temps* du circuit.

Pour calculer à quel instant le courant ne diffère du courant final que d'une quantité donnée $\frac{1}{n}$, on posera

$$e^{-\frac{Rt}{\mathfrak{L}}} = \frac{1}{n};$$

d'où l'on déduit

$$t = \frac{\mathfrak{L}}{R} \log n,$$

45. Courant de rupture. — Le courant ayant pris son intensité de régime $\frac{E}{R}$, supprimons la force électro-motrice E sans modifier la résistance et la self-induction du circuit. L'intensité du courant devra satisfaire à l'équation

$$RI + \mathfrak{L}\frac{dI}{dt} = 0,$$

dont l'intégrale sera

$$RI = Ae^{-\frac{Rt}{\mathfrak{L}}};$$

et comme pour $t = 0$ on doit avoir $I = \frac{E}{R}$, il vient

$$I = \frac{E}{R} e^{-\frac{Rt}{\mathfrak{L}}},$$

Le conrant qui se continue après la suppression de E s'appelle *courant de rupture*.

L'énergie de ce courant est celle qui avait été emmagasinée

dans le milieu pendant la période d'établissement ; elle est égale à $\frac{\mathcal{L}I^2}{2}$ et se transforme en chaleur dans le circuit.

Si le courant disparaît sans développer de travail extérieur, l'énergie transformée en chaleur dans le circuit pendant la période décroissante du courant sera

$$W = R\int_0^T I^2 dt = \frac{E^2}{R}\int_0^T e^{-\frac{2Rt}{\mathcal{L}}} dt = \frac{\mathcal{L}E^2}{2R^2}\left[1 - e^{-\frac{2RT}{\mathcal{L}}}\right];$$

et, comme au bout d'un temps très court, l'exponentielle a une valeur extrêmement petite, on aura

$$W = \frac{\mathcal{L}E^2}{2R^2} = \frac{\mathcal{L}I^2}{2}.$$

Si, au lieu de supprimer la force électro-motrice E, on coupe brusquement le circuit, l'énergie intrinséque du courant se dissipe dans l'air sous la forme d'une *étincelle de rupture.*

La variation totale du flux d'induction correspondant à la disparition complète du courant étant égale à $\mathcal{L}I = \frac{\mathcal{L}E}{R}$, si la rupture a été faite dans le temps T, la force électro-motrice moyenne induite sera $E_m = \frac{\mathcal{L}E}{TR}$. Si T est très petit par rapport à $\frac{\mathcal{L}}{R}$, c'est-à dire si la rupture est brusque, la force électro-motrice du courant de rupture pourra être beaucoup plus élevée que la force électromotrice initiale E, et, dans ce cas, l'étincelle de rupture sera très violente.

Les phénomènes auxquels donne lieu la self-induction sont dus à l'inertie du milieu et ils ont une grande analogie avec ceux que l'on observe pendant l'écoulement de l'eau dans une longue conduite.

Lorsqu'on interrompt brusquement l'écoulement de l'eau dans une conduite en charge, il se produit un coup de bélier et, s'il existe un orifice en amont du robinet d'arrêt, l'eau

jaillira de la conduite en s'élevant au-dessus du niveau correspondant à la pression du régime permanent ; c'est le principe du bélier hydraulique.

Lorsque la conduite est mise en charge, le régime permanent ne s'établit qu'après un certain temps, et c'est l'énergie, $\frac{1}{2} mv^2$, emmagasinée pendant cette période variable, qui est restituée sous forme de travail mécanique au moment où l'on arrête l'écoulement de l'eau ; si l'arrêt est trop brusque la conduite peut être brisée.

De même le courant électrique ne prend son régime permanent qu'après un temps appréciable, et c'est l'énergie, $\frac{1}{2} \mathcal{L}I^2$, emmagasinée dans le milieu pendant l'établissement du courant, qui est restituée sous forme de chaleur au moment de la rupture.

46. Courants de Foucault. — Quelle que soit la forme d'un conducteur, toute variation du flux magnétique y développe des courants d'induction qui circulent dans des plans perpendiculaires à la direction du flux inducteur ; ils élèvent la température du métal en donnant lieu à une dépense équivalente de travail.

Foucault a montré l'existence de ces courants en faisant tourner rapidement un disque de cuivre rouge entre les pôles d'un électro-aimant très puissant. Lorsque le courant d'aimantation ne passe pas dans la bobine de l'électro-aimant, il suffit d'un travail très faible pour maintenir le mouvement du disque ; mais dès que le courant passe, il faut développer un travail considérable et le disque s'échauffe fortement. Ce phénomène, qui est un exemple de la transformation d'un travail mécanique en chaleur, a été utilisé par M. Violle pour déterminer l'équivalent mécanique de la chaleur.

Les courants qui se développent ainsi à l'intérieur d'une masse métallique, sous l'influence d'une variation de flux magnétique, ont reçu le nom de *courants de Foucault.*

Bien qu'il ne soit pas possible de connaître leurs formes exactes, on peut, dans quelques cas, calculer la quantité d'énergie qu'ils transforment en chaleur, avec une approximation suffisante pour les besoins de la pratique. Nous ferons ce calcul pour un prisme rectangulaire et pour un cylindre à section circulaire, en supposant que le flux inducteur varie périodiquement avec le temps et que sa valeur, à l'instant t, peut être représentée par l'expression

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_0 \cos 2\pi n t$$

dans laquelle $\mathfrak{B}_0$ est la valeur maximum de l'induction et n le nombre de périodes par seconde.

1. *Prisme rectangulaire.*

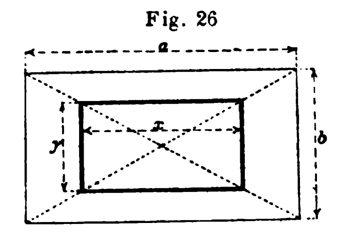
Soient (*fig.* 26)

a et b, les côtés de la section par laquelle pénètre le flux ;

L, la longueur du prisme ;

ρ, la résistance spécifique du métal.

Fig. 26



Divisons la section ab en filets rectangulaires dont les côtés x et y soient dans le même rapport que les côtés a et b du rectangle, c'est-à-dire tels que $\frac{y}{x} = \frac{b}{a}$.

Nous pourrons admettre, par raison de symétrie, que ces filets sont les trajectoires des courants induits dans le plan de la figure.

Le flux qui traverse le rectangle xy à l'instant t sera

$$\Phi = \mathfrak{B}xy = \frac{bx^2}{a} \mathfrak{B}_0 \cos 2\pi n t.$$

La force électro-motrice induite par la variation de ce flux,

$$E = \frac{bx^2}{a} \cdot 2\pi n\, \mathfrak{B}_0 \sin 2\pi nt.$$

La résistance du circuit élémentaire qui limite le rectangle xy étant

$$r = \frac{4\rho x}{\mathrm{L}dy} + \frac{4\rho y}{\mathrm{L}dx} = \frac{4\rho x}{\mathrm{L}dx}\left[\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right] = \frac{4\rho x\,(a^2+b^2)}{\mathrm{L}ab\,dx},$$

l'énergie transformée en chaleur pendant le temps dt sera

$$d\mathrm{W} = \frac{\mathrm{E}^2}{r}\, dt = \frac{\mathrm{L}b^3x^2dx}{a\rho(a^2+b^2)} \cdot \pi^2n^2\mathfrak{B}_0^2 \sin^2 2\pi nt\,dt.$$

L'énergie transformée en chaleur dans la section entière pendant une seconde, c'est-à-dire la puissance absorbée par ces courants intérieurs, sera

$$\mathfrak{P} = \int_0^a \frac{\mathrm{L}b^3x^2dx}{a\rho\,(a^2+b^2)} \int_0^1 \pi^2n^2\mathfrak{B}^0 \sin{}^2 2\pi nt\,dt = \pi^2n^2\mathfrak{B}_0^2\, \frac{\mathrm{L}a^2b^3}{8\rho\,(a^2+b^2)}.$$ [1]

En divisant cette valeur par le volume, $ab\mathrm{L}$, du métal, on aura la puissance absorbée par centimètre cube :

(1) $$\frac{\mathfrak{P}}{\mathrm{V}} = \pi^2n^2\, \mathfrak{B}_0^2\, \frac{a^2b^2}{8\rho(a^2+b^2)}.$$

Si l'épaisseur b est très faible, par exemple s'il s'agit d'une feuille de tôle mince, $\frac{b^2}{a^2}$ sera négligeable à côté de l'unité, et on aura simplement

(2) $$\frac{\mathfrak{P}}{\mathrm{V}} = \pi^2n^2\, \mathfrak{B}_0^2\, \frac{b^2}{8\rho}.$$

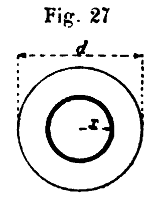
On voit que, pour diminuer la quantité d'énergie dissipée par les courants de Foucault dans une masse métallique, il faut diviser la section normale à l'induction en lames minces isolées électriquement les unes des autres.

---

(1) $$\int_0^1 \sin^2 2\pi nt\, dt = \int_0^1 \frac{1 - \cos 4\pi nt}{2}\, dt = \frac{1}{2}$$

Nous verrons de nombreuses applications de ce principe dans la construction des générateurs et des transformateurs électriques.

Fig. 27



2. *Cylindre à base circulaire.*

Soient (*fig.* 27)

d, le diamètre du cylindre;

L, sa longueur.

Si l'axe du cylindre est parallèle à la direction du flux inducteur, on divisera la section en filets circulaires concentriques.

Considérons un de ces circuits élémentaires de rayon x et de largeur dx; la force électro-motrice induite sera

$$E = \frac{d\mathfrak{B}}{dt} \pi x^2 = \pi x^2 \times 2\pi n \mathfrak{B}_0 \sin 2\pi n t.$$

La résistance du circuit étant

$$r = \frac{2\pi x \rho}{L dx},$$

l'énergie transformée en chaleur dans le temps dt, sera

$$dW = \frac{E^2}{r} dt = \frac{\pi L x^3 dx}{2\rho} . 4\pi^2 n^2 \mathfrak{B}_0^2 \sin^2 2\pi n t dt.$$

L'énergie transformée en chaleur dans la section entière pendant une seconde, c'est-à-dire la puissance absorbée par ces courants intérieurs, sera

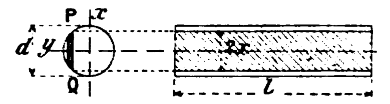
$$\mathfrak{P} = \int_0^{\frac{d}{2}} \frac{\pi L x^3 dx}{2\rho} \int_0^1 4\pi^2 n^2 \mathfrak{B}_0^2 \sin^2 2\pi n t dt = 2\pi^2 n^2 \mathfrak{B}_0^2 . \frac{\pi L d^4}{128\rho} .$$

En divisant cette valeur par le volume, $\frac{\pi L d^2}{4}$, du métal, on aura la puissance absorbée par centimètre cube :

$$\frac{\mathfrak{P}}{V} = \pi^2 n^2 \mathfrak{B}_0^2 \frac{d^2}{16\rho}. \qquad (3)$$

Si l'axe du cylindre est perpendiculaire à la direction du flux inducteur, on décomposera le cylindre en lames minces

Fig. 28



parallèles à l'axe (*fig.* 28), telles que PQ, à chacune desquelles on appliquera la formule du prisme reetangulaire (p. 91)

$$\mathfrak{P} = \pi^2 n^2 \mathfrak{B}_o^2 \frac{La^3b^3}{8\rho\,(a^2 + b^2)}.$$

En prenant

$$a = 2x, \qquad L = dy, \qquad b = l,$$

on obtiendra pour l'expression de la puissance absorbée dans la tranche PQ.

$$d\mathfrak{P} = \frac{\pi^2 n^2 \mathfrak{B}_o^2}{8\rho} \cdot \frac{8\,l^3 x^3 dy}{l^2 + 4x^2}.$$

En désignant par r le rayon du fil on aura

$$x^2 = r^2 - y^2,$$

et la puissance transformée en chaleur pour le cylindre entier sera donnée par l'intégrale

$$\mathfrak{P} = 2 \cdot \frac{\pi^2 n^2 \mathfrak{B}_o^2}{8\rho} \int_0^r \frac{8\,l^3 (r^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} dy}{l^2 + 4(r^2 - y^2)} \;(^1),$$

(1) L'intégration se fait en posant $z = \frac{y}{x} = \frac{y}{\sqrt{r^2 - y^2}}$; on en déduit :

$$y^2 = \frac{r^2 z^2}{1 + z^2}; \qquad r^2 - y^2 = \frac{r^2}{1 + z^2}; \qquad dy = \frac{r\,dz}{1 + z^2};$$

pour $y = 0$, $z = 0$; pour $y = r$, $z = \infty$.

En portant ces valeurs dans l'intégrale à résoudre on la ramène à la forme

$$\int_0^\infty \frac{8l^4 r^4 dz}{l^2 + z^2(l^2 + 4r^2)} = \frac{8lr^4}{\sqrt{1 + \frac{4r^2}{l^2}}} \left[\text{arc tg } z\sqrt{1 + \frac{4r^2}{l^2}}\right]_0^\infty =$$

$$= \frac{4lr^4}{\sqrt{1 + \frac{4r^2}{l^2}}}\,\pi = \frac{\pi l d^4}{4\sqrt{1 + \frac{d^2}{l^2}}}.$$

qui donne

$$\mathcal{P} = \frac{4\,\pi^2 n^2 \mathcal{B}_0^2}{16\rho} \cdot \frac{4b\pi r^4}{\sqrt{1 + \frac{4r^2}{l^2}}}.$$

En divisant par le volume du fil, $V = \pi l x^2$, et en prenant $d = 2r$, la puissance absorbée par centimètre cube, sera

$$\frac{\mathcal{P}}{V} = \frac{\pi^2 n^2 \mathcal{B}_0^2}{4\rho} \cdot \frac{d^2}{\sqrt{1 + \frac{d^2}{l^2}}}.$$

Si le diamètre du fil est petit relativement à sa longueur, on aura simplement

$$\frac{\mathcal{P}}{V} = \pi^2 n^2 \mathcal{B}_0^2 \frac{d^2}{4\rho}.$$

En prenant

$\rho = 10$ microhms-centimètre pour le fer,
$\rho = 2$ » » pour le cuivre,

on obtiendra les expressions numériques suivantes :

Lame mince

Fer	$1{,}234\, n^2 \mathcal{B}_0^2 b^2 \times 10^{-11}$	watts par cent. cube
Cuivre	$6{,}169\, n^2 \mathcal{B}_0^2 b^3 \times 10^{-11}$	» » »

Fil rond parallèle à la direction du flux

Fer	$0{,}617\, n^2 \mathcal{B}_0^2 d^2 \times 10^{-11}$	» » »
Cuivre	$3{,}084\, n^2 \mathcal{B}_0^2 d^2 \times 10^{-11}$	» » »

Fil rond perpendiculaire à la direction du flux

Fer	$2{,}467\, n^2 \mathcal{B}_0^2 d^2 \times 10^{-11}$	» » »
Cuivre	$12{,}337\, n^2 \mathcal{B}_0^2 d^2 \times 10^{-11}$	» » »

Ces expressions trouveront leur application dans l'étude des machines électriques.

47. Machines électromagnétiques. — Les applications les plus importantes des lois de l'induction électromagnétique sont la transformation du travail mécanique en énergie électrique et la transformation de l'énergie électrique en travail mécanique.

L'énergie potentielle d'un courant dans un champ magnétique est égal au produit, changé de signe, de l'intensité du courant par le flux d'induction qui traverse la face négative du circuit **(28)**

$$W = -\Phi I.$$

L'énergie ne peut varier que par suite d'un travail équivalent fourni ou reçu par le courant, et l'on aura dans tous les cas

$$dW + d\mathcal{T} = 0$$

Si le flux augmente c'est-à-dire si $\frac{d\Phi}{dt}$ est positif,

$$\frac{dW}{dt} = -I\frac{d\Phi}{dt}$$

sera négatif.

L'énergie diminuant, le travail du courant

$$\frac{d\mathcal{T}}{dt} = Id\Phi$$

sera positif ; l'énergie électrique du courant est transformée en travail mécanique.

Toute variation de flux, quelle qu'en soit l'origine, donne naissance à une force électro-motrice d'induction

$$E = -\frac{d\Phi}{dt}$$

c'est-à-dire dirigée en sens inverse de la force électro-motrice qui maintient le conrant.

Le travail fourni par le courant dans l'unité de temps est donc égal au produit de l'intensité du courant par la force électro-motrice inverse du récepteur électrique, c'est-à-dire de la machine qui reçoit l'énergie du courant et la transforme en travail mécanique.

Cette force électro-motrice inverse, ou force contre-électro-motrice du récepteur, est égale au travail développé par le passage d'un ampère pendant une seconde.

Si le flux qui traverse le courant par sa face négative diminue, l'énergie W augmente, $d\mathfrak{T}$ est négatif ; le déplacement du courant exige une dépense de travail

$$\frac{d\mathfrak{T}}{dt} = - \mathrm{I}\frac{d\Phi}{dt} = \mathrm{EI}.$$

La force électro-motrice induite par la diminution du flux est de même sens que le courant et mesure l'énergie communiquée pendant une seconde à un courant de un ampère par le moteur mécanique qui entretient le mouvement du générateur électrique.

Les deux transformations résultent du déplacement relatif d'un circuit électrique et d'un champ magnétique. La même machine pourra donc être utilisée comme générateur ou comme récepteur, c'est-à-dire pour transformer un travail mécanique en énergie électrique, ou transformer de l'énergie électrique en travail mécanique.

Les machines électromagnétiques comprennent deux organes essentiels distincts : *l'inducteur* et *l'induit*.

L'*inducteur* peut-être constitué par des aimants permanents ou par des électro-aimants.

Dans le premier cas la machine s'appelle *magnéto-électrique* ou simplement *magnéto*.

Dans le second cas elle est désignée sous le nom de *dynamo-électrique* ou *dynamo*.



Les électro-aimants présentent sur les aimants permanents plusieurs avantages importants qui leur font donner la préférence dans la construction des générateurs électriques.

A poids égal ils sont beaucoup plus puissants que les aimants permanents ; une dynamo sera donc moins encombrante, moins lourde et d'un prix moins élevé qu'une magnéto de même puissance.

En faisant varier l'intensité du courant d'aimantàtion, on peut modifier instantanément, dans des limites étendues, la valeur du flux inducteur et par suite celle de la force électro-motrice induite. La possibilité de régler ainsi la différence de potentiel, sous laquelle se fait l'émission du courant, donne aux dynamos une élasticité de fonctionnement qui fait totalement défaut dans les magnétos, et les seuls générateurs employés aujourd'hui dans l'industrie sont des dynamos. Une machine magnéto peut être assimilée à une dynamo dont les électro-aimants seraient excités par un courant invariable, et la théorie des magnétos n'est qu'un cas particulier de celle des dynamos.

L'*induit* des machines électriques est formé par un système de conducteurs disposés méthodiquement sur une surface de révolution qu'un mouvement continu de rotation déplace dans le champ magnétique des inducteurs.

Lorsque la machine est construite de manière à débiter un courant constamment dirigé dans le même sens, on la désigne sous le nom de *dynamo à courant continu*.

Lorsque le courant transmis dans le circuit extérieur varie périodiquement d'intensité et de sens, la machine s'appelle *dynamo à courant alternatif* ou *alternateur*.

MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES A COURANT CONTINU

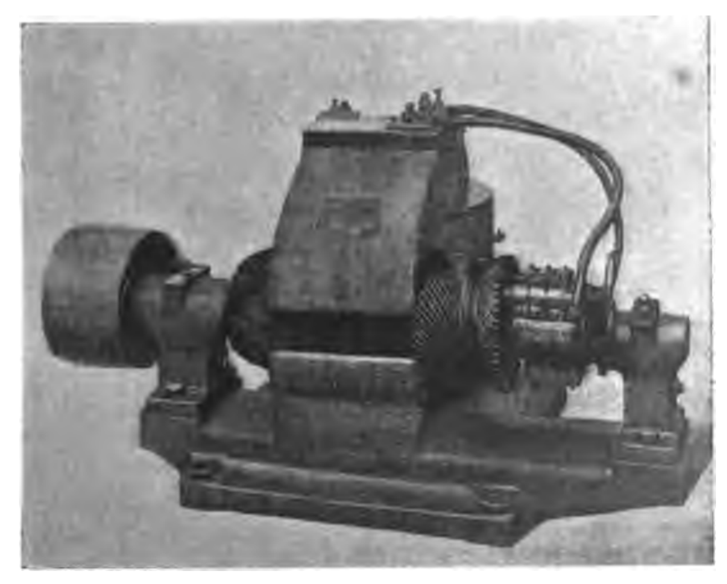
CHAPITRE V

DYNAMOS A COURANT CONTINU

48. Organes d'une dynamo à courant continu. — Une dynamo à courant continu comprend trois parties distinctes :

L'inducteur,
L'induit,
Le collecteur du courant induit.

Fig. 29



Dynamo bipolaire de 2 750 watts (1 650 tours par minute) Société des Établissements Postel-Vinay. Type C_2.

L'inducteur de la dynamo, représentée par la *fig.* 29, est un

électro-aimant à noyau droit dont les pièces polaires sont alésées de manière à former une cavité cylindrique à l'intérieur de laquelle se déplace l'induit. La carcasse de l'induit, ou *armature,* comprend un noyau cylindrique formé de rondelles de tôle mince, séparées les unes des autres par du papier verni et maintenues par un manchon claveté sur l'arbre moteur.

Le fil induit qui recouvre l'armature est partagé en sections distinctes, réunies les unes aux autres de manière à former un circuit continu. Le point de jonction de deux sections successives communique avec une des divisions du *collecteur.*

Ce collecteur, monté sur le même arbre que le noyau, est formé par des lames de cuivre isolées les unes des autres, en nombre égal à celui des sections de l'induit.

Les courants induits sont recueillis par des frotteurs ou *balais* métalliques qui appuient sur le collecteur.

Ces balais sont reliés par des conducteurs flexibles à deux bornes auxquelles s'attachent les extrémités du circuit extérieur.

La distance comprise entre la surface d'une pièce polaire et celle du noyau de l'armature s'appelle *l'entrefer ;* il comprend l'espace occupé par le fil induit et son isolant, ainsi que le jeu nécessaire au mouvement de rotation de l'armature entre les pôles.

Le circuit magnétique de la machine comprend la carcasse de l'électro-aimant, les deux entrefers et le noyau de l'armature.

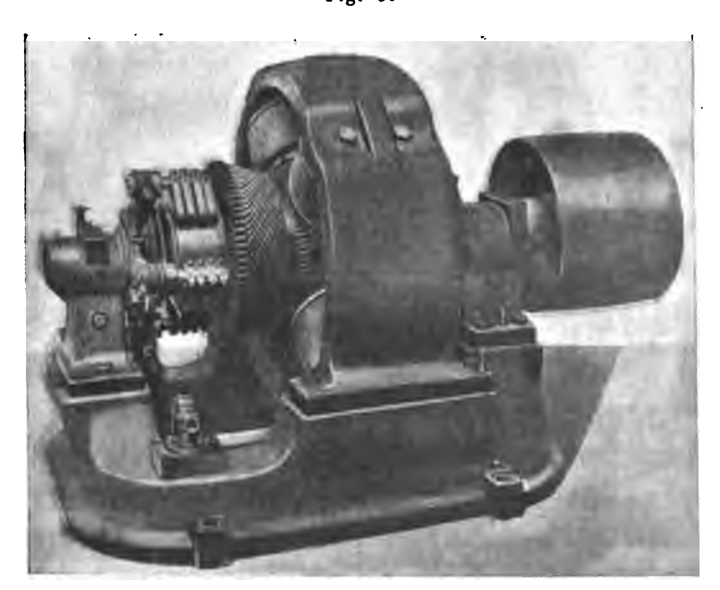
Pour un nombre donné d'ampères-tours inducteurs le flux sera proportionnel à la perméance du circuit dans lequel il se propage. C'est pour augmenter cette perméance et diriger la plus grande partie du flux inducteur à travers l'induit que l'on construit le noyau d'armature en fer doux.

Si le noyau de fer doux était massif, il s'y développerait des

courants de Foucault donnant lieu à la dissipation d'une quantité considérable d'énergie, et c'est pour empêcher la formation de ces courants intérieurs que l'on divise le noyau en lames minces parallèles à la direction du flux inducteur, et par conséquent perpendiculaires à celle des courants parasites qui tendent à se produire.

Ce mode de construction du noyau est commun à toutes les armatures cylindriques.

Fig. 30



Dynamo à 4 pôles de 42 kilowatts (800 tours par minute). Société des Établissements Postel-Vinay.

La *fig.* 30 représente une dynamo avec inducteur à quatre pôles alternés.

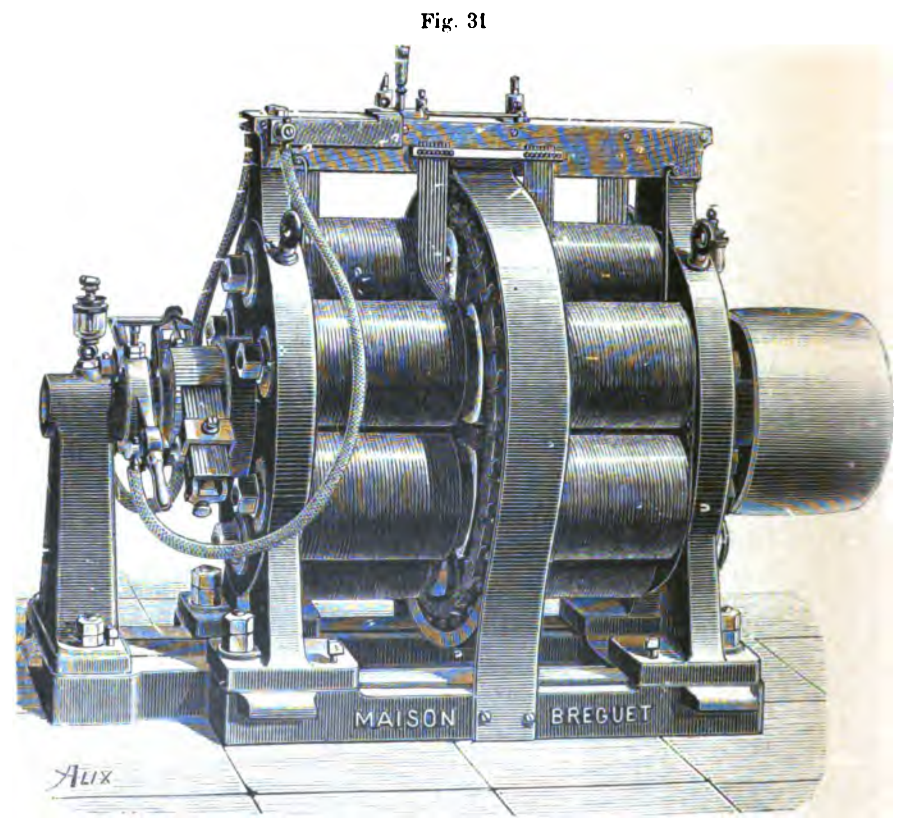
L'armature est cylindrique avec noyau en tôle comme le précédent.

Les courants induits sont recueillis par quatre lignes de balais qui appuient sur le collecteur et sont reliés à deux bornes fixées sur le socle de la machine.

Dans la dynamo, que représente la *fig.* 31, le circuit induit est enroulé sur les deux faces d'un disque mince en carton et se déplace entre deux couronnes d'électro-aimants opposés.

Dans cette machine l'entrefer est l'espace compris entre les faces polaires opposées.

Fig. 31



Dynamo Desroziers à 6 pôles, de 60 kilowatts (600 tours par minute). Maison Bréguet.

Ces trois exemples montrent suffisamment que toutes les dynamos à courant continu, quelles que soient leurs formes et leurs dimensions, sont composées des mêmes organes essentiels : inducteur, induit, collecteur, dont les rôles sont bien définis, et que nous étudierons successivement en détail, en commençant par les inducteurs.

CHAPITRE VI

—

INDUCTEURS

19. Modes d'excitation des inducteurs. — Le courant qui circule autour des inducteurs peut être fourni, soit par un générateur électrique spécial, soit par la dynamo elle-même.

Dans le premier cas la machine est dite à *excitation indépendante*; dans le second cas elle est *auto-excitatrice*.

La possibilité de l'auto-excitation résulte du magnétisme rémanent que possèdent encore les électro-aimants au moment où la dynamo est mise en marche. Ce magnétisme rémanent suffit pour développer une faible force électromotrice; le courant qui en résulte accroît l'intensité du champ inducteur, qui augmente peu à peu jusqu'à ce qu'elle ait atteint sa valeur de régime.

Cette formation progressive du champ n'exige en général qu'un temps assez court. Mais si les électro-aimants sont à l'état neutre ou si le magnétisme qu'ils possèdent est de signe contraire à celui qui correspond à la marche normale, la machine ne s'amorce pas. Le cas se présente lorsque la dynamo n'a pas fonctionné depuis longtemps ou que le sens de l'aimantation a été accidentellement renversé.

Pour amorcer la machine, il faut alors lancer dans le circuit d'aimantation un courant dirigé de manière à communiquer aux noyaux une aimantation rémanente de sens convenable.

L'auto-excitation se fait suivant trois modes différents.

Si c'est le courant total de la machine qui passe dans le circuit d'excitation, la machine est dite excitée *en série*.

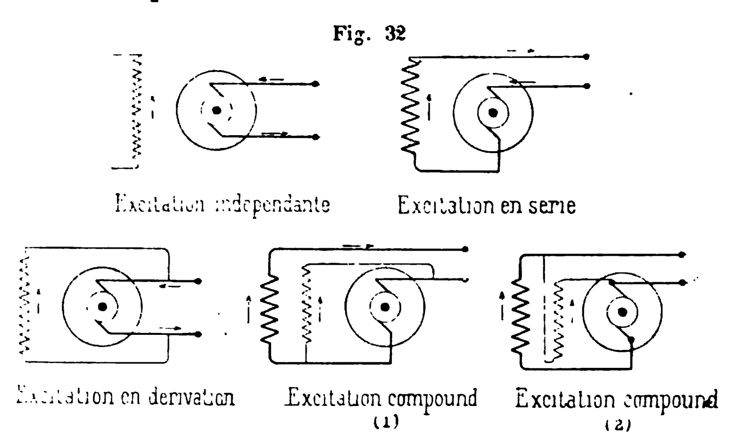
Si l'excitation est faite par une dérivation prise sur le courant total de la machine, la dynamo prend le nom de dynamo excitée *en dérivation* ou *dynamo-shunt*.

Enfin, on peut combiner ces deux modes d'excitation et avoir deux enroulements inducteurs distincts dont l'un est parcouru par le courant total, et l'autre par un courant dérivé; la machine reçoit dans ce cas le nom de *dynamo-compound*.

Chacun de ces modes d'excitation donne à la dynamo des propriétés spéciales que nous étudierons dans un des chapitres suivants.

La *fig.* 32 représente schématiquement les divers modes d'excitation que nous venons d'énumérer.

Fig. 32



50. Éléments de construction des inducteurs. — L'inducteur comprend la carcasse magnétique de l'électro-aimant et les bobines inductrices.

Les métaux employés pour la construction de la carcasse sont la fonte et l'acier doux, plus rarement le fer forgé, dont la mise en œuvre est plus coûteuse que celle de l'acier qui peut être obtenu sous forme de moulages et dont la perméabilité magnétique est la même que celle du fer forgé.

La perméabilité magnétique de la fonte n'étant que la moitié environ de celle de l'acier doux, les pièces en fonte doivent, à perméance égale, avoir une section double de celle des mêmes pièces d'acier ; mais comme le prix de la fonte est la moitié environ de celui de l'acier, le coût de la matière sera sensiblement le même dans les deux cas.

L'enroulement d'un noyau de fonte exigera, à résistance électrique égale, un poids double de cuivre ; mais la simplification que l'emploi de la fonte permet de réaliser dans la construction, et l'économie de main-d'œuvre qui en résulte peuvent compenser, et au-delà, la dépense supplémentaire du cuivre, surtout pour les machines de faible puissance. Il n'y a donc pas de règle à formuler sur la préférence à donner à l'un ou à l'autre métal ; le choix à faire est une question de prix de revient ou de convenance de fabrication. Lorsqu'il est nécessaire de réduire au minimum le poids et les dimensions d'encombrement de la dynamo, on emploie exclusivement l'acier moulé.

Le conducteur du courant d'aimantation peut être enroulé soit directement sur le noyau de l'électro-aimant, soit sur un manchon à l'intérieur duquel passe le noyau.

L'enroulement se fait ordinairement avec du fil de cuivre pur isolé par deux ou trois couches de coton que l'on enduit de vernis à la gomme laque pendant le bobinage. Les couches successives sont séparées les unes des autres par une feuille de papier. Lorsque l'espace dont on dispose pour loger l'enroulement est restreint, on substitue au fil rond un fil à section carrée ou rectangulaire. Si le conducteur doit avoir plus de 5 à 6 millimètres de diamètre, il est préférable de remplacer le fil unique par un faisceau de fils de diamètre moindre que l'on réunit parallèlement. Enfin, lorsque le courant à transmettre autour des noyaux a une très grande intensité, on emploie une bande de cuivre mince dont les spires sont isolées par du papier.

La carcasse et les différentes parties de l'électro-aimant

doivent avoir une rigidité suffisante pour résister, sans déformation, aux attractions qui s'exercent dans l'entrefer.

Dans les machines de faible et de moyenne puissance les sections des pièces sont en général suffisantes pour résister à ces efforts, mais il n'en est pas toujours de même dans les dynamos de très grandes dimensions.

Les efforts auxquels est soumise la carcasse des électro-aimants sont faciles à calculer, lorsqu'on connaît la valeur de l'induction dans l'entrefer.

La tension des lignes d'induction magnétique étant égale à $\frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi\mu}$ dynes par centimètre carré (**25**), on voit que, pour $\mathfrak{B} = 5\,000$ maxwells par centimètre carré et $\mu = 1$ (dans l'air), on aura une tension de 1 kilogramme environ par centimètre carré.

Lorsque la carcasse a un grand diamètre, cet effort pourrait la déformer si l'on n'avait soin de calculer ses dimensions en conséquence, et s'il y a lieu, de la consolider par des tirants transversaux.

Les électro-aimants des dynamos à courant continu se présentent sous des formes extrêmement variées ; les unes sont motivées par les conditions spéciales auxquelles doit satisfaire la machine, tandis que les autres n'ont d'autre but que de modifier son apparence extérieure.

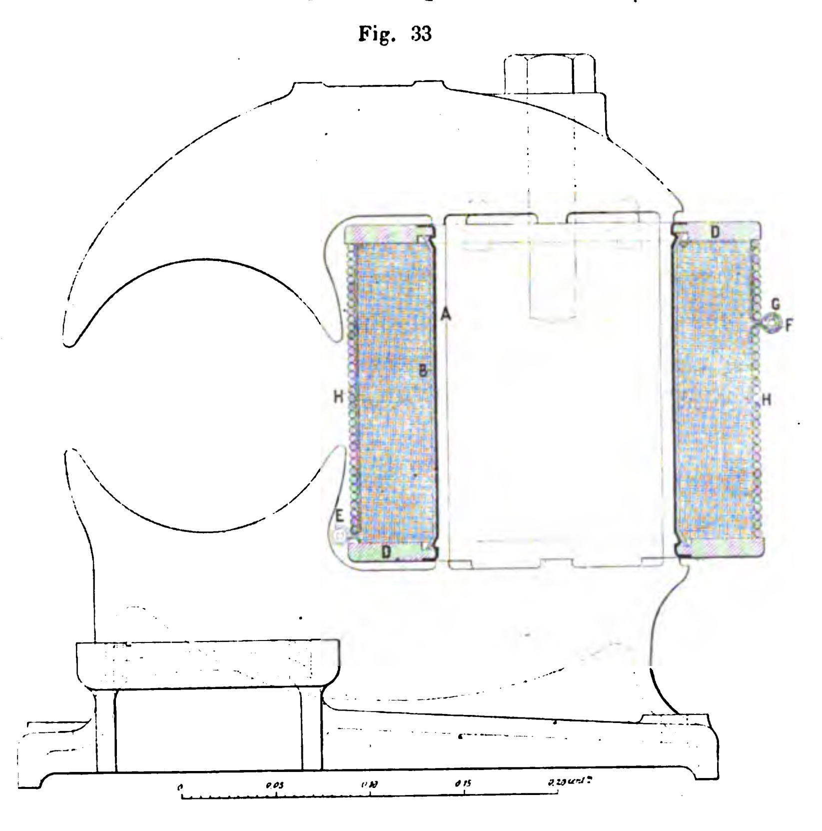
Ces formes multiples peuvent d'ailleurs se rattacher à un petit nombre de types dont nous décrirons les dispositions principales.

51. Inducteurs bipolaires. — La *fig.* 33 donne les détails de construction de l'inducteur de la machine bipolaire représentée *fig.* 29, page 101.

Cet inducteur est en fonte ; le noyau et la pièce polaire inférieure sont coulés avec le socle de la machine. La pièce polaire supérieure est fixée sur le noyau par un goujon ; les surfaces de contact des deux pièces sont parfaitement dressées.

Le manchon de la bobine inductrice se compose d'une carcasse A, en tôle de 1,5 mm., recouverte d'une gaine isolante de 2 mm. Les joues D qui maintiennent l'enroulement sont en carton comprimé de 10 mm. L'enroulement est formé par 2 000 tours de fil de 13/10 mm. de diamètre nu e 17/10 mm. isolant compris. Les prises de courant E et F, en

Fig. 33



laiton, sont raccordées aux extrémités de l'enroulement par des bandes de clinquant maintenues par des contre-plaques [1]. Les conducteurs qui relient les extrémités de la bobine inductrice aux bornes de la machine sont fixés sur les prises de cou-

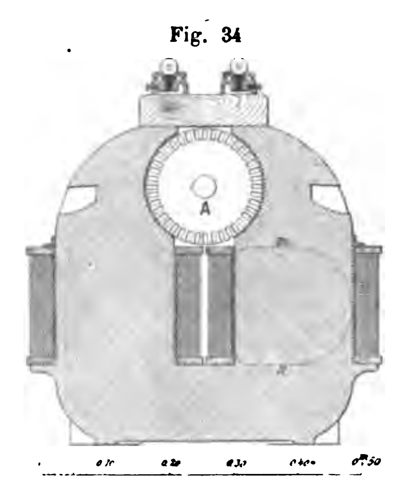
---

[1] Les prises de courant E et F sont en réalité dans un plan perpendiculaire à la figure et n'ont été indiquées sur le dessin que pour montrer le mode de connexion avec le fil inducteur.

rant, E F, par des vis d'acier G. La bobine, une fois terminée, est recouverte d'une couche de ficelle H, de 4 mm.

La *fig*. 34 représente un électro-aimant bipolaire en fer à cheval, désigné sous le nom de « type supérieur », pour une dynamo de 5 chevaux environ (Siemens et Halske).

Fig. 34



Les noyaux, les pièces polaires et le socle sont en fonte d'une seule pièce.

La coupe horizontale du noyau est indiquée par le tracé pointillé *mn*.

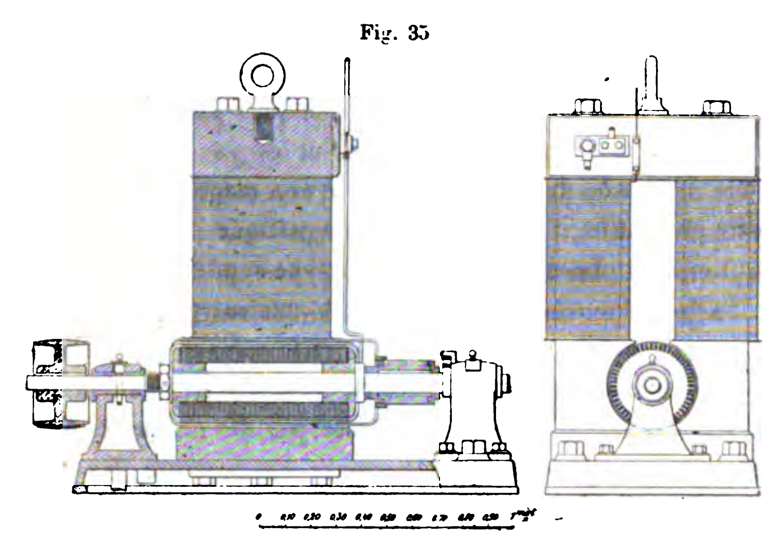
Les manchons des bobines inductrices sont en tôle recouverte d'isolant et terminés par deux joues en bois.

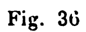
Les bobines reposent par le bas sur une nervure du socle et sont maintenues à la partie supérieure par une cornière vissée sur le noyau. Chaque bobine est formée de 3 500 tours de fil de 12/10 mm. de diamètre nu et 15/10 mm. isolant compris.

La *fig*. 35 représente un électro-aimant en fer à cheval, type Edison-Hopkinson, dont les pièces polaires reposent sur le socle de la machine.

Les noyaux, de section rectangulaire, et les pièces polaires sont en fer forgé ; la culasse, également en fer doux, est fixée sur les noyaux au moyen de goujons.

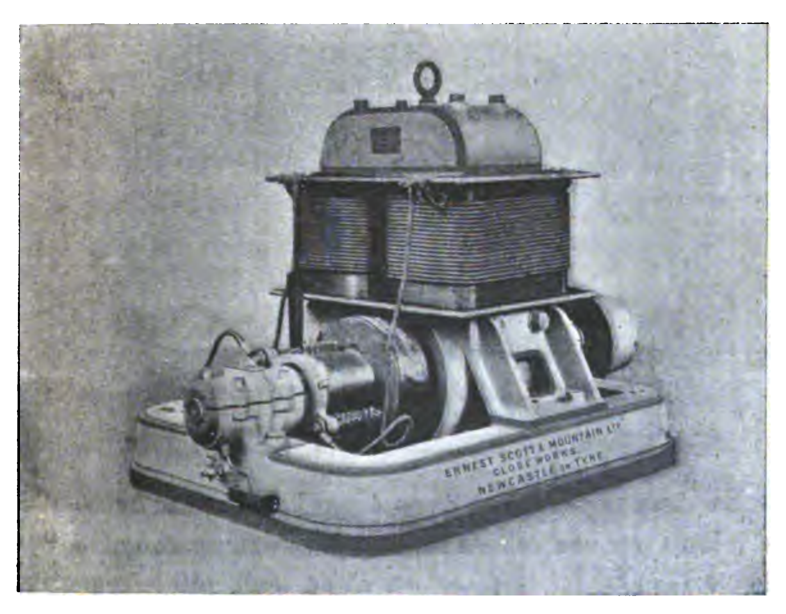
Fig. 35





Dynamo bipolaire à pôles inférieurs (Edison-Hopkinson).

Fig. 36



Dynamo bipolaire à pôles inférieurs (Scott et Mountain).

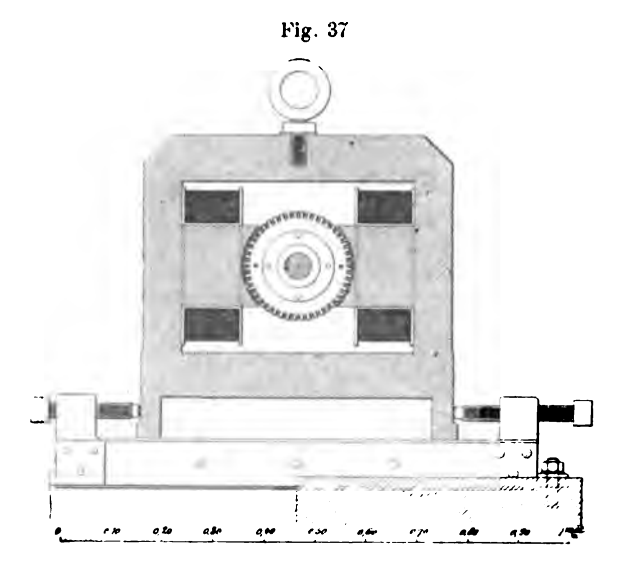
Chaque bobine est formée de 1935 tours de fil de cuivre de 23/10 mm. de diamètre nu et 30/10 mm. isolant compris.

Pour éviter les dérivations magnétiques par le bâti de la machine, on interpose entre le socle et les pièces polaires une pièce de zinc ou de fonte manganésée non magnétique. Malgré cette précaution, la perte de flux magnétique par dérivations est toujours plus élevée que dans le type supérieur.

La *fig.* 36 représente une dynamo bipolaire à pôles inférieurs comme la précédente. Les noyaux et la culasse sont en acier moulé ; l'inducteur est fixé sur le socle en fonte au moyen de deux pattes en bronze consolidées par des nervures. Cette disposition a l'avantage de diminuer l'importance des dérivations magnétiques par le bâti.

La *fig.* 37 représente une dyamno bipolaire désignée sous le nom de type cuirassé (Lahmeyer et C[ie]).

Fig. 37

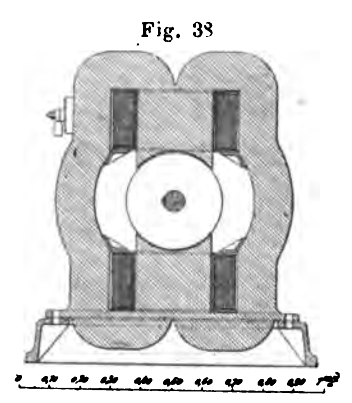


Les deux noyaux sont disposés sur le même axe horizontal et réunis par une culasse rectangulaire extérieure qui enveloppe l'induit. La carcasse est d'une seule pièce venue de fonte avec le socle.

La *fig.* 38 représente un électro-aimant bipolaire du type cuirassé vertical (Société des anciens établissements Cail).

La carcasse magnétique est en acier moulé d'une seule pièce et fixée par des boulons sur le socle en fonte de la machine.

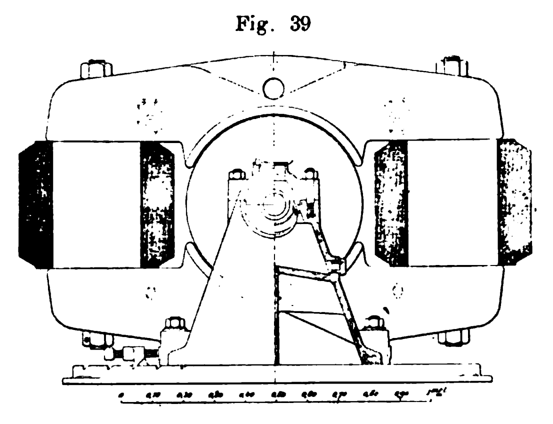
Fig. 38



Les électro-aimants que nous venons de passer en revue sont à circuit magnétique simple formé par les noyaux, la culasse, les pièces polaires, l'entrefer et l'armature.

Dans la dynamo de la *fig.* 39, désignée sous le nom de type Manchester, le circuit magnétique est double.

Fig. 39



L'inducteur se compose de deux noyaux droits parallèles, dont les pôles de mêmes noms sont réunis par une pièce polaire commune ; il est équivalent à un système de deux électro-aimants simples (*fig.* 33) montés en opposition; chacun

des noyaux fournit la moitié du flux total. Les noyaux sont en acier moulé, les pièces polaires en fonte.

Avec les électros-aimants en fer à cheval, si l'entrefer a la même épaisseur sur toute son étendue, le champ magnétique sera plus intense au voisinage des noyaux que vers les cornes polaires.

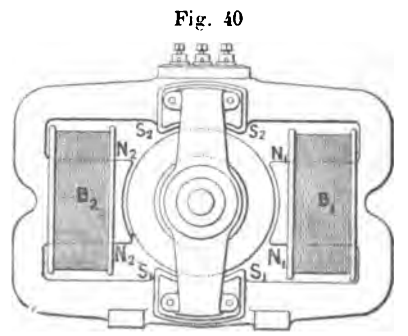
Avec la disposition des *fig.* 35 et 36, l'attraction magnétique agit en sens inverse de la pesanteur et diminue la pression de l'arbre sur les coussinets, ce qui est une condition favorable pour la durée et le bon fonctionnement de la dynamo.

Avec le type supérieur (*fig.* 34) c'est l'effet inverse qui se produit et, pour diminuer le frottement de l'arbre dans ses coussinets, il faut réduire légèrement l'entrefer supérieur de manière à y renforcer le champ.

Les types cuirassé et Manchester donnent un champ magnétique uniforme sur le contour du noyau ; il en est de même pour les inducteurs multipolaires que nous allons décrire.

52. Inducteurs multipolaires. — Un électro-aimant multipolaire est formé par la réunion de plusieurs électro-aimants bipolaires groupés symétriquement autour de l'armature.

Fig. 40



Dans l'électro-aimant cuirassé à quatre pôles (*fig.* 40) les pôles N_1 et N_2 produits par les bobines magnétisantes sont de mêmes polarités; les pôles S_1 et S_2 sont de polarités contraires.

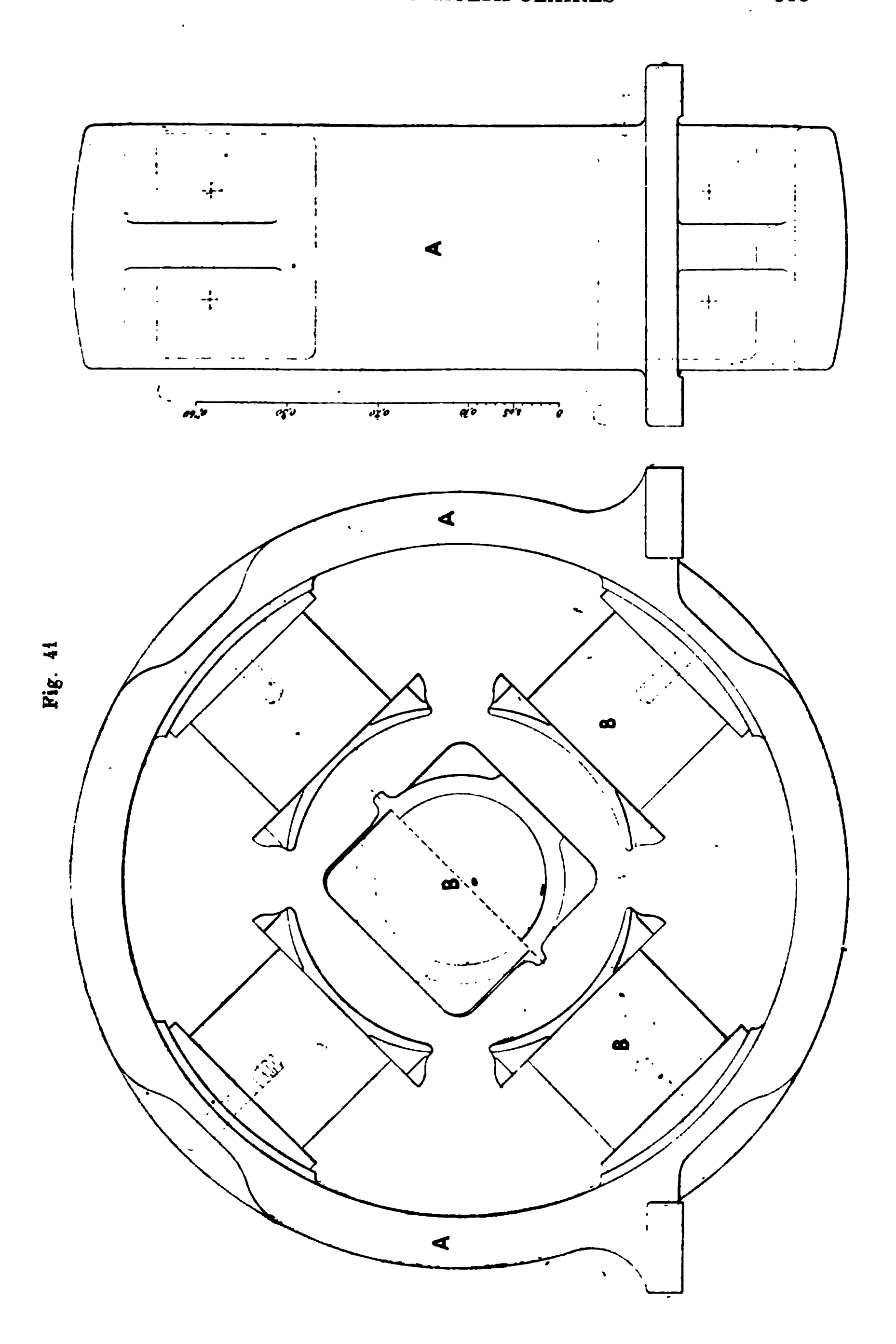
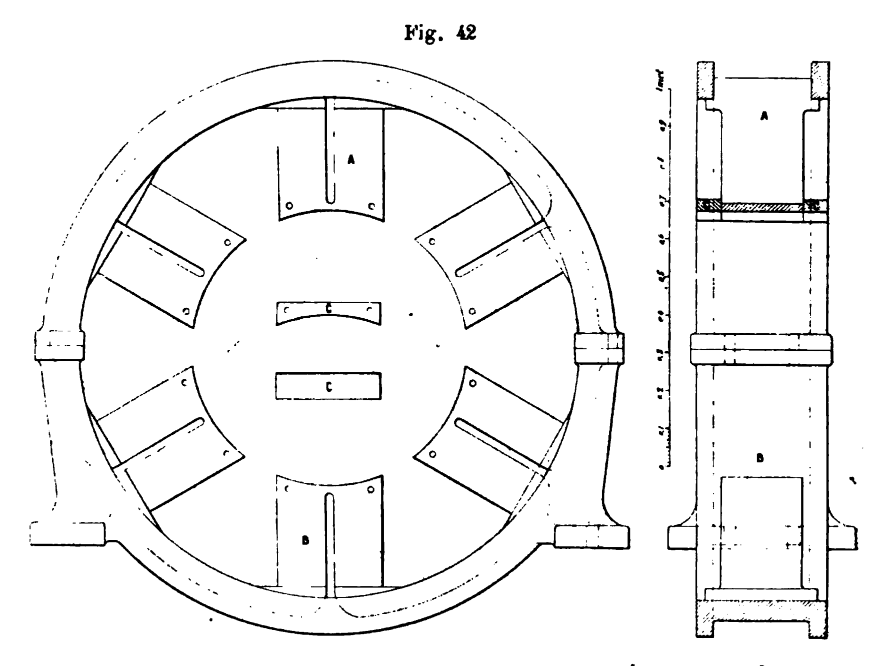


Fig. 41

L'inducteur (*fig.* 41) est celui de la machine à 4 pôles représentée en perspective *fig.* 30 (page 103). Il est formé par une couronne A en acier coulé, à l'intérieur de laquelle sont fixés les quatre noyaux B, également en acier, terminés par un épanouissement polaire venu de fonte avec le noyau. L'enroulement du fil inducteur se fait directement sur le noyau préalablement recouvert d'une gaine isolante.

Fig. 42



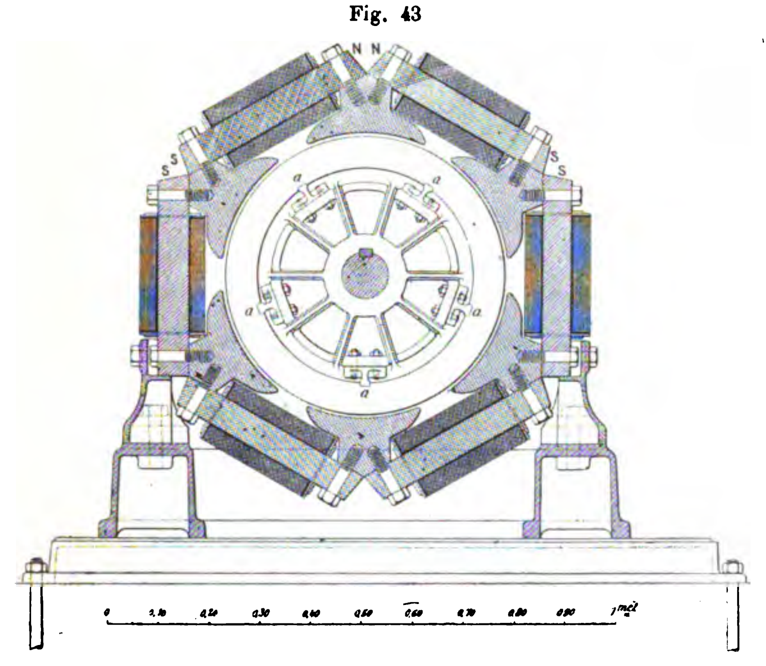
Dans l'inducteur à six pôles (Société de l'Éclairage Électrique), (*fig.* 42), les noyaux sont fondus avec la couronne qui est divisée en deux pièces A et B. La bobine inductrice du noyau est enroulée sur un manchon que l'on maintient par deux taquets en fonte C vissés sur les noyaux. La couronne de l'inducteur se fixe sur le socle de la machine au moyen de quatre boulons.

La *fig.* 43 représente l'inducteur d'une dynamo système Thury à six pôles (Schneider et Cie).

Il est formé par six noyaux en fer, à section rectangulaire,

réunis par six pièces polaires en fonte. Chaque bobine développe deux pôles, comme dans le type Manchester. La longueur du circuit magnétique à l'intérieur de la carcasse est

Fig. 43



réduite au minimum, mais la construction est plus compliquée et plus coûteuse que celle des électros-aimants précédents.

La *fig.* 44 (page 118) donne les détails du bobinage de l'inducteur d'une dynamo à six pôles de 100 kilowatts (Société des Etablissements Postel-Vinay).

La carcasse A du manchon de la bobine inductrice est en tôle de 1 mm. recouverte d'une couche isolante de 3 mm. Les brides d'extrémité du manchon sont métalliques : B en tôle de 8 mm. d'épaisseur; E en bronze. Chacune de ces joues métalliques est recouverte d'une rondelle isolante en carton comprimé de 10 mm. d'épaisseur.

La machine étant à excitation compound, l'enroulement en dérivation est séparé de l'enroulement série par une rondelle de carton D de 10 mm. d'épaisseur.

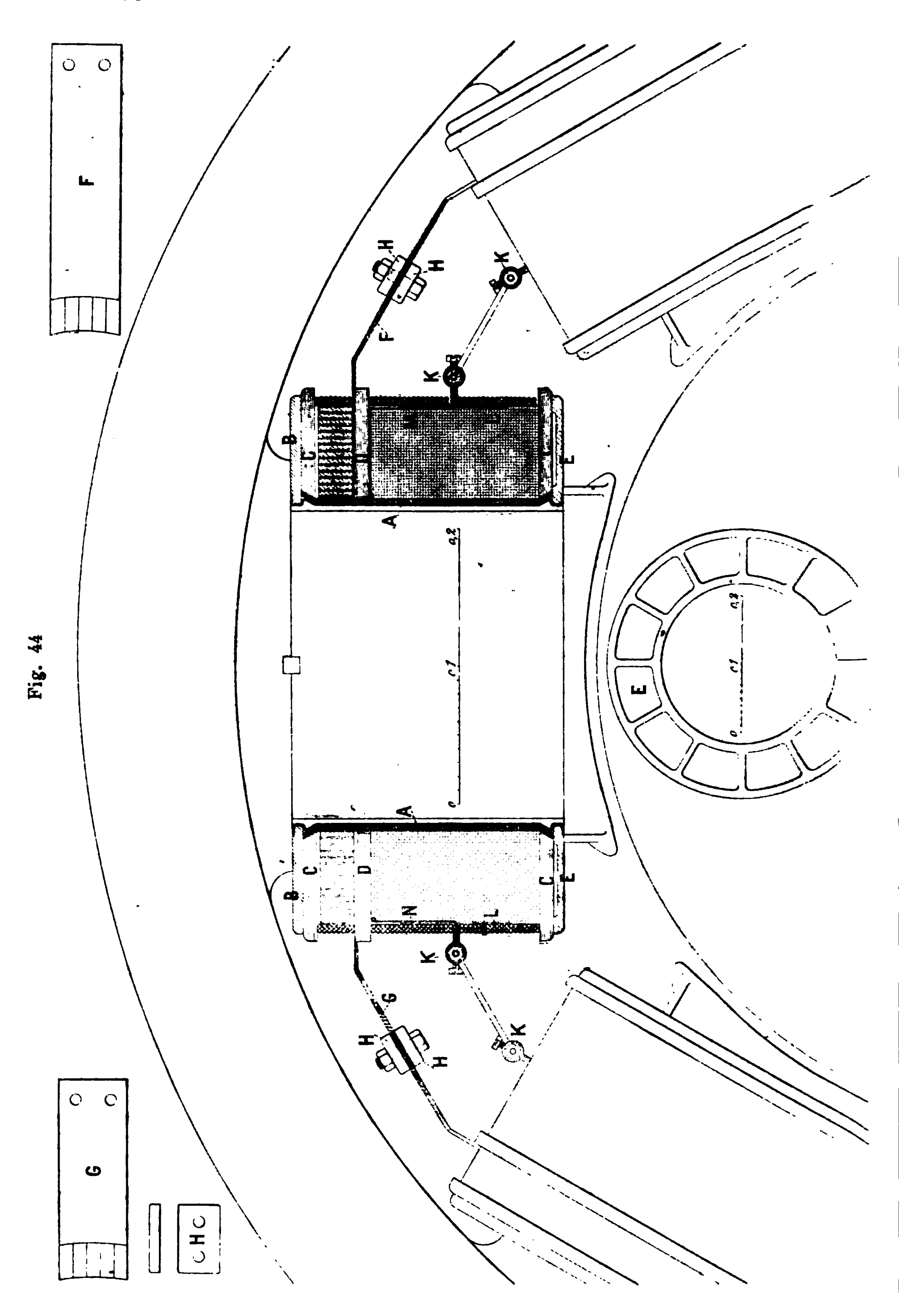


Fig. 44

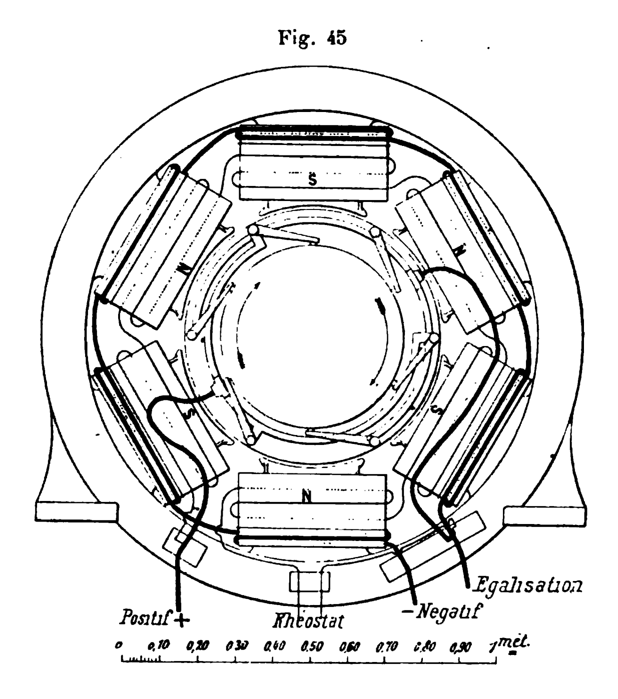
L'enroulement dérivé est en fil de cuivre de 1 mm. de diamètre nu et 14/10 mm. isolant compris. Chaque bobine a 2 500 spires en fil de 1 mm. de diamètre ; les couches sont séparées les unes des autres par une feuille de papier.

Les prises de courant sur la première et sur la dernière spire de l'enroulement sont faites par des bandes de clinquant, M et N, de 20 mm. sur 0,2 mm. d'épaisseur, qui s'enroulent sur les serre-fils, K, en cuivre de 30 mm. de largeur sur 0,5 mm. d'épaisseur. La bobine est recouverte de deux couches de ficelle de 4 mm.

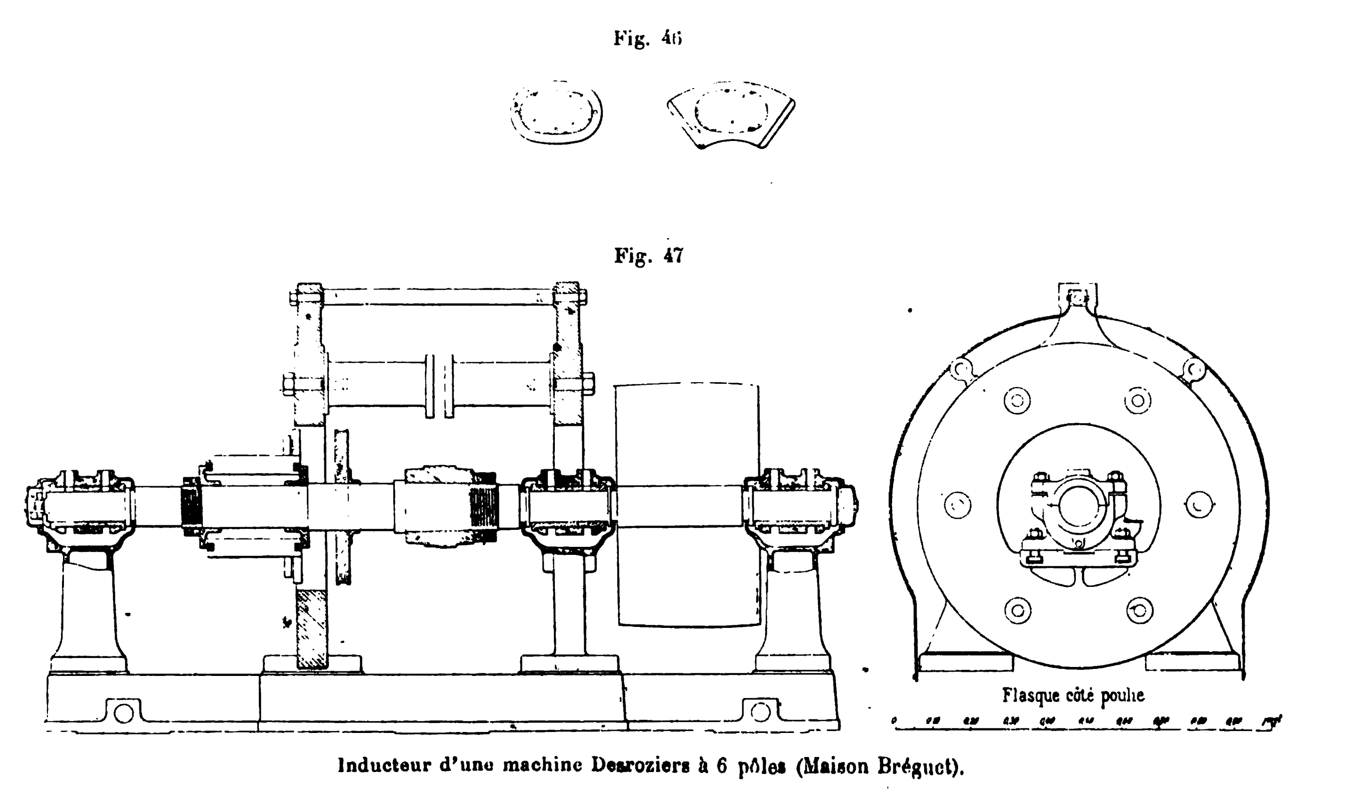
Le conducteur de l'enroulement en série, comprenant 13 1/2 tours par inducteur, est une bande de cuivre de 25 × 4 mm., dont les spires sont séparées par du papier.

Les bobines sont réunies les unes aux autres par des bandes de cuivre et des serre-fils indiqués sur la figure.

Fig. 45



La *fig*. 45 donne le schéma de la circulation des cou-



Inducteur d'une machine Desroziers à 6 pôles (Maison Bréguet).

rants inducteurs dans les bobines-shunt et les bobines-série de cet inducteur. Nous indiquerons l'objet de la troisième borne (*égalisation*), en traitant du couplage des dynamos à courant continu.

La *fig.* 47 indique les détails de construction de l'inducteur d'une dynamo Desroziers à six pôles, représentée en perspective page 104 (*fig.* 31).

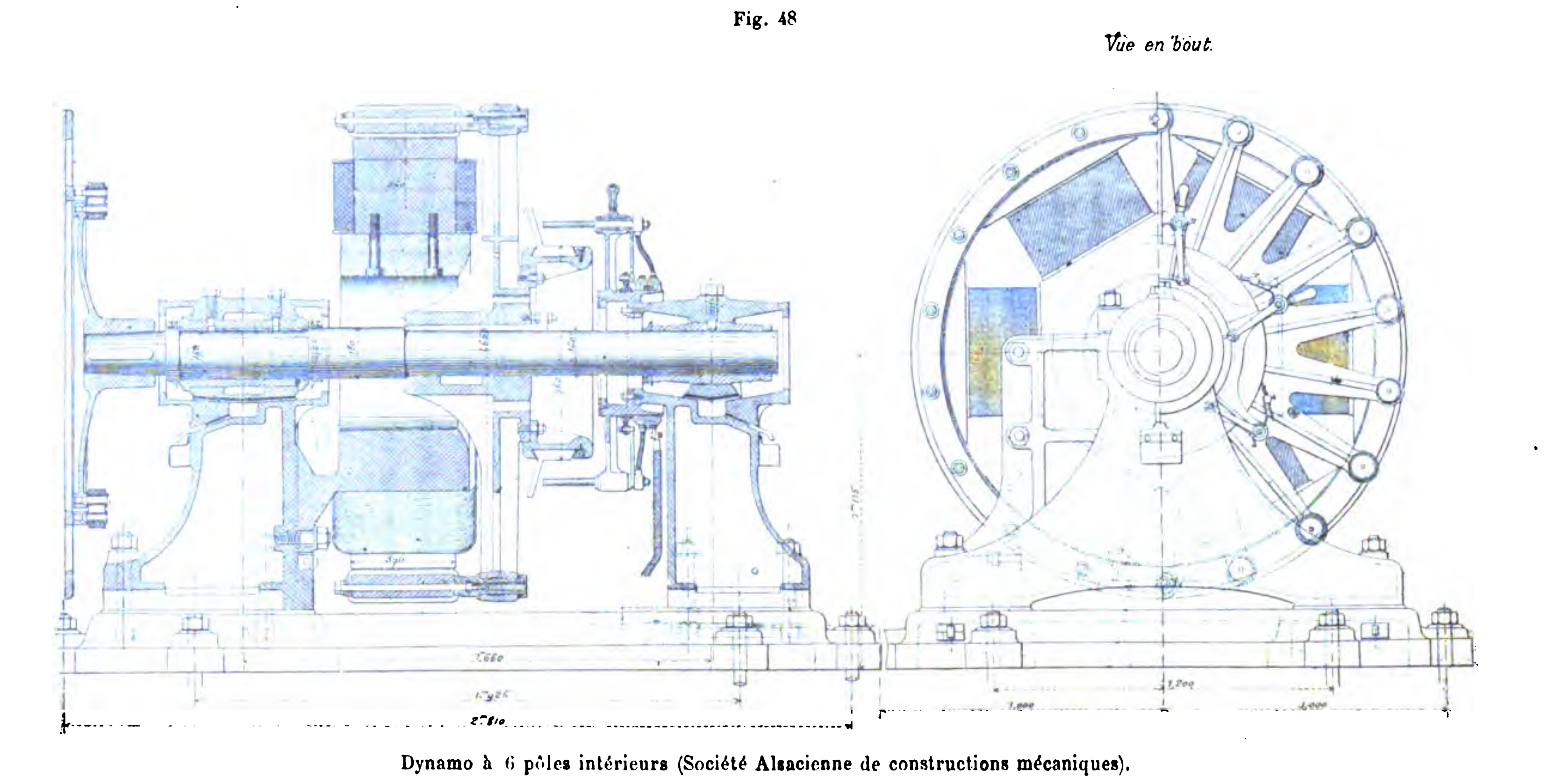
Cet inducteur est formé par deux couronnes de noyaux droits fixés sur deux flasques circulaires en fonte.

La *fig.* 46 donne la section de ces noyaux qui sont en acier coulé. Les noyaux d'un même flasque sont alternativement de noms contraires, et les deux noyaux opposés sont de polarités différentes, de telle sorte que les lignes de flux sont normales au plan du disque qui se déplace entre les deux couronnes de pôles dans un entrefer de 24 mm.

L'écartement des flasques est maintenu par une entretoise qui doit résister, sans déformation, aux attractions magnétiques des pôles opposés.

Dans la machine à 6 pôles (*fig.* 48) de la Société Alsacienne de Constructions mécaniques à Belfort, l'inducteur, qui est fixe, est placé à l'intérieur de l'armature ; il est constitué par une culasse hexagonale en fonte dont le centre est traversé par l'arbre moteur. Les noyaux, de section rectangulaire, sont en acier moulé et fixés sur les faces latérales de la culasse par de fortes vis ; après avoir été garnis de leurs bobines inductrices, ils sont munis d'épanouissements polaires en fonte. Le mode et les détails de construction de l'armature seront décrits au chap. VIII.

Fig. 48



Dynamo à 6 pôles intérieurs (Société Alsacienne de constructions mécaniques).

CHAPITRE VII

ENROULEMENT DE L'INDUIT

53. Classification des enroulements. — Les induits des dynamos à courant continu diffèrent les uns des autres par le mode d'enroulement du circuit induit.

Les induits bipolaires se divisent en :

Induits en anneau,

Induits en tambour.

Les induits multipolaires se divisent en :

Induits en anneau,

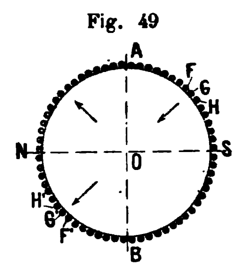
Induits en tambour,

Induits en disque.

A. INDUITS BIPOLAIRES

54. Force électromotrice induite. — Dans un champ bipolaire N S (*fig.* 49), considérons un cylindre dont la sur-

Fig. 49



face est recouverte de N conducteurs équidistants, parallèles à l'axe de rotation, et désignons par Φ le flux qui traverse le plan AB normal à la ligne NS,

Lorsque le cylindre tourne d'un angle $\frac{2\pi}{N}$, la somme des flux coupés par les génératrices du segment ASB sera égale à Φ. Si le cylindre fait n tours par seconde, la durée de la variation sera $\frac{1}{nN}$ seconde. La somme des forces électromotrices induites dans le segment ASB, étant égale au quotient du flux coupé par la durée du déplacement, sera, en valeur absolue :

$$\sum e_1 = nN\Phi.$$

En appliquant la règle de Maxwell ou celle des trois doigts, on voit que, si le cylindre tourne de gauche à droite, les forces électromotrices induites dans le segment ASB seront toutes dirigées d'arrière en avant de la figure.

On aura de même pour le segment BNA

$$\sum e_2 = nN\Phi ;$$

les forces électro-motrices, e_2, étant dirigées de l'avant à l'arrière de la figure.

Le plan AB perpendiculaire à la ligne des pôles, qui sépare les deux régions de polarités différentes, s'appelle le *plan neutre.*

Si les génératrices sont réunies les unes aux autres de manière à former un circuit continu, on aura de chaque côté du plan AB une force électromotrice totale

$$E = nN\Phi.$$

Ces deux forces électro-motrices, étant en opposition, donnent dans le circuit intérieur une somme nulle ; mais, si l'on réunit par un conducteur extérieur les génératrices situées en A et en B, il se développera dans chacun des segments un courant d'intensité i, et le circuit extérieur recevra un courant $I = 2i$.

55. Deux modes d'enroulement. — Pour réunir entre elles les génératrices du cylindre de manière à former un

circuit continu dans lequel les forces électromotrices s'ajoutent, on peut procéder de deux manières différentes.

1° Réunir deux génératrices voisines, faisant entre elles un angle $\frac{2\pi}{N}$, au moyen d'un conducteur passant à l'intérieur du cyclindre (*fig.* 50) ; c'est *l'enroulement en anneau.*

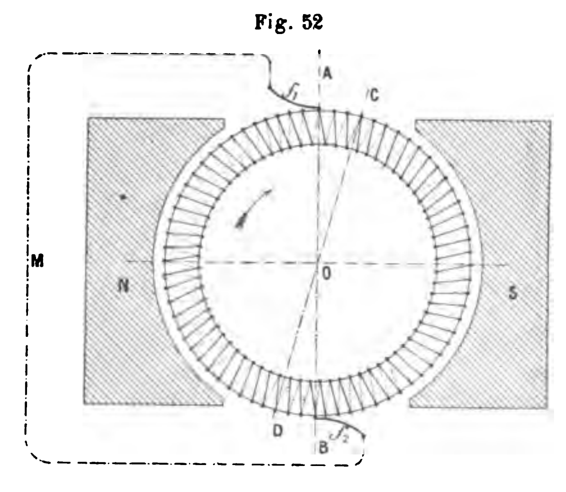
Fig. 50 Fig 51



2° Réunir deux génératrices de polarités opposées, faisant entre elles un angle égal à $\pi \pm \frac{2\pi}{N}$, par un conducteur mené sur les bases du cylindre (*fig.* 51); c'est l'*enroulement en tambour*.

56. Anneau bipolaire. — Le noyau de l'armature en anneau, ou armature Gramme, est un tube cylindrique formé par des rondelles de tôle séparées les unes des autres par des feuilles de papier verni.

Fig. 52



Le conducteur induit est un fil de cuivre isolé enroulé uniformément autour de la paroi du tube, toujours dans le même

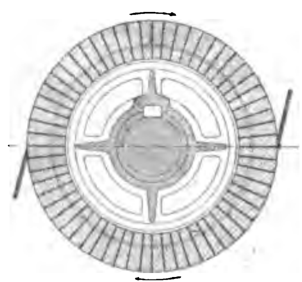
sens, de manière à former un circuit continu sans fin recouvrant complètement la surface de l'anneau (*fig.* 52).

Aux deux extrémités du diamètre AB, que nous supposons fixe dans l'espace, plaçons deux frotteurs métalliques, f_1, f_2, que nous ferons appuyer sur le cylindre. Si les fils sont dénudés à l'endroit du contact, les frotteurs seront à chaque instant en communication avec les génératrices qui passent en A et en B et, si les fils sont assez rapprochés pour que le contact ne soit rompu avec l'un d'eux qu'après avoir été établi avec le suivant, un voltmètre, dont les bornes seraient reliées aux frotteurs f_1 et f_2, indiquera entre ces deux points une différence de potentiel constante

$$E = nN\Phi \times 10^{-8} \text{ volts.}$$

57. Collecteur. — En pratique, au lieu de faire porter les balais frotteurs directement sur les fils extérieurs, on emploie pour recueillir les courants un organe intermédiaire appelé le *collecteur*.

Fig. 53

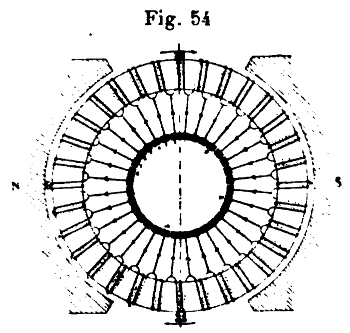


Ce collecteur (*fig.* 53) est un cylindre monté sur l'arbre de l'armature et formé d'une série de lames de cuivre taillées en coin, isolées les unes des autres et reliées aux génératrices de l'enroulement.

La répartition des potentiels au collecteur sera la même que dans le circuit induit et, en faisant appuyer les balais sur les deux lames correspondant aux génératrices située dans le plan

neutre, on obtiendra le même résultat qu'avec la disposition précédente.

Fig. 54

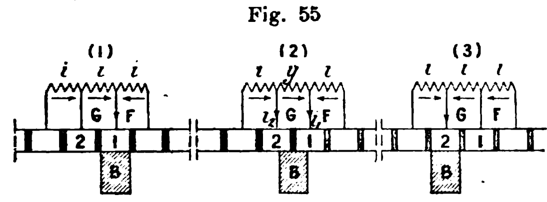


Afin de ne pas avoir un trop grand nombre de lames au collecteur, on divise l'enroulement en sections, comprenant chacune plusieurs tours de fil (*fig.* 54.), et on relie au collecteur le point commun à deux sections successives. Avec cette disposition, la différence de potentiel entre les balais n'est plus rigoureusement constante ; mais, avec un nombre de lames suffisant, les fluctuations sont toujours assez faibles pour que la force électro-motrice développée entre balais puisse être considérée comme pratiquement constante.

58. Commutation. Angle de calage des balais. — Par suite du mouvement de rotation de l'armature, chaque section passe périodiquement d'un côté à l'autre de la ligne des balais. Les courants des deux régions étant de sens contraires, ce passage donne lieu à une inversion du courant dans la section commutée.

Considérons deux sections F, G situées de part et d'autre de l'axe du balai.

Fig. 55



Dans la position (1) (*fig.* 55), le balai, que nous supposerons

de même largeur qu'une lame de collecteur, ne touche que la lame n° 1 correspondant au point de jonction des sections F et G.

i désignant l'intensité du courant induit dans un des circuits de l'armature, le courant reçu par le balai sera $I = 2i$.

Le collecteur tournant dans le sens indiqué, le balai B recouvre ensuite les lames 1 et 2 du collecteur (*fig.* 55 (2)); la section G se trouve mise en court circuit et son courant diminue.

Désignons par y l'intensité variable de ce courant, et appelons i_1 et i_2 les courants transmis au balai par les lames 1 et 2 du collecteur, nous aurons

$$i_1 = i + y, \qquad i_2 = i - y,$$

et par conséquent le courant total recueilli par le balai sera

$$I = 2i.$$

Quelle que soit la position des lames 1 et 2 sous le balai B, le courant transmis au circuit extérieur sera toujours la somme des deux courants intérieurs.

Au moment où la lame 1 quitte le balai, $i_1 = 0$, et par conséquent

$$y = -i.$$

La section G (*fig.* 55 (3)) est maintenant le siège d'un courant de même sens que celui du segment dans lequel elle entre.

Quelle que soit la position des balais, l'inversion sera terminée au moment où la lame 1 quitte le balai ; mais, si les balais sont fixés dans le plan perpendiculaire à la ligne des pôles, on voit éclater des étincelles plus ou moins violentes entre le balai et la lame du collecteur qui vient de le quitter.

L'expérience montre que, pour les faire disparaître, il faut déplacer la ligne des balais dans le sens du mouvement de rotation. L'angle AOC, que fait la nouvelle position des balais avec le plan neutre AB (*fig.* 52), s'appelle l'*angle de calage des balais.*

Ce phénomène a une grande importance pratique, et nous aurons à l'étudier spécialement dans un chapitre suivant; nous nous bornerons ici à en indiquer l'origine.

Le courant qui circule dans l'induit produit un champ magnétique qui se superpose au champ des inducteurs. Le champ résultant sera incliné sur la ligne des pôles et le plan CD, perpendiculaire à la direction du flux résultant, sera incliné sur AB; c'est ce plan CD qui sera le plan de symétrie ou plan neutre du champ résultant.

Les forces électromotrices induites dans les génératrices situées de part et d'autre de CD seront en opposition, et c'est dans ce plan que doivent être fixés les balais. L'angle des deux plans AB et CD dépendra du rapport des deux champs composants et, si le champ des inducteurs est constant, la position à donner aux balais variera avec le débit de la machine.

Lorsque la machine fonctionne à circuit ouvert, le courant induit est nul et le plan neutre sera le plan AB perpendiculaire à la ligne des pôles. A mesure que l'intensité du courant débité augmente, le plan neutre du champ résultant s'incline de plus en plus sur AB; l'angle de calage augmente.

La position des balais, à un régime donné, se détermine en cherchant par tâtonnements l'inclinaison pour laquelle les étincelles sont totalement supprimées, ou du moins réduites au minimum. Il faut donc que les balais puissent être déplacés autour de l'axe du collecteur pendant le fonctionnement de la machine.

Les indications précédentes sur le décalage des balais, lorsque la machine fonctionne en circuit extérieur fermé, sont applicables à tous les types de dynamos à courant continu, bipolaires ou multipolaires.

59. Tambour bipolaire. — Dans l'enroulement en tambour l'addition des forces électromotrices partielles induites dans les génératrices extérieures se fait en réunissant deux

génératrices de polarités différentes par un conducteur mené sur l'une des bases (*fig.* 51).

Les éléments de l'enroulement en tambour seront donc des cadres ayant deux côtés disposés suivant les génératrices extérieures du cylindre. Leur nombre étant la moitié de celui des génératrices, N doit être pair.

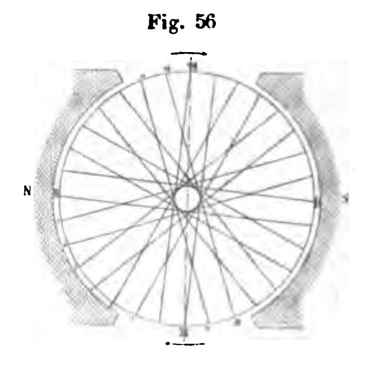
Pour que les $\frac{N}{2}$ cadres élémentaires soient égaux et symétriquement disposés, il faut que le nombre des divisions comprises entre les deux côtés du cadre soit impair ; ce nombre s'appelle le *pas de l'enroulement sur la base arrière*; nous le représenterons par y_1. Comme les deux côtés du cadre parallèles à l'axe doivent être de polarités différentes et que y_1 est impair, on prendra

$$y_1 = \frac{N}{2} - 1, \text{ si } \frac{N}{2} \text{ est pair;}$$

$$y_1 = \frac{N}{2}, \text{ si } \frac{N}{2} \text{ est impair.}$$

Pour un tambour à 32 génératrices on aurait $y_1 = 15$.

Fig. 56



Les génératrices étant numérotées de 1 à 32, joignons sur la base arrière (*fig.* 56) les extrémités des génératrices

1-16, 3-18, 5-20, . . . 29-12, 31-14.

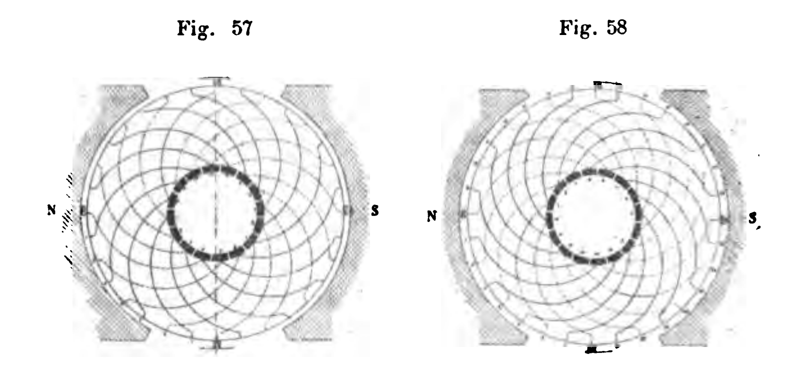
Nous formerons ainsi 16 cadres ouverts égaux, disposés symétriquement autour de l'axe; l'angle compris entre les plans de deux cadres successifs est le même pour tous et égal à $\frac{4\pi}{N}$.

Pour compléter l'enroulement, de manière à obtenir un circuit continu fermé sur lui-même, on réunira sur la même lame du collecteur la fin d'un cadre avec le commencement du cadre suivant ou du cadre précédent.

Le premier mode s'appelle *enroulement imbriqué* (*fig.* 56), le second *enroulement ondulé* (*fig.* 57).

Si nous désignons par y_2 le *pas de l'enroulement sur la base avant*, c'est-à-dire le nombre de divisions compris entre les deux génératrices qui aboutissent à la même lame du collecteur, et que nous convenions de compter y_2 dans le sens

Fig. 57 Fig. 58



des numéros croissants, comme nous l'avons fait pour y_1, la formule générale de l'enroulement en tambour pour une machine bipolaire sera

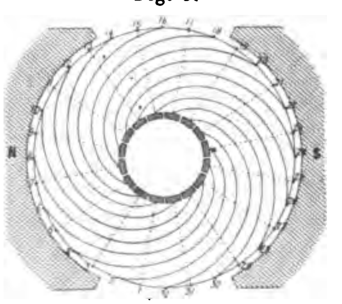
$$y_1 + y_2 = N \pm 2.$$

En appliquant cette formule au tambour à 32 génératrices nous aurons les deux tableaux d'enroulement suivants :

Enroulement imbriqué $y_1 + y_2 = 34$; $y_1 = 15$ $y_2 = 19$		*Enroulement ondulé* $y_1 + y_2 = 30$; $y_1 = 15$ $y_2 = 15$	
Connexions sur la base arrière	Connexions au collecteur	Connexions sur la base arrière	Connexions au collecteur
1 — 16	16 — 3	1 — 16	16 — 31
3 — 18	18 — 5	31 — 14	14 — 29
5 — 20	20 — 7	29 — 12	12 — 27
7 — 22	22 — 9	27 — 10	10 — 25
9 — 24	24 — 11	25 — 8	8 — 23
11 — 26	26 — 13	23 — 6	6 — 21
13 — 28	28 — 15	21 — 4	4 — 19
15 — 30	30 — 17	19 — 2	2 — 17
17 — 32	32 — 19	17 — 32	32 — 15
19 — 2	2 — 21	15 — 30	30 — 13
21 — 4	4 — 23	13 — 28	28 — 11
23 — 6	6 — 25	11 — 26	26 — 9
25 — 8	8 — 27	9 — 24	24 — 7
27 — 10	10 — 29	7 — 22	22 — 5
29 — 12	12 — 31	5 — 20	20 — 3
31 — 14	14 — 1	3 — 18	18 — 1

Lorsque la jonction des deux génératrices, que l'on réunit par le collecteur, se fait sur là lame la plus voisine de la corde qui passe par ces génératrices, les prises de courant se trouveront sur la ligne des pôles. Cette disposition est celle qui est généralement adoptée pour le tambour, parce qu'elle simplifie la construction en donnant des connexions symétriques.

Fig. 59

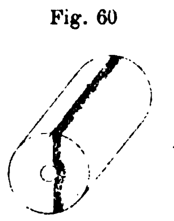


Si, pour une raison quelconque, les balais devaient être dans un plan différent, par exemple dans le plan perpendicu-

laire à la ligne des pôles comme pour l'anneau, on adopterait la disposition indiquée par la *fig.* 59.

Nous avons supposé jusqu'ici que les cadres élémentaires de l'enroulement n'avaient qu'une seule spire ; mais, le plus souvent, chaque cadre est constitué par une bobine à plusieurs spires (*fig.* 60).

Fig. 60



Si N est le nombre total des conducteurs logés à la périphérie, et m le nombre de spires par cadre, on divisera la surface latérale du tambour en $\frac{N}{m}$ bandes égales, dont chacune correspondra à un côté de cadre élémentaire.

Chaque cadre comprenant un nombre pair de génératrices, on devra avoir

$$N_1 = \frac{N}{m} = 2N_2,$$

en désignant par N_1 le nombre des côtés, N_2 le nombre des lames du collecteur.

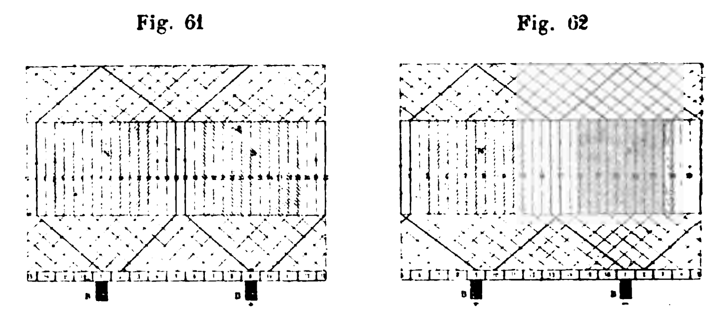
Lorsque les cadres ont plusieurs tours de fil, les connexions sur les deux bases se font dans le même ordre que pour des cadres à fil unique, en affectant d'un numéro impair le commencement, et d'un numéro pair la fin de chaque bobine.

Il est souvent plus commode de faire l'épure schématique de l'enroulement en développant la surface du cylindre sur un plan, comme le montrent les *fig.* 61 et 62 représentant, l'une un enroulement imbriqué, l'autre un enroulement ondulé.

Pour l'exécution de l'enroulement dans l'atelier, il suffit de

préparer un tableau indiquant l'ordre des connexions sur la base arrière et sur le collecteur (p. 132).

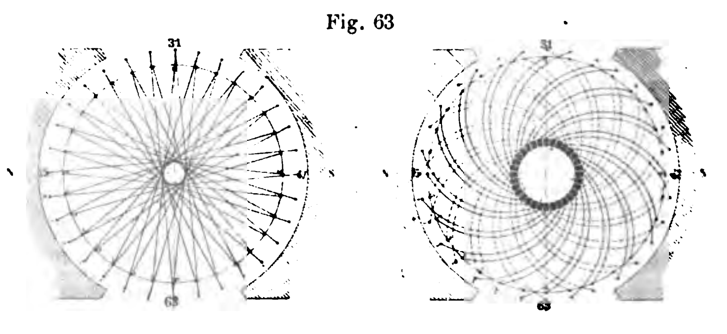
Fig. 61 Fig. 62



60. Enroulement sur deux couches. — Lorsque le diamètre de l'armature ne permet pas d'enrouler toutes les sections à côté l'une de l'autre, on les dispose sur deux couches.

En faisant l'étude d'un enroulement de cette nature, il faut distinguer deux cas : celui où le fil est enroulé directement sur l'armature, et celui où les cadres sont construits à l'avance sur gabarits pour être montés ensuite sur le cylindre. Dans le premier cas les deux côtés d'un cadre doivent se trouver sur la même couche. Dans le second cas, comme toutes les bobines doivent être identiques, l'un des côtés du cadre sera sur la couche intérieure et l'autre sur la couche extérieure.

Fig. 63



Pour appliquer le premier mode (*fig.* 63) (les deux côtés sur la même couche) on numérotera les génératrices en zig-zag sur les deux couches de manière que les deux côtés d'un même cadre soient sur la même couche.

Si $\frac{N_1}{2}$ est divisible par 4, par exemple si $N_1 = 64$, on aura

Couche supérieure

2, 3, 6, . . . 30, 31, 34, . . . 59, 62, 63

Couche inférieure

1, 4, 5, . . . 29, 32, 33, . . . 60, 61, 64

Si $\frac{N_1}{2}$ n'est divisible que par 2, par exemple si $N_1 = 60$, on aura

Couche supérieure

60, 3, 4, . . . 28, 31, 32, . . . 55, 56, 59

Couche inférieure

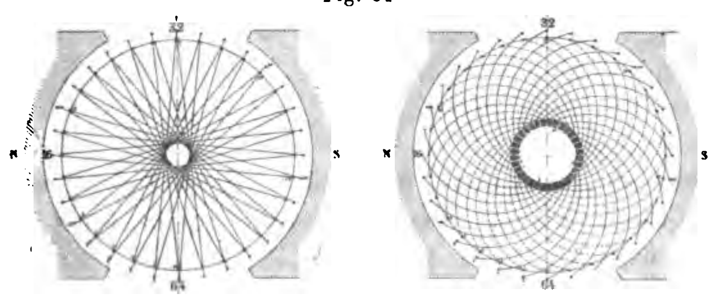
1, 2, 5, . . . 29, 30, 33, . . . 54, 57, 58

Les connexions se feront, comme pour l'enroulement à une couche, suivant la formule

$$y_1 + y_2 = N_1 \pm 2.$$

Les bobines seront ainsi réunies à la suite les unes des autres, de manière qu'une bobine longue soit toujours comprise entre deux bobines courtes ; et les deux moitiés de l'enroulement, situées de part et d'autre du plan de symétrie du champ, seront constamment identiques.

Fig. 64



Dans le deuxième mode (bobines égales) (*fig.* 64), on fait le numérotage en affectant les numéros impairs aux généra-

trices de l'une des couches, et les numéros pairs à celles de l'autre couche.

Couche supérieure

2, 4, 6, . . . 30, 32, 34, . . . 60, 62, 64

Couche inférieure

1, 3, 5, . . . 29, 31, 33, . . . 59, 61, 63

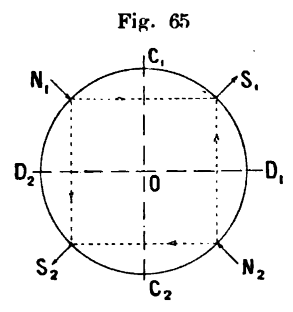
Les connexions sur les bases se font encore suivant la formule

$$y_1 + y_2 = N_1 \pm 2.$$

B. INDUITS MULTIPOLAIRES

61. Force électromotrice à circuit ouvert. — Dans un champ multipolaire (*fig.* 65), dont le nombre des pôles est égal à $2p$, considérons un cylindre à la surface duquel sont disposés, parallèlement à l'axe, N conducteurs équidistants, et désignons toujours par Φ le flux émis à travers l'induit par un des pôles du champ multipolaire.

Fig. 65



Les plans de symétrie du champ divisent l'armature en $2p$ segments égaux dont les polarités sont alternativement de signes contraires. Les forces électromotrices induites dans les génératrices des régions N_1 N_2 seront inverses de celles qui se développent dans les régions S_1 S_2.

Φ étant le flux d'un pôle, le plan OC_1 est traversé par le

flux $+\frac{\Phi}{2}$, le plan OD_1 par le flux $-\frac{\Phi}{2}$, et lorsqu'une génératrice passe de C_1 en D_1 en décrivant l'arc $\frac{\pi}{p}$, la variation de flux produite par ce déplacement sera égale à Φ.

n étant le nombre de tours par seconde, la durée du déplacement sera $\frac{1''}{2pn}$ et la force électromotrice moyenne induite de C_1 en D_1 dans la génératrice considérée sera

$$e_m = 2pn\Phi.$$

Si, au lieu d'une génératrice unique, nous considérons l'ensemble des génératrices comprises dans un des segments CD, lorsque le cylindre aura tourné d'un angle $\frac{2\pi}{N}$, la somme des arcs décrits par les génératrices d'un segment CD sera égale à $\frac{\pi}{p}$; et la somme des flux coupés sera égale à Φ; la durée du déplacement étant $\frac{1''}{nN}$, on aura, abstraction faite du signe,

$$E = nN\Phi = 2pn\Phi \times \frac{N}{2p},$$

c'est-à-dire que la somme des forces électromotrices induites dans un des segments CD est égale à la force électromotrice moyenne d'une génératrice multipliée par le nombre $\frac{N}{2p}$ des génératrices comprises dans le segment.

Les forces électromotrices des segments S_1, S_2..... sont dirigées de l'arrière vers l'avant du tableau ; celles des segments N_1, N_2...... d'avant en arrière.

62. Différents modes d'enroulement. — Pour enrouler sur un cylindre un circuit continu dans lequel les forces électromotrices partielles s'ajoutent, on peut réunir deux génératrices de mêmes polarités par un conducteur passant à l'intérieur du cylindre ; c'est l'*enroulement en anneau* ; ou

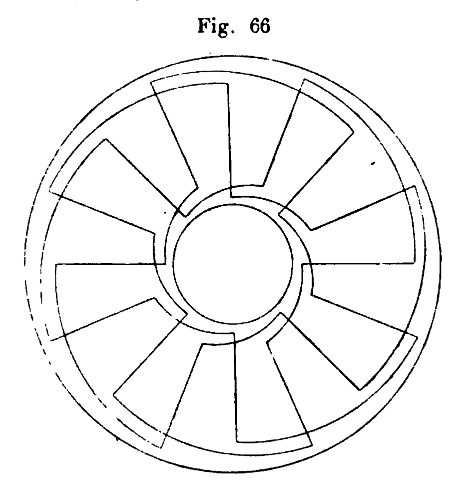
réunir deux génératrices de polarités différentes par un conducteur mené sur l'une des bases du cylindre ; c'est l'*enroulement en tambour*.

Enfin, au lieu de placer les fils induits parallèlement à l'axe de rotation, comme dans l'anneau et le tambour, on peut les disposer suivant les rayons d'un disque tournant entre deux couronnes de pôles alternés ; les plans de symétrie du champ divisent le disque en $2p$ secteurs égaux de polarités alternées. Si N désigne le nombre des fils disposés suivant les rayons, et Φ le flux inducteur d'un pôle, la somme des forces électromotrices induites dans un des secteurs sera encore

$$E = nN\Phi,$$

et pour additionner les forces électro-motrices élémentaires, on réunira successivement les extrémités supérieures et inférieures de deux rayons de polarités différentes, de manière à obtenir un circuit continu fermé sur lui-même ; c'est l'*enroulement en disque* (*fig*. 66).

Fig. 66



Dans tous les cas (anneau, tambour, disque), chacun des fils de l'enroulement sera le siège d'une force électromotrice partielle dont la valeur moyenne (positive ou négative) sera

$$e_m = 2pn\Phi.$$

Les forces électromotrices induites dans les génératrices de l'un des segments étant égales et de signes contraires à celles des segments contigus, les circuits offerts au courant doivent être en nombre pair ; ils seront groupés de manière que les forces électromotrices de signes contraires agissent en parallèle dans le même sens sur le circuit extérieur.

D'une manière générale, les éléments de l'enroulement pourront être réunis les uns aux autres de manière à former $2p_1$ circuits distincts réunis en parallèle, chacun d'eux comprenant $\frac{N}{2p_1}$ génératrices dont les forces électromotrices s'ajoutent.

La force électromotrice correspondant à un des circuits partiels sera

$$E = 2pn\Phi \times \frac{N}{2p_1} = \frac{p}{p_1} nN\Phi.$$

Si nous appelons i l'intensité du courant induit dans un de ces circuits, le courant total fourni au circuit extérieur par le groupement en parallèle des $2p_1$ circuits sera

$$I = 2p_1 i,$$

et la puissance de la dynamo multipolaire aura pour expression

$$\mathfrak{P} = 2p_1 i \times \frac{p}{p_1} nN\Phi = 2pi.\ nN\Phi.$$

Sa valeur est indépendante du nombre des circuits dérivés offerts au courant, mais elle se présentera sous des formes différentes suivant le mode de groupement qui aura été adopté.

Lorsque la machine doit fournir un courant de grande intensité, on prendra $2p_1 = 2p$ et l'on aura

$$I = 2pi; \qquad E = nN\Phi.$$

Si la force électromotrice doit être élevée, on prendra $2p_1 = 2$ et l'on aura

$$E = pnN\Phi; \qquad I = 2i.$$

Enfin, on pourra, dans certains cas particuliers, prendre

$$2 < 2p_1 < 2p,$$

et avoir

$$E = \frac{p}{p_1} nN\Phi ; \qquad I = 2p_1 i.$$

Nous étudierons ces différents modes d'enroulement pour l'anneau, le tambour et le disque.

63. Anneau multipolaire. — Le support du fil induit est, comme pour les armatures bipolaires, un cylindre creux formé de disques de tôle isolés les uns des autres. Le fil est enroulé autour de la paroi annulaire du cylindre de telle sorte que les boucles élémentaires soient situées dans des plans passant par l'axe.

Les sections élémentaires sont réunies les unes aux autres suivant trois modes différents :

Enroulement multiple simple.

Enroulement en séries parallèles.

Enroulement en série simple.

64. Enroulement multiple simple. — L'enroulement est divisé en N_1 sections, dont chacune est formée d'un nombre de spires, m, tel que $mN_1 = N$ nombre total des fils à disposer sur l'anneau.

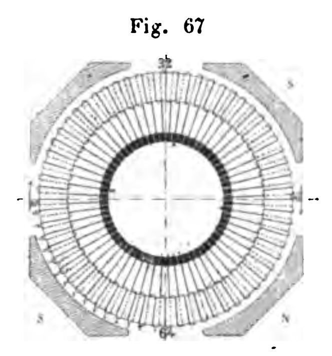
Le nombre N_2 des lames du collecteur est égal au nombre des sections ; c'est-à-dire que $N_2 = N_1$.

Les sections sont réunies les unes aux autres dans l'ordre numérique, et le point de jonction de deux sections contiguës est raccordé à une lame du collecteur.

L'enroulement multiple simple d'un anneau multipolaire (*fig.* 67) se fait donc de la même manière que celui d'un anneau bipolaire.

Les sections qui sont symétriquement placées par rapport à la direction du flux sont le siège de forces électromotrices égales de même sens et doivent être commutées au même instant.

Fig. 67



Comme la force électromotrice induite dans une section change de sens $2p$ fois par tour, il faudra $2p$ balais.

Les p balais positifs sont réunis à une borne commune, les p balais négatifs à une deuxième borne.

La différence de potentiel de ces deux bornes, mesurée à circuit extérieur ouvert, sera $nN\Phi$ et, lorsqu'elles seront réunies par un conducteur, le courant transmis dans le fil extérieur sera la somme de $2p$ courants égaux.

Les balais seront décalés dans le sens du mouvement de rotation, comme dans la machine bipolaire et pour les mêmes raisons.

Si la surface des pièces polaires et celle du noyau d'induit ne sont pas rigoureusement concentriques, ou si le métal des électro-aimants n'est pas parfaitement homogène, le flux inducteur n'aura pas la même valeur dans tous les segments. Les forces électromotrices partielles ne seront plus égales et ces différences donneront naissance à des courants de compensation qui circulent à l'intérieur de l'enroulement, échauffent les conducteurs et provoqueront des étincelles aux balais.

Désignons par r, la résistance de l'un des circuits ;

e_1, e_2...... les forces électromotrices induites ;
i_1, i_2 les courants des circuits intérieurs, on aura évidemment

$$e_1 - ri_1 = e_2 - ri_2 = e_3 - ri_3 = \dots$$

La chute intérieure de potentiel, ri, étant toujours très faible (0,02 e à 0,05 e), une petite différence entre les valeurs des forces électromotrices partielles peut modifier considérablement le régime des courants intérieurs.

Soit, par exemple, une machine à 4 pôles, construite pour débiter un courant total de 500 ampères à la tension de 100 volts, avec $r = 0{,}024$ ohm.

Si l'un des segments reçoit un flux supérieur de 3 % à la moyenne, et un autre un flux inférieur de 3 % à cette moyenne, on aura

$$103 - 0{,}024\, i_1 = 97 - 0{,}024\, i_2,$$

et par suite

$$i_1 - i_2 = 250 \text{ ampères}.$$

Le débit total étant de 500 ampères,

$$i_1 + i_2 \equiv 250,$$

et l'on aurait

$$i_1 = 250 \text{ ampères}; \qquad i_2 = 0.$$

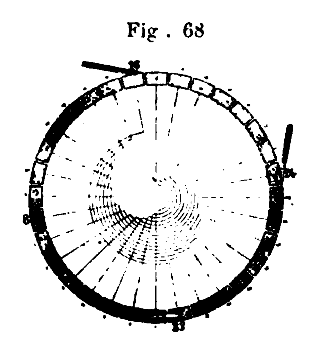
Ces écarts entre les valeurs du flux inducteur aux divers points de l'induit sont d'autant plus difficiles à éviter, et ont une importance d'autant plus grande que les dimensions de la machine sont plus considérables.

On peut éliminer les inconvénients qui en résultent au moyen des dispositions que nous allons indiquer.

65. Enroulement Mordey. — En reliant entre elles les lames du collecteur symétriquement placées dans les champs de mêmes polarités, comme l'a indiqué M. Mordey, on répartit également le courant sur tous les balais en compensant les différences qui peuvent exister dans les tensions des circuits de l'induit.

Dans une machine à 4 pôles on réunira les deux lames ou les deux sections diamétralement opposées (*fig.* 68) ; dans une machine à 6 pôles, les trois lames ou les trois sections qui font entre elles un angle de 120°, et ainsi de suite.

Fig. 68



Pour que cette disposition soit applicable, il faut évidemment que le nombre des lames du collecteur soit un multiple de p.

L'enroulement Mordey permet de réduire le nombre des prises de courant sur le collecteur, sans modifier la distribution des courants dans l'induit. Deux balais (un positif, un négatif) suffiront pour recueillir les courants des $2p$ segments ; mais cette diminution du nombre des balais n'a d'application que dans les machines à faible débit. Il est évident, en effet, que si le nombre des prises de courant est réduit à deux, le courant capté par chaque balai sera p fois plus intense, et qu'il faudra augmenter la largeur des lames du collecteur ainsi que la surface de contact des balais.

Les balais devant être en communication avec les sections dans lesquelles se fait l'inversion de la force électromotrice, l'angle compris entre deux balais de polarités différentes sera égal à $\frac{\pi}{p}$, ou à un multiple impair de $\frac{\pi}{p}$. Dans une machine à 4 pôles avec deux prises de courant, les balais seront à 90° l'un de l'autre ; dans une machine à 6 pôles ils seront à 60° ou à 180° l'un de l'autre.

66. Enroulement en séries parallèles d'Arnold. — Ce mode d'enroulement, qui a été imaginé par le professeur Arnold, a pour but de faire disparaître les inconvénients résultant d'une inégale distribution du flux inducteur dans l'armature.

Il consiste à former chacun des circuits partiels de l'induit au moyen de sections appartenant aux divers champs de mêmes polarités, de telle sorte que chacun de ces circuits soit traversé par un même flux qui sera la moyenne des p flux polaires de mêmes signes.

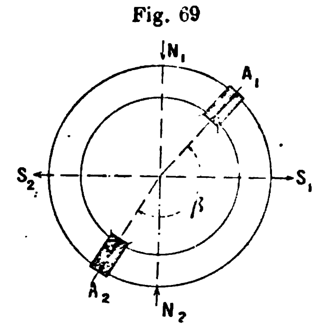
Pour que la force électromotrice induite soit constante, les angles d'incidence du flux sur les sections qui se succèdent aux balais devront, comme dans l'enroulement simple, former une progression arithmétique dont la raison sera déterminée par le nombre des sections comprises dans un circuit partiel.

En partant de ces conditions, proposons-nous de trouver la loi générale de l'enroulement en séries parallèles pour un induit formé de N_1 sections à grouper en $2p_1$ circuits égaux comprenant chacun $\frac{N_1}{2p_1}$ sections.

Comme chacune de ces sections aura coupé le flux Φ lorsque l'armature aura décrit l'angle $\frac{\pi}{p}$, la raison de la progression des angles sera

$$\frac{\pi}{p} : \frac{N_1}{2p_1} = \frac{2\pi p_1}{pN_1}.$$

Fig. 69



Les deux sections A_1 et A_2 (*fig*, 69), qui doivent être reliées

l'une à l'autre par le collecteur, étant dans des champs différents de mêmes polarités, l'angle β, compris entre ces deux sections, devra satisfaire à la condition

$$\beta = \frac{2\pi}{p} \pm \frac{2\pi p_1}{p N_1}.$$

En représentant par y le nombre de sections comprises entre A_1 et A_2 c'est-à-dire le pas des connexions au collecteur, comme l'angle au centre d'une section est $\frac{2\pi}{N_1}$, on aura

$$\beta = \frac{2\pi}{N_1} y,$$

et par conséquent

$$(1) \qquad y = \frac{N_1 \pm p_1}{p}.$$

C'est la formule générale de l'enroulement en séries parallèles pour l'anneau.

Appliquons cette formule à un anneau à quatre pôles dont l'enroulement comporte 32 sections à diviser en 4 circuits parallèles.

En prenant $N_1 = 32$, $p_1 = p = 2$, on aura $y = 16 \pm 1$.

Nous prendrons le pas le plus court, c'est-à-dire

$$y = 15$$

En désignant par $1 - 1'$, $2 - 2'$, etc., le commencement et

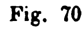
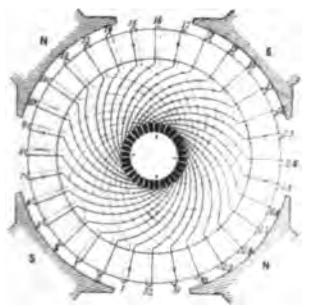


Fig. 70



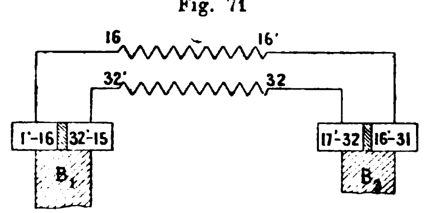
la fin des différentes sections, prises dans l'ordre où elles sont enroulées sur l'anneau, nous pourrons écrire le tableau sui-

vant qui donne l'ordre des connexions au collecteur pour ce mode d'enroulement représenté par la *fig.* 70.

Connexions au collecteur	Nos d'ordre des lames du collecteur	Connexions au collecteur	Nos d'ordre des lames du collecteur	Connexions au collecteur	Nos d'ordre des lames du collecteur
1' — 16	1 B_1	6' — 21	28	11' — 26	23
16' — 31	18	21' — 4	13	26' — 9	8
31' — 14	3	4' — 19	30	9' — 24	25 B_4
14' — 29	20	19' — 2	15	24' — 7	10
29' — 12	5	2' — 17	32	7' — 22	27
12' — 27	22	17' — 32	17 B_3	22' — 5	12
27' — 10	7	32' — 15	2	5' — 20	29
10' — 25	24	15' — 30	19	20' — 3	14
25' — 8	9 B_2	30' — 13	4	3' — 18	31
8' — 23	26	13' — 28	21	18' — 1	16
23' — 6	11	28' — 11	6		

En prenant comme origine la position des balais indiquée sur le tableau, on voit qu'à l'instant suivant (*fig.* 71),

Fig. 71



le balai B_1 réunira les lames 1 et 2 du collecteur, le balai B_3 les lames 17 et 18.

Dans cette position les sections 16 — 16' et 32 — 32' sont réunies en série et mises en court circuit par les balais B_1 et B_3.

Au même instant les balais B_2 et B_4 mettent en court circuit la série des deux sections 8-8' et 24-24'.

Si $2p$ est le nombre des pôles, la commutation se fait sur p sections réunies en série par les p balais positifs, et sur un même nombre de sections réunies en série par les p balais négatifs.

67. Enroulement en série simple. — Dans l'enroulement en série simple on se propose de réunir les N_1 sections

de l'induit en deux circuits parallèles, dont chacun débitera la moitié du courant total avec une force électromotrice

$$E = pnN\Phi.$$

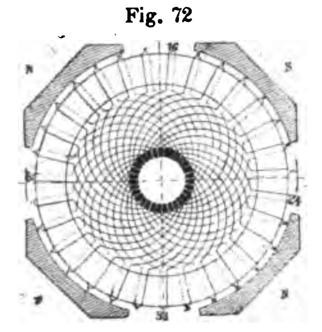
La formule de cet enroulement se déduit immédiatement de l'équation (1) du numéro précédent (**66**), dans laquelle on fera $2p_1 = 2$, ce qui donne

$$py = N_1 \pm 1.$$

C'est la formule de l'enroulement en série pour l'anneau multipolaire.

Si nous l'appliquons à un anneau à 4 pôles ($p = 2$), en prenant $N_1 = 31$, $y = 15$, nous aurons l'enroulement repré-

Fig. 72

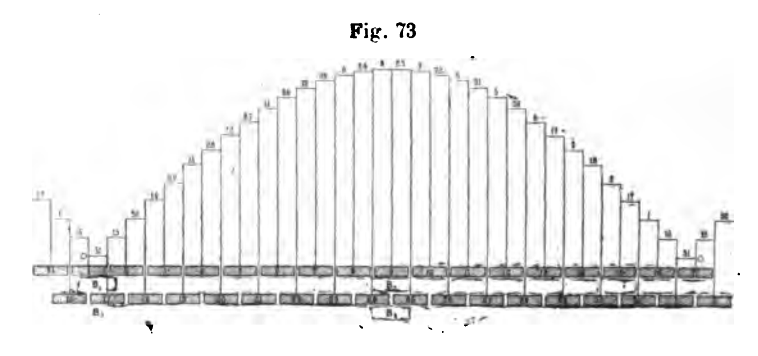


senté par la *fig.* 72, dont les connexions sont indiquées par le tableau suivant :

Connexions au collecteur	Nos d'ordre des lames du collecteur	Connexions au collecteur	Nos d'ordre des lames du collecteur	Connexions au collecteur	Nos d'ordre des lames du collecteur
1' — 16	16	11' — 26	6	21' — 5	27
16' — 31	1	26' — 10	22	5' — 20	12
31' — 15	17	10' — 25	7	20' — 4	28
15' — 30	2	25' — 9	23	4' — 19	13
30' — 14	18	9' — 24	8	19' — 3	29
14' — 29	3	24' — 8	24	3' — 18	14
29' — 13	19	8' — 23	9	18' — 2	30
13' — 28	4	23' — 7	25	2' — 17	15
28' — 12	20	7' — 22	10	17' — 1	31
12' — 27	5	22' — 6	26	1' — 16	16
27' — 11	21	6' — 21	11	16' — 31	1

La *fig.* 73 indique la distribution des potentiels sur le collecteur. On voit qu'il existe deux maxima : un sur la lame 9, l'autre entre les lames 24 et 25.

Fig. 73



Lorsque le balai B_1 réunit les lames 1 et 2, la série des deux sections 31-15 est mise en court circuit; en même temps la série des deux sections 23-7 sera mise en court circuit par le balai B_2.

On voit que deux balais suffisent pour recueillir le courant; le balai positif pourra être placé indifféremment en B_1 ou en B_3, le balai négatif en B_2 ou B_4.

Mais, le plus souvent, on emploiera 4 lignes de frotteurs, de manière à obtenir une surface de contact suffisante aux deux pôles en réduisant les dimensions du collecteur. Dans ce cas les balais de mêmes polarités sont réunis en parallèle comme dans l'enroulement multiple.

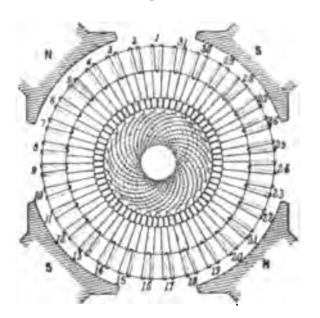
On verrait de même que, pour un enroulement en série à $2p$ pôles, le nombre des sections mises simultanément en court circuit par une ligne de balais est égal à p.

Pour n'avoir qu'une seule section mise en court circuit par chaque balai, il faudra, pour la machine à 4 pôles, doubler le nombre des lames du collecteur, en intercalant une lame supplémentaire entre deux lames primitives; la lame 1bis sera comprise entre 1 et 2, la lame 2bis entre 2 et 3 et ainsi de suite. Chacune de ces lames supplémentaires sera reliée à la lame diamétralement opposée 1bis à 17, 2bis à 18, etc.

Il est facile de voir sur la *fig.* 73 qu'avec cette nouvelle disposition du collecteur, les sections seront mises en court circuit, l'une après l'autre, au lieu de l'être par paires.

La *fig.* 74 indique la disposition employée par les Ateliers d'Oerlikon pour doubler le nombre des lames du collecteur d'un anneau à 4 pôles enroulé en série.

Fig. 74



Pour une machine à 6 pôles, on triplerait le nombre des lames en intercalant entre chacune des lames primitives deux lames supplémentaires. Chaque lame du collecteur ainsi constitué sera reliée aux deux lames qui font avec elle un angle de 120°.

Quel que soit le nombre des lames du collecteur, chaque section sera mise en court circuit $2p$ fois par tour, puisque l'inversion de la force électromotrice a lieu chaque fois que la section traverse un des plans neutres du champ.

68. Tambour multipolaire. — Le noyau d'un tambour multipolaire est un cylindre formé de disques de tôle isolés.

Les cadres élémentaires sont dans des plans parallèles à l'axe de rotation comme pour les tambours bipolaires ; ils peuvent être réunis les uns aux autres suivant trois modes différents :

Enroulement multiple imbriqué.
Enroulement multiple ondulé ou en séries parallèles.
Enroulement ondulé en série simple.

69. Enroulement multiple imbriqué. — L'arc compris entre les deux côtés de polarités différentes, à réunir sur la base arrière, sera égal ou immédiatement inférieur à $\frac{\pi}{p}$.

Les pas devant être impairs, on prendra

$$y_1 = \frac{N_1}{2p} - 1 \quad \text{ou} \quad y_1 = \frac{N_1}{2p}$$

suivant que $\frac{N_1}{2p}$ est pair ou impair.

Le pas y_2 des connexions au collecteur est déterminé par la formule

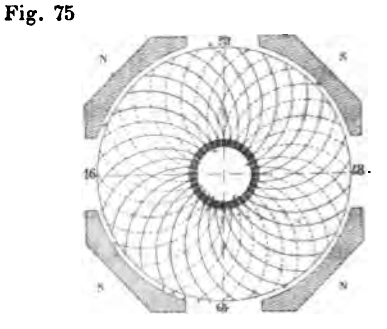
$$y_1 + y_2 = N_1 + 2,$$

si les deux pas sont comptés dans le sens des numéros croissants, ou

$$y_2 = (y_1 - 2),$$

si l'on compte le pas arrière dans le sens des numéros croissants et le pas avant en sens inverse.

Fig. 75

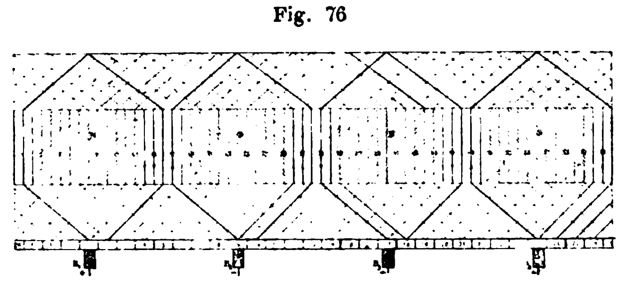


La *fig.* 75 donne le schéma de l'enroulement imbriqué pour un tambour à 4 pôles avec 64 côtés, en prenant

$$y_1 = 15 \qquad y_2 = -13$$

La *fig.* 76 représente le même enroulement développé sur un plan.

Fig. 76



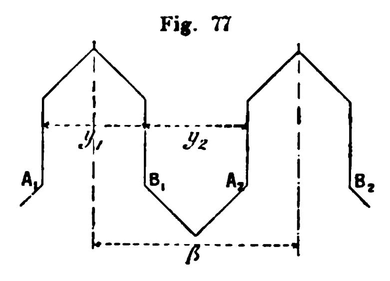
Le tableau des connexions à faire sur les deux bases se prépare sans difficulté au moyen de la formule.

Si tous les champs sont identiques, la force électromotrice induite sera la même dans tous les circuits partiels, qui fourniront tous des courants égaux. Si les champs sont dissemblables, le régime des courants ne sera plus le même dans tous les segments, et la machine ne fonctionnera plus dans de bonnes conditions.

On remédie à cet inconvénient soit par la disposition Mordey (**65**) soit par l'enroulement en séries parallèles.

70. Enroulement ondulé, ou en séries parallèles (Arnold). — Le principe de ce mode d'enroulement a été indiqué précédemment (**66**). Il consiste à former chacun des circuits offerts au courant au moyen de cadres appartenant à des champs différents de mêmes polarités.

Fig. 77



La formule de cet enroulement se détermine de la même manière que pour l'anneau.

Soient (*fig.* 77) deux cadres A_1B_1, A_2B_2 situés dans des champs différents de même sens.

$2p_1$ étant le nombre des circuits dérivés, chacun d'eux comprendra $\frac{N_1}{4p_1}$ cadres, et la raison de la progression des angles d'incidence du flux pour deux cadres successifs sera

$$\frac{\pi}{p} : \frac{N_1}{4p_1} = \frac{4\pi p_1}{pN_1}.$$

L'angle β des deux cadres A_1B_1 et A_2B_2 sera déterminé par la condition

$$\beta = \frac{2\pi}{p} \pm \frac{4\pi p_1}{pN_1}.$$

En appelant y_1 et y_2 les pas de l'enroulement sur la base arrière et sur la base avant, comme l'angle sous-tendu par un côté est $\frac{2\pi}{N_1}$, on aura

(1) $$\beta = (y_1 + y_2)\, \frac{2\pi}{N_1},$$

et par conséquent

$$y_1 + y_2 = \frac{N_1 \pm 2p_1}{p};$$

c'est la formule générale de l'enroulement ondulé pour le tambour.

Appliquons cette formule à un tambour à 4 pôles avec 64 côtés, et prenons

$$y_1 = y_2 = 15.$$

L'ordre des connexions sur la base arrière (AR), et sur la base avant (AV), sera donné par le tableau suivant.

Connexions sur les bases AR	Connexions sur les bases AV	Nos d'ordre des lames du collecteur	Connexions sur les bases AR	Connexions sur les bases AV	Nos d'ordre des lames du collecteur
1 — 16	16 — 31	9 B_2 —	33 — 48	48 — 63	25 B_4 —
31 — 46	46 — 61	24	63 — 14	14 — 29	8
61 — 12	12 — 27	7	29 — 44	44 — 59	23
27 — 42	42 — 57	22	59 — 10	10 — 25	6
57 — 8	8 — 23	5	25 — 40	40 — 55	21
23 — 38	38 — 53	20	55 — 6	6 — 21	4
53 — 4	4 — 19	3	21 — 36	36 — 51	19
19 — 34	34 — 49	18	51 — 2	2 — 17	2
49 — 64	64 — 15	1 B_1 +	17 — 32	32 — 47	17 B_3 +
15 — 30	30 — 45	16	47 — 62	62 — 13	32
45 — 60	60 — 11	31	13 — 28	28 — 43	15
11 — 26	26 — 41	14	43 — 58	58 — 9	30
41 — 56	56 — 7	29	9 — 24	24 — 39	13
7 — 22	22 — 37	12	39 — 54	54 — 5	28
37 — 52	52 — 3	27	5 — 20	20 — 35	11
3 — 18	18 — 33	10	35 — 50	50 — 1	26

Fig. 78

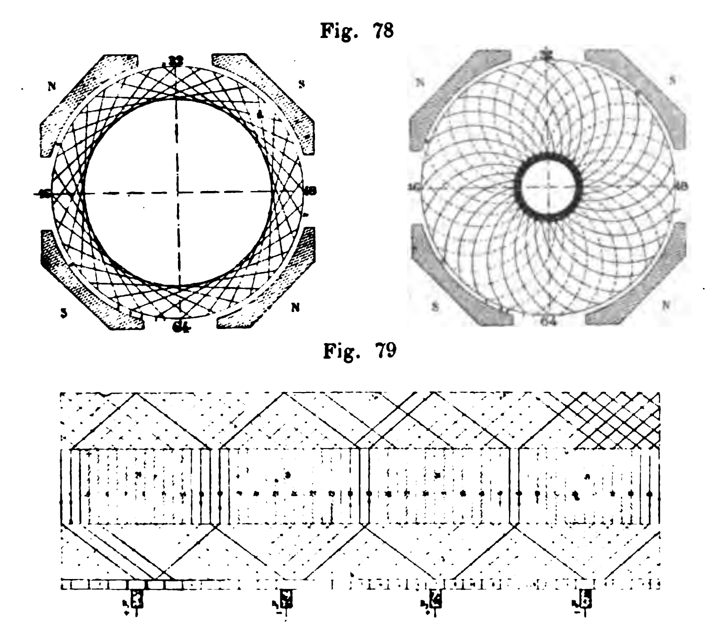


Fig. 79

Cet enroulement est représenté en élévation (*fig.* 78), et en plan (*fig.* 79).

Lorsque le balai B_1 recouvre les lames 1 et 2, et le balai B_3 les lames 17 et 18, les cadres 17-32 et 49-64 sont réunis en série, et mis en court circuit par les deux balais positifs. De même les balais négatifs B_2 et B_4 mettent en court circuit les deux cadres 1-16 et 33-48 par les lames 9-10 et 25-26.

Pour $2p$ pôles, les p balais de même polarité mettent en court circuit p cadres réunis en série.

71. Enroulement ondulé en série. — Dans l'enroulement en série, on réunira les cadres les uns aux autres de manière à former deux circuits avec une force électromotrice $E = pnN\Phi$.

La formule de cet enroulement se déduit immédiatement de la formule (2) du numéro précédent (**70**), dans laquelle on fera $2p_1 = 2$, ce qui donne

$$p(y_1 + y_2) = N_1 \pm 2.$$

La *fig.* 80 représente l'application de cette formule à un tambour à 4 pôles avec 62 côtés, en prenant $y_1 = y_2 = 15$; le nombre des lames du collecteur $N_2 = \frac{N_1}{2} = 31$.

Fig. 80

Le tableau ci-après indique les connexions sur les bases arrière et avant, ainsi que l'ordre dans lequel les lames du collecteur se succèdent sous les balais.

Connexions		Nos d'ordre des lames du collecteur		Connexions		Nos d'ordre des lames du collecteur	
AR	AV			AR	AV		
1 — 16	16 — 31	9	24'	47 — 62	62 — 15	1	16'
31 — 46	46 — 61	24	8'	15 — 30	30 — 45	16	31'
61 — 14	14 — 29	8	23'	45 — 60	60 — 13	31	15'
29 — 44	44 — 59	23	7'	13 — 28	28 — 43	15	30'
59 — 12	12 — 27	7	22'	43 — 58	58 — 11	30	14'
27 — 42	42 — 57	22	6'	11 — 26	26 — 41	14	29'
57 — 10	10 — 25	6	21'	41 — 56	56 — 9	29	13'
25 — 40	40 — 55	21	5'	9 — 24	24 — 39	13	28'
55 — 8	8 — 23	5	20'	39 — 54	54 — 7	28	12'
23 — 38	38 — 53	20	4'	7 — 22	22 — 37	12	27'
53 — 6	6 — 21	4	19'	37 — 52	52 — 5	27	11'
21 — 36	36 — 51	19	3'	5 — 20	20 — 35	11	26'
51 — 4	4 — 19	3	18'	35 — 50	50 — 3	26	10'
19 — 34	34 — 49	18	2'	3 — 18	18 — 33	10	25'
49 — 2	2 — 17	2	17'	33 — 48	48 — 1	25	9'
17 — 32	32 — 47	17	1'	1 — 16	16 — 31	9	24'

La distribution des potentiels sur le collecteur est la même que celle qui est représentée par la *fig.* 73 (page 148).

Deux balais suffiront pour recueillir les courants, mais il est préférable, comme nous l'avons dit, d'employer un nombre de balais égal à celui des pôles.

La commutation se fait sur deux cadres réunis en série à chaque pôle. Pour que la commutation se fasse sur un seul cadre à la fois, on doublera le nombre des lames, en intercalant, à la suite de chacune des lames primitives, une lame supplémentaire qui sera reliée à la lame diamétralement opposée, comme l'indique le tableau ci-dessus.

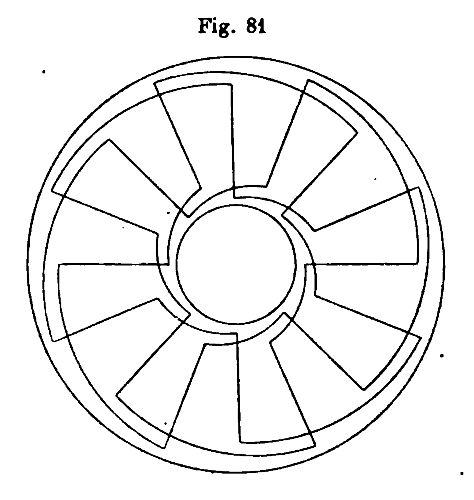
Pour une machine à 6 pôles on opérerait de même, en intercalant deux lames supplémentaires à la suite de chacune des lames primitives, et en réunissant chaque lame du collecteur aux deux lames distantes de 120°.

Dans les trois modes d'enroulement que nous venons d'indiquer, si les conducteurs doivent être disposés sur deux couches, on appliquera les formules précédentes, après avoir

numéroté les côtés successivement en passant d'une couche à l'autre, suivant l'un des deux modes indiqués pour le tambour bipolaire (**60**).

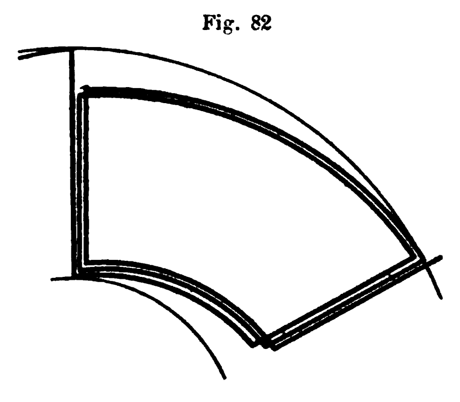
72. Disque multipolaire. — Dans ce type d'armature le système induit se compose de boucles disposées symétriquement à la surface d'un disque (*fig.* 81). Chaque boucle est

Fig. 81



formée par deux fils radiaux raccordés à leurs extrémités extérieures par un arc de développante ; les boucles sont réunies les unes aux autres par leurs extrémités intérieures.

Fig. 82



Pour donner au circuit induit un développement suffisant,

en limitant le nombre des sections, chaque boucle est composée de plusieurs tours de fil (*fig.* 82).

N étant le nombre des fils radiaux, m le nombre de fils par section, $\frac{N}{m} = N_1$ sera le nombre des éléments de l'enroulement comptés suivant les rayons; N_1 doit être pair et le nombre des sections sera $\frac{N_1}{2}$.

Les formules des enroulements en disque sont les mêmes que celles des enroulements en tambour; les rayons correspondent aux génératrices du tambour, les arcs extérieurs aux cordes de la base arrière, et les arcs intérieurs aux connexions de la base avant.

En conservant les mêmes notations que précédemment, on aura les formules suivantes :

pour l'enroulement multiple simple :

$$y_1 + y_2 = N_1 \pm 2;$$

pour l'enroulement multiple en séries parallèles ou en série simple

$$y_1 + y_2 = \frac{N_1 \pm 2p_1}{p}.$$

Les machines à disque sont peu répandues à cause des difficultés que présente leur construction. Le seul type en usage en France est la machine Desroziers construite par la maison Bréguet avec enroulement en série.

En prenant comme exemple une machine de ce type à 6 pôles avec $N_1 = 52$ (*fig.* 83), nous aurons

$$y_1 + y_2 = \frac{52 + 2}{3} = 18; \qquad y_1 = y_2 = 9.$$

L'enroulement se fait sur un plateau; les extrémités des fils radiaux passent par des trous percés dans le plateau, et les connexions en développantes parallèles sont sur l'autre face du plateau. Il s'ensuit que d'un côté du plateau tous les fils sont radiaux, et que de l'autre côté ils sont tous parallèles. On évite ainsi les croisements de fils.

Pour faciliter la construction de l'induit on dispose les fils sur deux plateaux dont chacun reçoit une moitié de l'enroulement : les deux plateaux sont ensuite réunis pour être fixés sur l'arbre moteur.

La circonférence ayant été divisée en 52 parties égales, on tracera sur chaque plateau 26 rayons équidistants, que l'on numérotera de la manière suivante :

1[er] plateau : 1, 4, 5... 48, 49, 52.

2[e] plateau : 2, 3, 6... 47, 50, 51.

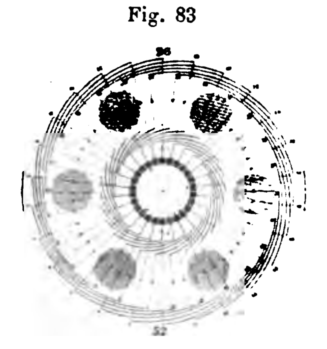
Les connexions seront faites sur chacun des plateaux d'après le tableau suivant :

<table>
<tr><th>1er Plateau</th><th>2e Plateau</th><th>1er Plateau</th><th>2e Plateau</th></tr>
<tr><td>1 — 10 19
| |
10 — 19</td><td>19 — 28 37
| |
28 — 37</td><td>45 — 2 11
| |
2 — 11</td><td>11 — 20 29
| |
20 — 29</td></tr>
<tr><td>37 — 46 3
| |
46 — 3</td><td>3 — 12 21
| |
12 — 21</td><td>29 — 38 47
| |
38 — 47</td><td>47 — 4 13
| |
4 — 13</td></tr>
<tr><td>21 — 30 39
| |
30 — 39</td><td>39 — 48 5
| |
48 — 5</td><td>13 — 22 31
| |
22 — 31</td><td>31 — 40 49
| |
40 — 49</td></tr>
<tr><td>5 — 14 23
| |
14 — 23</td><td>23 — 32 41
| |
32 — 41</td><td>49 — 6 15
| |
6 — 15</td><td>15 — 24 33
| |
24 — 33</td></tr>
<tr><td>41 — 50 7
| |
50 — 7</td><td>7 — 16 25
| |
16 — 25</td><td>33 — 42 51
| |
42 — 51</td><td>51 — 8 17
| |
8 — 17</td></tr>
<tr><td>25 — 34 43
| |
34 — 43</td><td>43 — 52 9
| |
52 — 9</td><td>17 — 26 35
| |
26 — 35</td><td>35 — 44 1
| |
44 — 1</td></tr>
<tr><td>9 — 18 27
| |
18 — 27</td><td>27 — 36 45
| |
36 — 45</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Les deux moitiés de l'enroulement ayant été faites séparément, on obtiendra l'enroulement dans son ensemble, en re-

liant les extrémités des fils radiaux 3, 7, 11, etc., du premier plateau, aux extrémités 3, 7, 11, etc., des développantes du

Fig. 83



deuxième, puis les fils radiaux 1, 5, 9 etc., de celui-ci aux arcs correspondants du premier plateau.

73. Enroulements spéciaux. — Les divers modes d'enroulement qui viennent d'être décrits sont les plus usités ; mais ce ne sont pas les seuls qui soient employés. Pour certaines applications, notamment pour l'électrochimie et l'électrométallurgie, on a été conduit à des dispositions particulières avec circuits multiples, dérivant, pour la plupart, de celles qui ont été exposées ici, et que l'on pourra étudier en détail dans les ouvrages spéciaux, notamment dans le traité du professeur Arnold : « *Des enroulements et de la construction des machines dynamo-électriques à courants continus* (1) ».

Après avoir étudié les conditions auxquelles doivent satisfaire les divers modes d'enroulement et la manière de les tracer géométriquement, il nous reste à décrire les dispositions employées pour les réaliser pratiquement, en indiquant les conditions à remplir pour assurer la solidité mécanique de l'induit.

Ce sera l'objet du chapitre suivant.

(1) Ch. Béranger, éditeur.

CHAPITRE VIII

ELEMENTS DE CONSTRUCTION DES INDUITS

74. Conditions à remplir au point de vue mécanique. — L'induit comprend l'arbre moteur, le noyau avec son manchon d'entraînement, le collecteur, l'enroulement.

Lorsque la dynamo fonctionne et que l'armature est parvenue à un état de vitesse uniforme, le travail moteur est constamment égal et de signe contraire au travail résistant qui comprend :

1° le travail absorbé par les frottements, l'hystérésis, les courants de Foucault,

2° le travail utile nécessaire pour déplacer le courant induit dans le champ inducteur.

Désignons par :

E, la force électromotrice induite (en volts);

I, l'intensité du courant induit (en ampères);

n, le nombre de tours par seconde.

Le travail du couple C, qui entraîne le courant induit dans le champ, étant nécessairement égal à l'énergie électrique développée dans le même temps, on aura

$$C = \frac{EI}{2\pi n} \text{ joules} = 0{,}102 \frac{EI}{2\pi n} \text{ kilogrammètres.}$$

En représentant par C_0 le couple correspondant au travail

des résistances passives, le couple développé sur l'arbre et transmis au noyau sera

$$C_1 = C + C_0.$$

Le couple utile C sera transmis par le noyau aux fils de l'enroulement. Il est donc nécessaire que les différentes parties de l'armature soient construites et disposées de telle sorte que le noyau et le collecteur soient parfaitement solidaires de l'arbre moteur, que les fils de l'enroulement ne puissent pas se déplacer sur le noyau et conservent une position invariable par rapport au collecteur avec lequel sont raccordées les sections de l'induit.

ARBRE — NOYAU — MANCHON

75. Arbre. — L'arbre est en acier; ses dimensions se déterminent d'après les efforts de torsion et de flexion auxquels il peut être soumis.

Le moment de torsion autour de l'axe est donné par la valeur du couple C_1 déterminé précédemment. Il faut tenir compte, en outre, des efforts accidentels produits par les changements de vitesse résultant des variations de puissance dans l'induit.

La déformation de l'arbre par la flexion est due à son poids, à celui des pièces qui le garnissent, à la tension de la courroie lorsqu'on emploie ce mode de transmission, à l'attraction exercée par les pièces polaires sur le noyau par suite des modifications qui se produisent dans l'entrefer pendant le mouvement de rotation, ainsi qu'à d'autres causes accidentelles dont l'influence est indéterminée, et dont il n'est possible de tenir compte qu'en augmentant le facteur de sécurité. Afin d'avoir une marge suffisante pour toutes les éventualités, on calcule les dimensions de l'arbre de manière à faire travailler le métal entre 250 et 300 kilos par centimètre carré.

Les paliers de l'arbre doivent être à graissage continu : le

système à bagues avec réservoir d'huile inférieur est le plus répandu ; les bagues doivent être en métal non magnétique.

Dans les très grandes machines les paliers sont quelquefois refroidis par un courant d'eau circulant parallèlement à l'axe.

Les coussinets sont en bronze ou en fonte, avec garniture de métal anti-friction.

La longueur du palier se détermine de manière que la puissance dépensée en frottement par la pression que l'arbre exerce sur les coussinets ne dépasse pas 10 watts par centimètre carré ; la longueur des tourillons est généralement comprise entre 2 et 4 diamètres.

Pour empêcher les projections d'huile sur le collecteur et sur l'armature, on munit souvent les tourillons d'un écran destiné à recueillir l'huile projetée et à la ramener dans un réservoir inférieur.

Quelques constructeurs emploient le palier de Sellers, dans lequel les coussinets reposent sur des pièces sphériques dont le centre est sur l'axe de l'arbre, et qui peuvent ainsi être facilement ajustés dans la position convenable (voir *fig.* 48).

Dans les induits en anneau et en tambour, on donne à l'arbre un jeu longitudinal de 1 à 2 millimètres, de manière à rendre l'usure du collecteur plus uniforme.

Pour les induits en disque, il faut au contraire éviter avec soin tout jeu longitudinal, ce qui conduit, dans quelques cas, à l'emploi de tourillons et de coussinets cannelés.

Lorsqu'une dynamo est couplée directement sur une turbine à axe vertical, le poids des organes mobiles doit être compensé par une contre-pression hydraulique, ou par une attraction magnétique.

76. Noyau. — Le noyau des induits en anneau et en tambour est un cylindre formé par des disques de tôle de 0,5 à 0,6 mm. d'épaisseur, isolés les uns des autres. Nous avons vu que ce mode de construction a pour but d'éviter les

courants parasites (courants de Foucault) auxquels donneraient lieu les variations périodiques du flux inducteur, si le noyau était massif.

La tôle employée doit être douce et surtout ne présenter que très peu d'hystérésis.

Les disques sont séparés, soit par une feuille de papier très mince que l'on colle sur une des faces de la tôle, soit par une couche de vernis isolant; le fer occupe 88 à 92 % de la longueur du noyau suivant l'épaisseur de l'isolant.

Après avoir superposé le nombre de disques indiqué par le calcul, on les serre ensemble à chaud au moyen d'une presse hydraulique pendant un temps suffisant pour les faire adhérer les uns aux autres, et obtenir au sortir de la presse un bloc compact.

Les disques, une fois assemblés, sont débarrassés de toutes les bavures susceptibles d'établir un contact entre deux tôles contigues.

Les dispositions employées pour fixer le noyau de tôle sur l'arbre ne sont pas les mêmes pour le tambour et pour l'anneau ; elles varient suivant les constructeurs et dépendent des dimensions de l'armature.

Quelques exemples suffiront pour indiquer les principales conditions à observer.

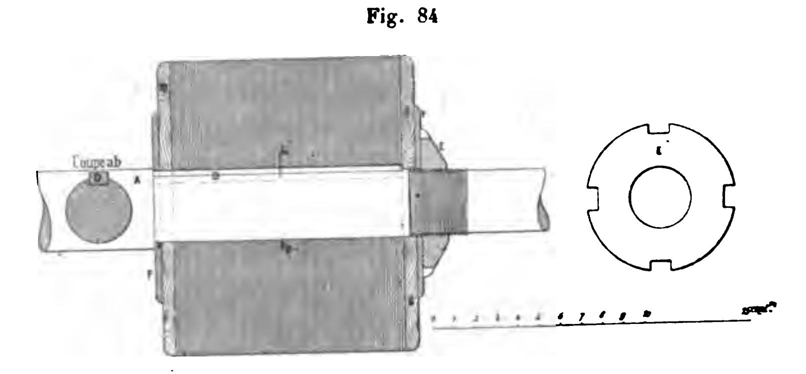
77. Manchons d'induit pour tambours. — Pour les tambours de petit diamètre les disques du noyau sont percés au centre d'un trou alésé au diamètre de l'arbre sur lequel le noyau peut être claveté directement.

La *fig.* 84 représente ce mode de construction appliqué à la dynamo bipolaire (type C_2) de 2 750 watts (*fig.* 29, p. 101).

L'arbre A est en acier ; le noyau est recouvert sur ses deux bases de disques en fibre, G, et maintenu par deux rondelles en fer, F, dont l'une bute sur un épaulement de l'arbre et l'autre est pressée par l'écrou de serrage E, en fonte malléable.

La coupe *ab* montre la section de l'arbre et celle de la clavette, D, qui fixe le noyau sur l'arbre.

Fig. 84



Noyau d'induit d'une dynamo de 2 750 watts (type C_2).
Société des Etablissements Postel-Vinay.

Les disques de fibre, G, ont pour but d'isoler magnétiquement le noyau des rondelles d'extrémité, F, afin d'empêcher la dispersion du flux inducteur par les bases du cylindre.

Quand le diamètre intérieur du tambour est plus grand que celui de l'arbre, le noyau est monté sur un manchon qui sera claveté sur l'arbre.

La *fig.* 85 indique les détails de construction du manchon d'induit d'une machine de 42 kilowatts, à 4 pôles (*fig.* 30, p. 103).

Le noyau, qui a 360 mm. de diamètre extérieur et 200 mm. de longueur, est maintenu sur le manchon par la clavette F. Ce noyau est constitué par 350 disques en tôle de 0,5 mm. d'épaisseur.

Le manchon, en fonte, est formé de trois pièces : manchon mâle, A; manchon femelle, B; écrou de serrage D. Les deux pièces cylindriques A et B servent en même temps de support pour l'enroulement du tambour.

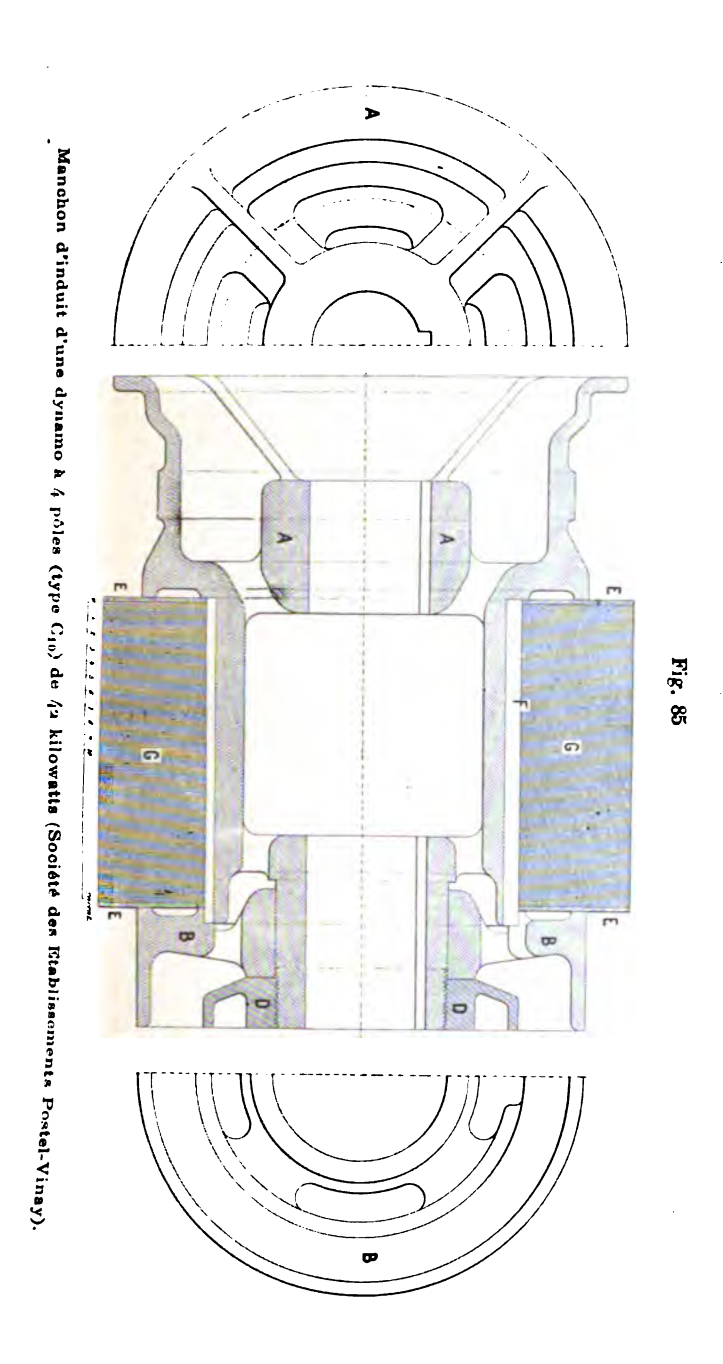
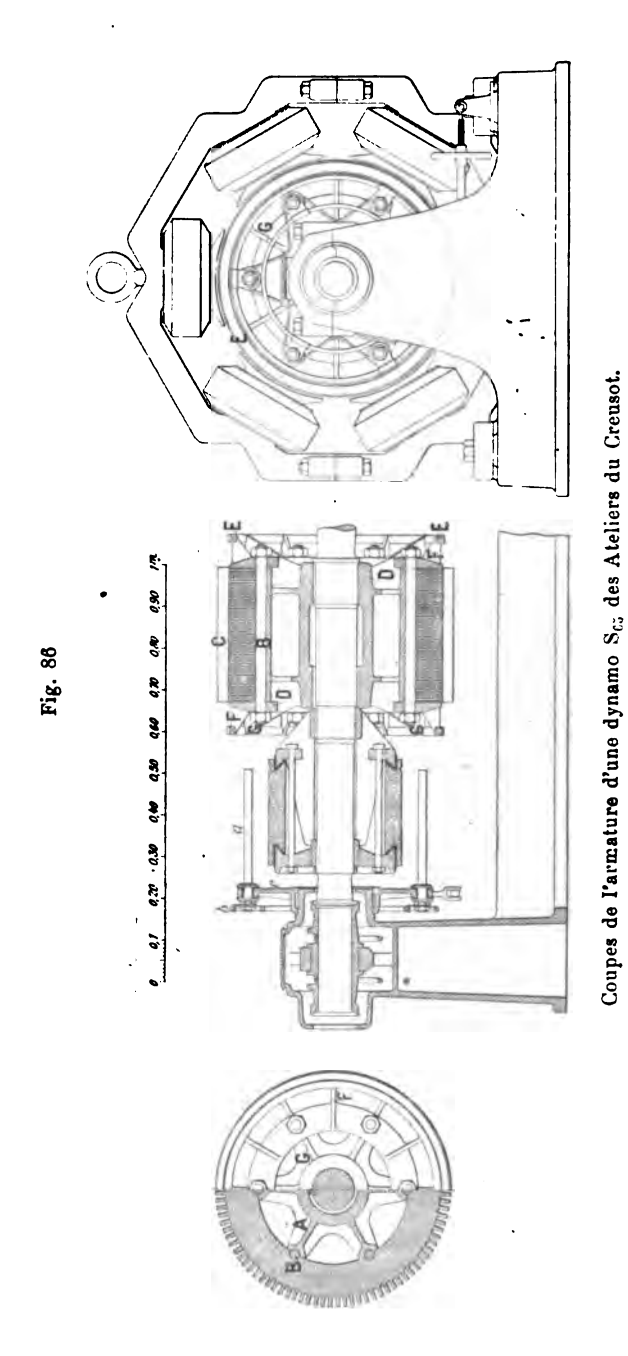


Fig. 85

Manchon d'induit d'une dynamo à 4 pôles (type C_{10}) de 42 kilowatts (Société des Établissements Postel-Vinay).

Fig. 86



Coupes de l'armature d'une dynamo S_{63} des Ateliers du Creusot.

La *fig.* 86 représente un tambour de 570 mm. de diamètre pour une dynamo à 6 pôles (MM. Schneider et C[ie]).

Le noyau de tôle C, est maintenu entre deux flasques D réunis par les boulons B. A chaque extrémité du tambour se trouve un anneau, EE, qui doit servir d'appui aux connexions extérieures de l'enroulement. Cet anneau est soutenu par 12 nervures F et G, dont les premières sont venues avec les flasques D, et les secondes avec le manchon. Ces nervures ménagent entre elles des trous pour assurer une bonne ventilation des conducteurs.

Le manchon d'induit représenté *fig.* 98, p. 180, est en trois parties : le moyeu *c*, claveté sur l'arbre, entraîne le noyau par les trois nervures, *d*, qui s'engagent dans les rainures intérieures du noyau. Celui-ci est maintenu entre deux flasques en fonte dont l'un est épaulé sur le moyeu et l'autre serré par les coins *f*.

Dans ces machines, les inducteurs sont en acier coulé ; les noyaux sont venus avec la carcasse polygonale qui èst en deux parties. La partie supérieure s'enlève pour le démontage de l'induit ; la partie inférieure porte deux pattes qui s'appuient sur le bâti en fonte coulé avec les paliers. Les bobines inductrices sont enroulées sur des manchons isolants que l'on enfile sur les noyaux polaires et qui sont retenus par les épanouissements. Les machines sont excitées en dérivation.

Lorsque l'induit a plus d'un mètre de diamètre, les disques du noyau sont formés de plusieurs segments que l'on assemble bout à bout en croisant les joints des tôles contigues.

La *fig.* 87, p. 168, représente les détails du manchon d'un noyau de 1600 mm. de diamètre et 600 mm. de longueur, pour une dynamo de 325 kilowatts à la vitesse angulaire de 90 tours par minute.

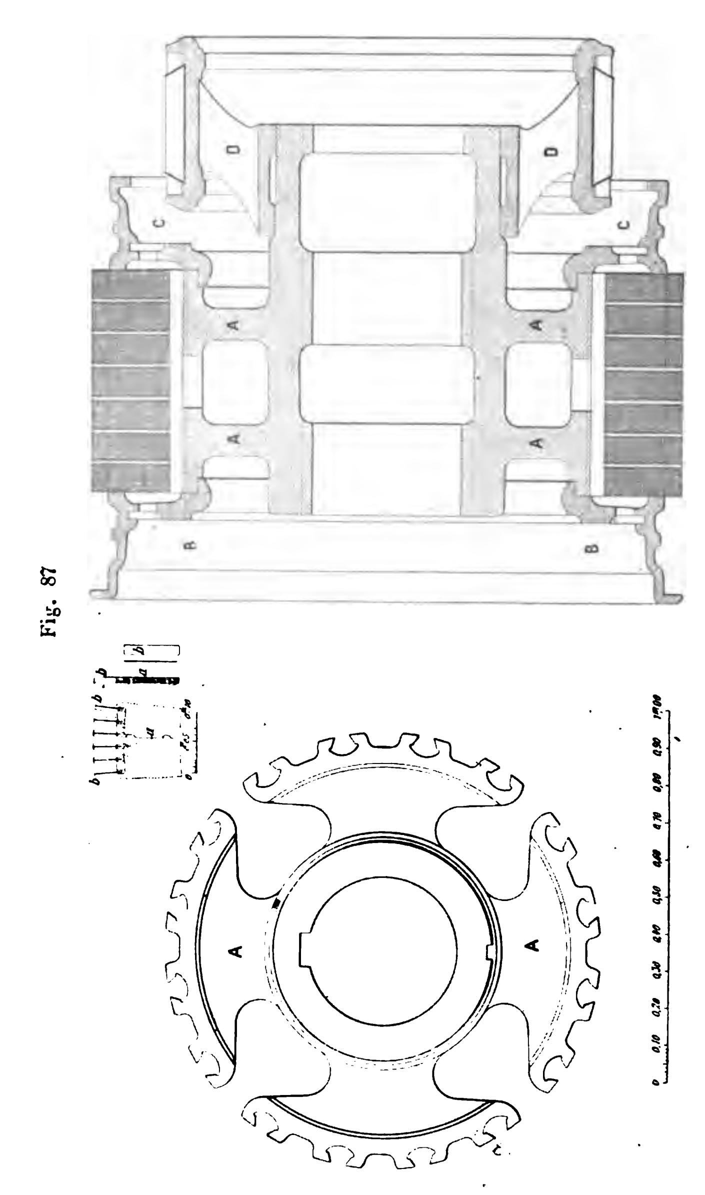
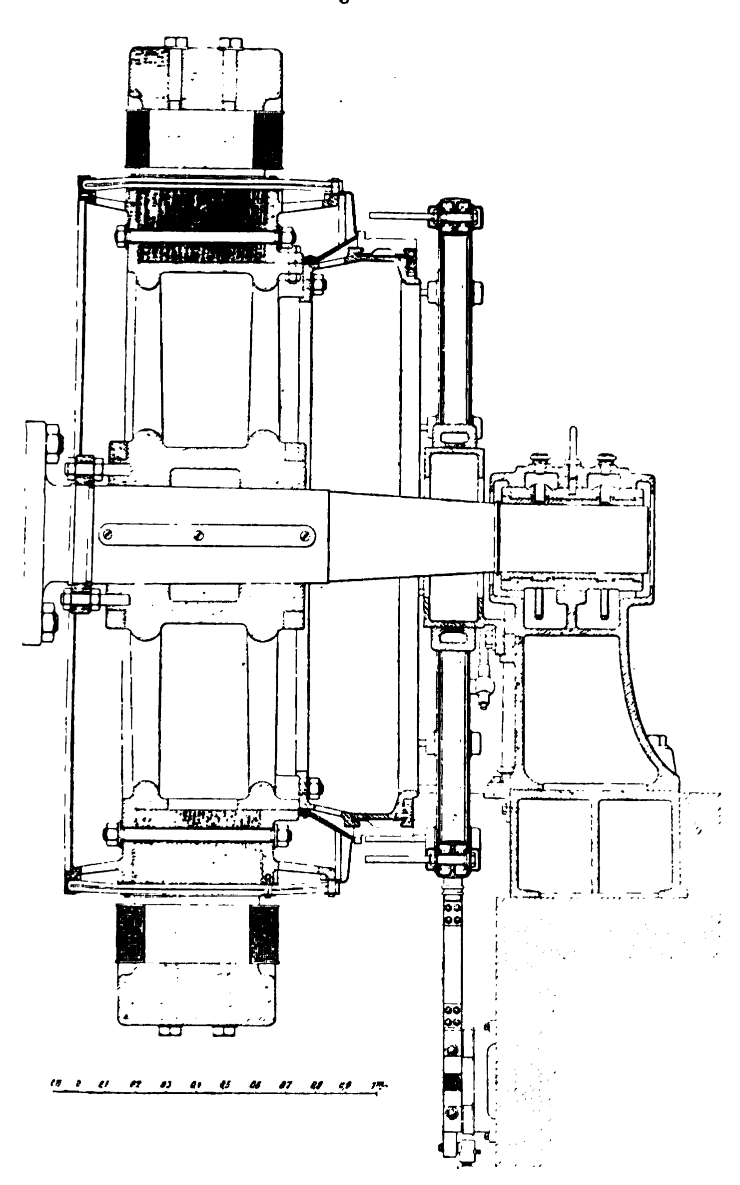


Fig. 87

Armature d'une dynamo, à 8 pôles, de 325 kilowatts (Société des Etablissements Postel-Vinay).

Fig. 88



Dynamo à 12 pôles, de 360 kilowatts, de la Société Anonyme d'Electricite de Francfort (Lahmeyer et Cie).

Chaque disque est formé de 4 segments clavetés sur le manchon en fonte A. Le noyau est maintenu entre deux flasques circulaires en fonte, B et C, munis de rebords sur lesquels doit reposer l'enroulement dans la partie extérieure au noyau.

La *fig.* 88 indique les principaux détails de construction d'une dynamo de la Société Anonyme d'Électricité de Francfort (anciennement M. Lahmeyer et C[ie]), qui faisait partie de l'un des groupes électrogènes de l'Exposition Universelle de 1900.

La puissance de cette machine est de 360 à 400 kilowatts à 94 tours par minute, pour une tension aux bornes de 550 wolts.

Le diamètre de l'induit est de 2.400 mm et sa longueur parallèle à l'axe de 420 mm.

Les tôles du noyau sont segmentées, assemblées à joints croisés et serrées entre les flasques d'un manchon en fonte par 24 boulons isolés qui assurent l'entrainement du noyau.

Le croisillon du manchon est serré sur l'arbre par deux frettes en fer posées à chaud.

Le poids de l'induit tout monté avec l'enroulement et le collecteur est de 12 tonnes environ.

Une des extrémités de l'arbre est supportée par un palier, l'autre est couplée avec l'arbre de la machine à vapeur par un manchon rigide.

La machine est à 12 pôles ; la carcasse de l'inducteur, en deux pièces, est en fonte ; la partie inférieure repose par deux pattes sur les fondations.

Les noyaux polaires, à section circulaire (diamètre 350 mm.), sont en acier coulé et fixés, chacun, par deux vis sur la couronne en fonte ; les épanouissements polaires sont coulés avec les noyaux.

Le diamètre extérieur de la carcasse est de 3 270 mm. ; sa longueur de 530 mm.

Le diamètre d'alésage de l'inducteur est de 2 414 mm. ce qui donne un entrefer de 7 mm.

Chaque bobine inductrice comprend 1 173 spires ; les 12 bobines sont montées en série ; la résistance du circuit inducteur est de 47 ohms à chaud ; à la charge de 350 kilowatts, le courant d'excitation est de 10,4 ampères. Le poids total de la partie fixe, inducteurs et paliers, est de 19 tonnes environ.

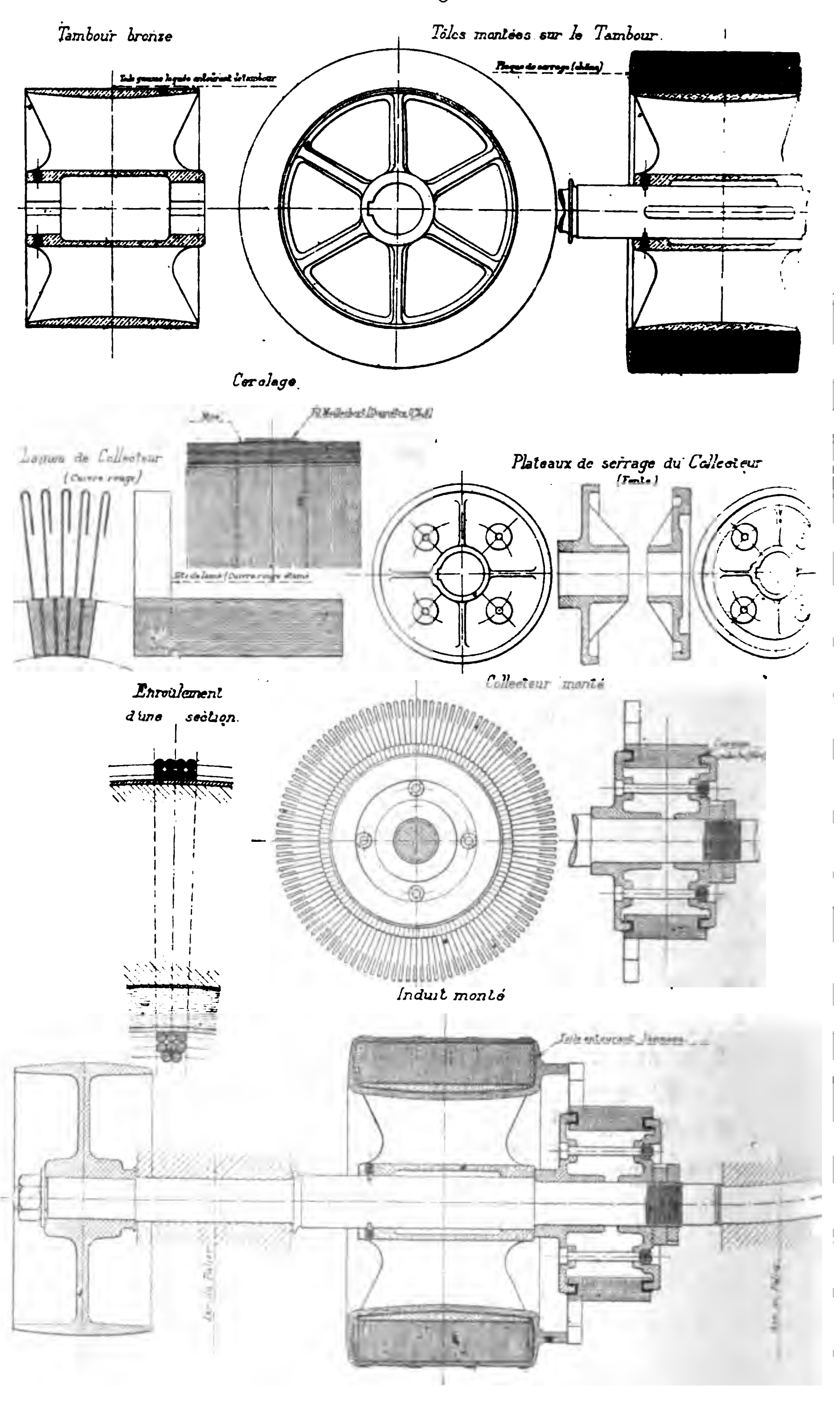
78. Manchons d'induit pour anneaux. — Dans les armatures en anneau il est nécessaire de ménager entre le noyau et l'arbre un espace suffisant pour le logement des fils intérieurs. Les tôles ne peuvent donc plus être clavetées directement sur l'arbre, et le noyau est monté sur un manchon qui doit être en bronze ou en laiton, parce que, s'il était en fonte, une partie du flux inducteur passerait à l'intérieur du noyau.

Or il est facile de voir que ces dérivations magnétiques intérieures, sans inconvénient pour le tambour, sont nuisibles dans le cas de l'enroulement en anneau, parce que la force électro-motrice induite dans les fils intérieurs est inverse de celle qui se développe dans les génératrices extérieures. Il en résulte que, pour l'anneau, le flux inducteur utile est la différence du flux qui passe dans le noyau et du flux dérivé par l'intérieur, tandis que pour le tambour le flux dérivé à travers le manchon, parallèlement à la ligne des pôles, agit dans le même sens que celui qui passe dans le noyau.

Dans l'induit dont les détails de construction sont représentés *fig.* 89 (MM. Hillairet-Huguet, constructeurs), le support du noyau est une poulie en bronze dont la surface extérieure est recouverte de toile gomme-laquée.

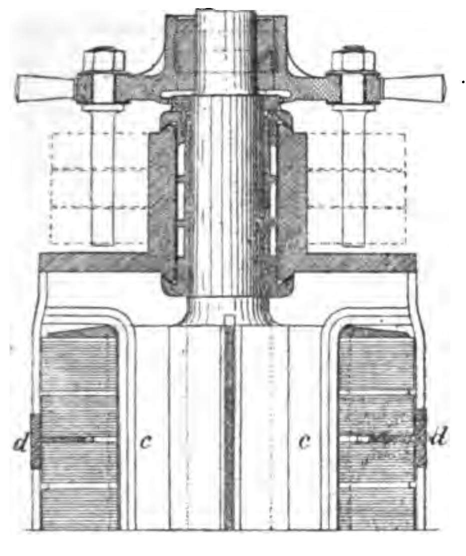
Après avoir monté le noyau sur cette poulie, on applique sur chaque base une rondelle en bois de chêne dont les angles sont arrondis. Le tout est ensuite recouvert de bandelettes de toile gomme-laquée enroulées suivant les génératrices du cylindre, de manière à recouvrir complètement la paroi annulaire, et à rendre le noyau complètement solidaire du manchon.

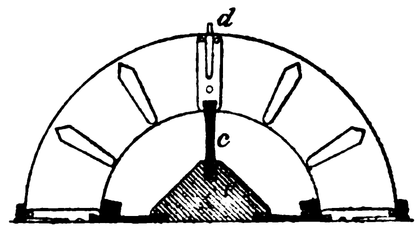
Fig. 89



Tambour bronze
Tôles montées sur le Tambour.
Cerclage.
Lames de Collecteur
(Cuivre rouge)
Plateaux de serrage du Collecteur
Enroulement
d'une section.
Collecteur monté
Induit monté

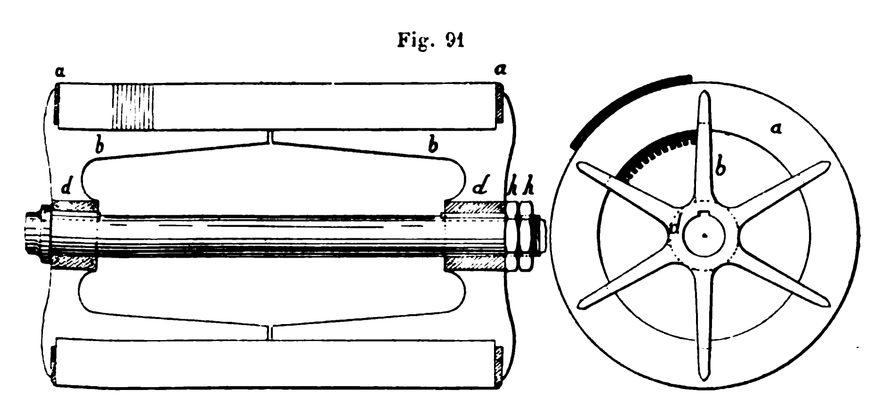
Fig. 90





Armature d'une dynamo bipolaire de 70 kilowatts (Crompton et Cie)

Fig. 91



Armature bipolaire Foster et Anderson

Dans l'armature de la *fig.* 90, l'entraînement du noyau se fait par quatre ailettes en bronze, *c*, qui sont engagées d'un côté dans les entailles intérieures des disques de tôle et de l'autre côté dans les rainures du moyeu. Les disques ne sont maintenus dans le sens longitudinal que par les bandelettes de toile vernie qui enveloppent le noyau, dont les deux bases sont revêtues de disques en bois à bords arrondis.

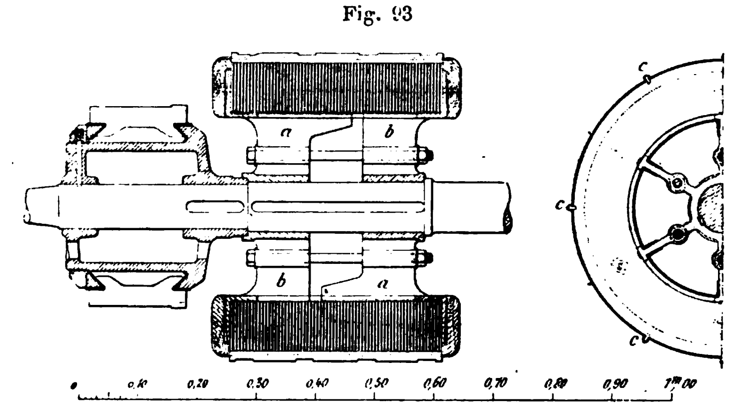
Le manchon de l'armature représentée *fig.* 91 est en bronze et formé de deux parties clavetées sur l'arbre. Les bras *b* pénêtrent dans les rainures intérieures du noyau, dont les disques sont serrés entre deux flasques en bronze, *a*, par les écrous *h*, *h*.

La *fig.* 92 représente le manchon d'un anneau pour dynamo de 80 kilowatts à 6 pôles (Société de l'Eclairage électrique).

Le noyau a 700 mm. de diamètre extérieur et 350 mm. de longueur; il est fixé sur un croisillon en bronze, A, à 8 bras, dont les extrémités s'engagent dans des rainures poinçonnées à la circonférence intérieure des disques de tôle. Le noyau est pressé entre deux rondelles D en laiton au moyen de 8 contre-croisillons B fixés par les vis de serrage C.

La *fig.* 93 représente un anneau de 40 kilowatts (Ateliers

Fig. 93



Induit en anneau d'une dynamo à 4 pôles de 40 kilowatts (Ateliers d'Oerlikon).

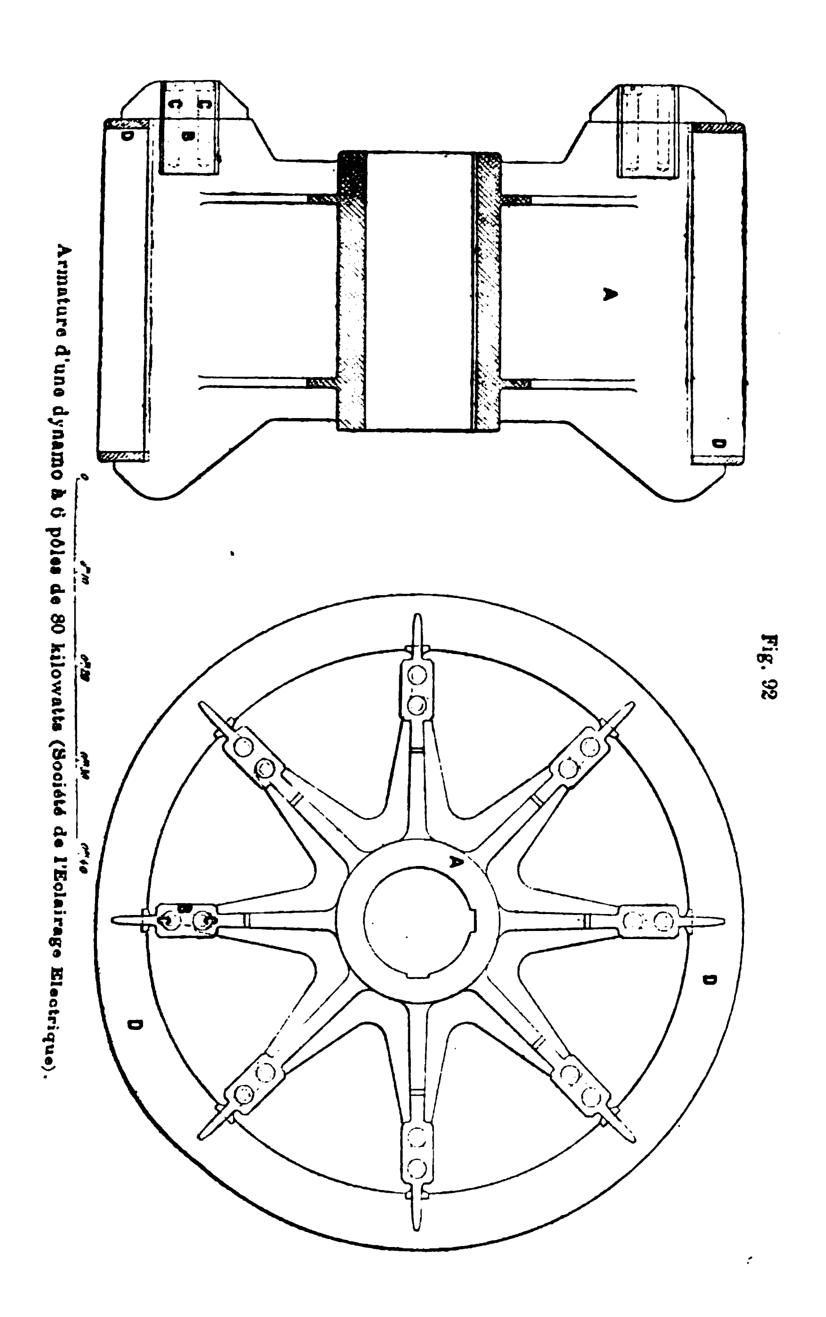


Fig. 92

Armature d'une dynamo à 6 pôles de 80 kilowatts (Société de l'Eclairage Electrique).

d'Oerlikon) dont le manchon, en bronze, est formé par deux pièces munies de six bras alternativement longs et courts ; les deux parties sont identiques, mais elles sont décalées l'une par rapport à l'autre de un sixième de circonférence, de telle sorte qu'un des bras *a* se trouve en face d'un bras *b* ; les deux moitiés du manchon sont serrées par six boulons. L'entraînement du noyau se fait par les bras *a* et *b*, dont les extrémités pénètrent dans des rainures poinçonnées à la circonférence intérieure des disques de tôles. Chacune des bases de l'anneau est recouverte d'une rondelle isolante en bois.

L'emploi du bronze pour la construction des armatures en anneau n'a d'autre objet que d'empêcher les dérivations magnétiques intérieures. Comme il suffit pour cela de réserver à la périphérie intérieure une région non magnétique de 10 à 15 cm. d'épaisseur, on peut, dans les anneaux de grandes dimensions, adopter un mode de construction mixte permettant de diminuer l'importance des pièces de bronze.

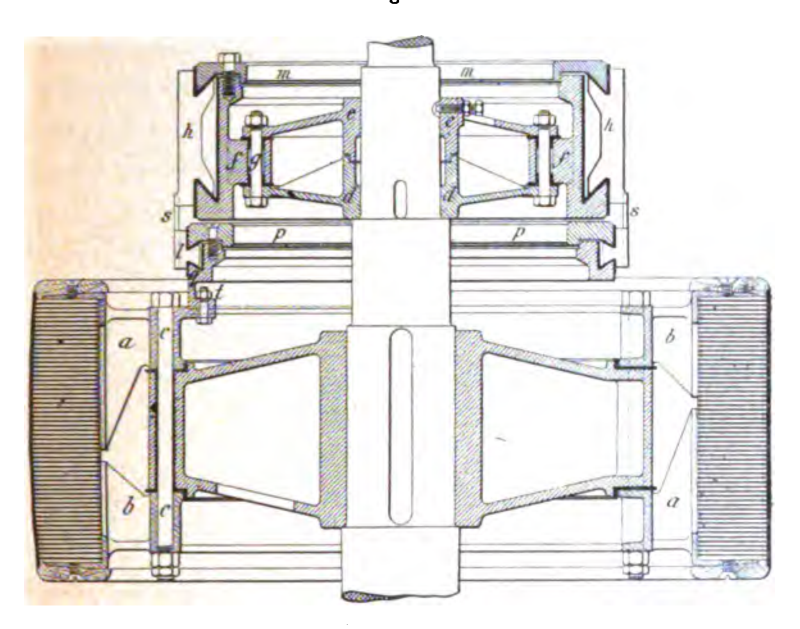
Ce mode de construction est représenté par la *fig.* 94 pour une dynamo de 220 kilowatts à axe vertical, avec dix pôles inducteurs, des Ateliers d'Oerlikon.

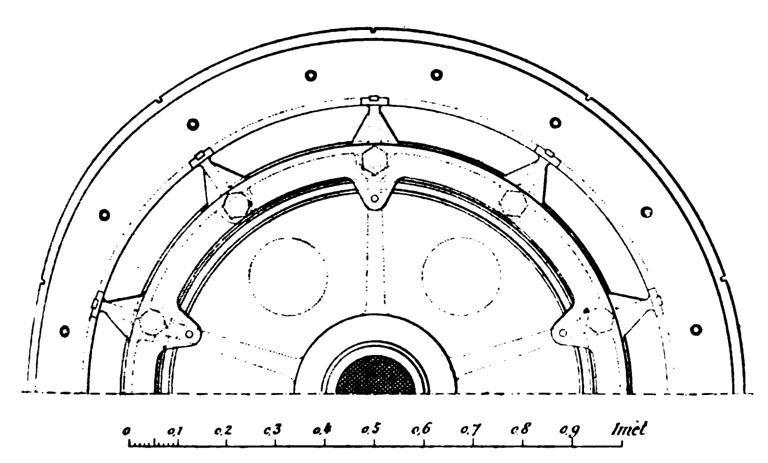
Le noyau a 1 500 mm. de diamètre extérieur et 540 mm. de longueur ; il est maintenu par un manchon de bronze en deux parties munies de bras inégaux, *a* et *b*, alternés comme dans l'exemple précédent.

L'entraînement du noyau se fait par des clés placées aux extrémités des bras du manchon. Ce manchon est fixé par les boulons, *cc*, sur une lanterne en fonte, dont il est séparé par des rondelles et des canons isolants.

Les dispositions employées pour la construction des armatures en anneau peuvent être appliquées aux tambours en remplaçant le bronze par la fonte ou l'acier moulé.

Fig. 94



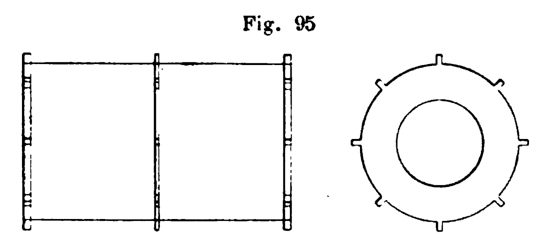


Induit en anneau pour dynamo à dix pôles, de 220 kilowatts, à axe vertical. (Ateliers d'Oerlikon).

79. Entraînement des fils. Noyaux dentés. — Pour les induits de petites dimensions, dont les spires sont serrées les unes contre les autres et maintenues par des frettes, le frottement suffit pour empêcher le glissement, notamment dans les anneaux, dont les fils intérieurs sont arrêtés par les bras du manchon. Lorsque l'adhérence est insuffisante pour s'opposer au glissement des fils à la surface de l'armature, on emploie des taquets d'entrainement implantés dans le noyau.

Dans les tambours ces taquets sont remplacés par des saillies réservées au pourtour des flasques d'extrémités ; si le tambour est très long, on intercale un disque denté au milieu de la longueur (*fig.* 95).

Fig. 95



Mais le mode d'entraînement le plus parfait est celui qui résulte de l'emploi de noyaux dentés (*fig.* 96).

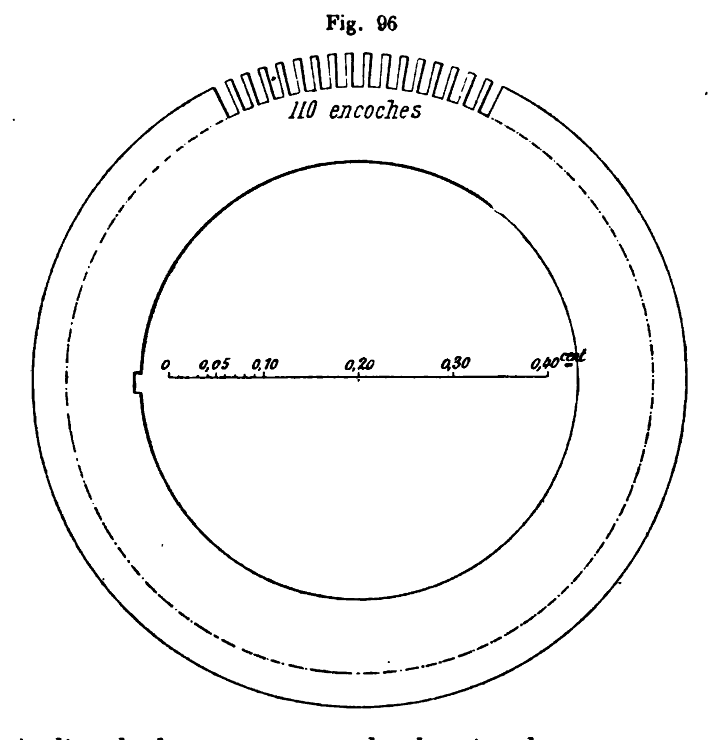
Cette disposition, qui tend à se généraliser, permet de réduire l'entrefer ; cependant il est préférable de ne pas lui donner une épaisseur moindre que la demi-largeur d'une encoche, si l'on veut éviter l'échauffement des pièces polaires.

En effet, comme la plus grande partie du flux émis dans l'entrefer passe dans le noyau par les dents, les tubes d'induction se déplacent avec l'armature et, si l'entrefer était trop faible, les variations qui se produiraient sur la surface polaire y développeraient des courants de Foucault dirigés dans des plans perpendiculaires à l'axe du noyau polaire.

En augmentant l'entrefer on favorise l'épanouissement du flux; la densité magnétique superficielle sur les épanouissements polaires se rapproche davantage d'une distribution uniforme,

et les variations produites par le déplacement des tubes d'induction sont assez faibles pour qu'il n'en résulte aucun inconvénient.

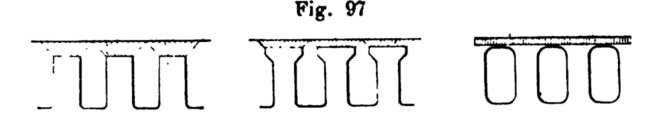
Fig. 96



Au lieu de donner aux encoches la même largeur sur toute la hauteur, on peut les rétrécir vers le haut, ou, même, les remplacer par des trous percés dans les disques de tôle à une petite distance du bord.

Ces trois dispositions sont indiquées par la *fig.* 97.

Fig. 97



80. Ventilation de l'induit. — En marche, l'armature s'échauffe du fait de l'hystérésis et des courants parasites du

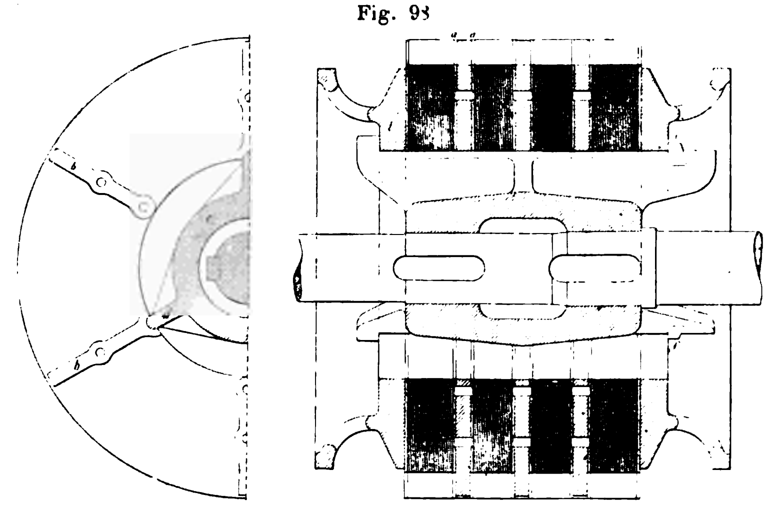
noyau, ainsi que par l'effet Joule dans le cuivre de l'enroulement.

Lorsque les fils sont isolés par une enveloppe de coton imprégnée de vernis, l'excès de température de l'induit sur celle de la salle des machines ne doit pas dépasser 50° C. Pour l'isolement au papier l'élévation de température peut atteindre 60° C., et pour les fils isolés par de l'amiante ou du mica, 80° C. Ces indications supposent que la température extérieure ne dépassera pas 35° C.

La surface de refroidissement de l'armature doit être suffisante pour dissiper la chaleur développée, sans que la limite supérieure de température soit dépassée, même après une marche prolongée à pleine charge [1].

Lorsque la surface extérieure est insuffisante pour maintenir l'élévation de température dans les limites assignées, on ménage dans l'intérieur du noyau des canaux de ventilation.

Fig. 98



On les obtient (*fig.* 98) au moyen de bossages, *b*, en fibre

[1] L'élévation de température peut être calculée d'une façon approchée par la formule empirique

$$\theta = \frac{400}{1 + 0{,}1v} \times \frac{\text{Watts transformés en chaleur}}{\text{Surface de refroidissement en } cm^2}$$

v étant la vitesse périphérique de l'induit en mètres par seconde.

vulcanisée, fixés sur deux disques de tôle *a, a* que l'on intercale entre les disques du noyau.

On emploie dans le même but (*fig.* 87, p. 168) un disque en tôle sur lequel sont rivés de distance en distance des bossages en bronze, *a*, terminés extérieurement par un bourrelet dans lequel sont encastrées au moulage des lames de fer, *bb*, dont l'espacement correspond à celui des dents. Dans les armatures à noyau lisse les taquets d'entraînement sont logés dans les canaux de ventilation (*fig.* 90.)

81. Isolement du noyau.— Le noyau ainsi que les bras du manchon doivent être soigneusement isolés dans toutes les parties qui seront en contact avec les fils de l'enroulement. Après avoir passé une couche de vernis sur les surfaces à isoler, on les recouvre de papier, de toile, de coton, ou de micanite; l'épaisseur et la nature des couches isolantes dépendent de la force électro-motrice qui doit être développée dans l'induit.

L'isolement des bases se fait au moyen de disques en bois ou en fibre; lorsque le noyau est denté, les encoches sont tapissées intérieurement de papier ou de toile et, dans quelques cas, garnies d'une gaine isolante dans laquelle sont logés les fils de l'induit.

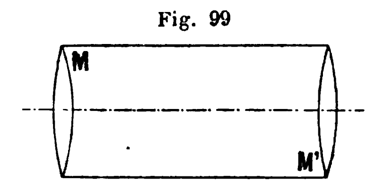
82. Condition d'équilibre, — Dans un induit animé d'une grande vitesse angulaire, le plus léger défaut d'équilibre développe une force centrifuge qui tend à faire fléchir l'arbre, tantôt dans un sens tantôt dans l'autre, en donnant lieu à des vibrations qui peuvent amener sa rupture.

Lorsque l'induit est bien centré, et que le flux inducteur est symétriquement distribué à la surface du noyau, les attractions magnétiques dans l'entrefer s'équilibrent ; mais si, par suite de vibrations imprimées à l'arbre, l'entrefer augmente d'un côté et diminue de l'autre, un très faible déplacement

donnera naissance à un effort considérable sur l'arbre et le mal s'aggravera.

On vérifie l'équilibre de l'armature en la faisant reposer sur deux couteaux, et en observant si elle reste immobile dans toutes les positions. Mais cette condition ne suffit pas; car elle peut être obtenue par des masses telles que M et M' (*fig.* 99), situées dans un plan diamétral du cylindre, dont les moments par rapport à l'axe seraient égaux, et qui, pendant la rotation, donneraient naissance à un couple tendant à faire vibrer l'arbre.

Fig. 99



Pour s'assurer que l'armature ne présente pas de défaut d'équilibre de cette nature, on la fera tourner sur deux coussinets, suspendus de manière à pouvoir se déplacer sous l'action du couple produit par une dissymétrie dans la masse intérieure. Ces vérifications doivent être faites avant et après le bobinage de l'armature.

COLLECTEURS — BALAIS — PORTE-BALAIS

83. Conditions à remplir. — Le collecteur est constitué par une série de lames parallèles, isolées, fixées autour d'un manchon de manière à former un cylindre sur lequel appuient les *frotteurs* ou *balais* qui transmettent les courants induits dans le circuit extérieur.

Les lames sont en cuivre dur étiré ou forgé; elles ont une largeur de 5 à 10 mm., et sont isolées entre elles par une feuille de carton, d'amiante ou de mica de 0,5 à 1 mm. d'épaisseur, suivant la différence de potentiel à prévoir entre deux touches voisines.

Les lames du collecteur doivent être également isolées du manchon sur lequel elles sont fixées. La différence de potentiel, qui existe entre le collecteur et les masses métalliques voisines, étant égale à la force électromotrice totale de la machine, on donne à l'isolant du manchon une épaisseur qui varie de 1,5 à 2,5 mm. suivant la force électromotrice de la machine.

Le nombre des fils induits étant déterminé par les conditions auxquelles doit satisfaire la dynamo, celui des touches du collecteur résulte du nombre des subdivisions de l'enroulement, qui doit être déterminé de manière à ne pas dépasser notablement 200 ampère-tours par section et une différence de potentiel de 25 à 30 volts entre deux touches voisines. Ces limites, indiquées par l'expérience, fixent le nombre minimum de touches; mais il est avantageux, pour éviter les étincelles, de l'augmenter le plus possible dans les limites compatibles avec les exigences de la construction.

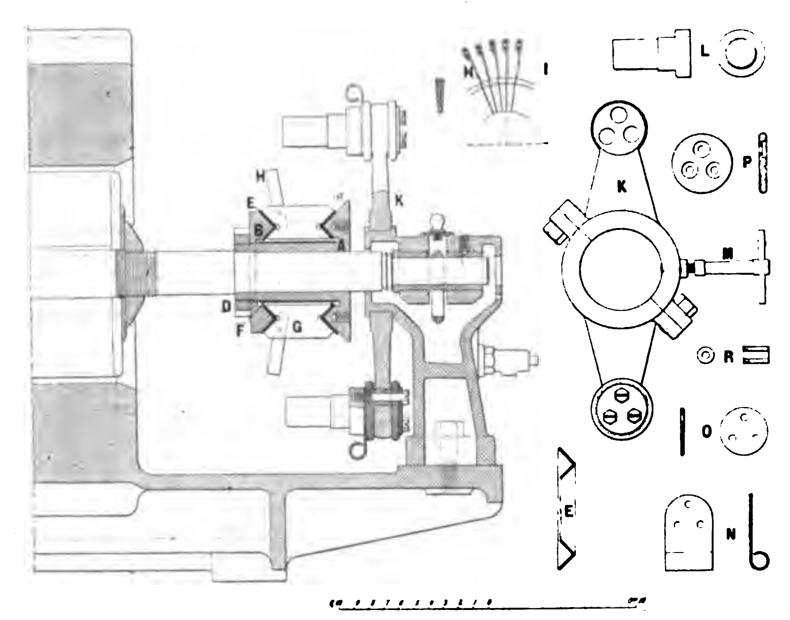
En particulier, pour obtenir un bon contact permanent des balais sur le collecteur sans exagérer la pression des balais, il convient de ne pas dépasser notablement la vitesse de 10 mètres par seconde à la périphérie du collecteur. Comme, d'un autre côté, il n'est pas facile de donner aux lames une largeur inférieure à 5 mm., on voit que ces deux conditions limitent le nombre de touches et par suite celui des sections de l'induit.

Le collecteur est un point faible des dynamos à courant continu, et la manière dont il est construit a une très grande influence sur le fonctionnement régulier de la machine.

Le collecteur doit conserver une forme cylindrique invariable malgré l'usure à laquelle il est soumis par le frottement des balais, et malgré l'échauffement produit par le passage du courant.

84. Construction des collecteurs. — La *fig.* 100 montre les détails de construction du collecteur d'une dynamo bipolaire. Il a 90 mm. de diamètre, 30 mm. de longueur utile, et comprend 44 lames, G, en cuivre rouge étiré, séparées par une feuille de mica, I, de 0,5 mm. d'épaisseur.

Fig. 100



Détails de construction du collecteur de la dynamo bipolaire (*fig.* 29).

Chaque lame est munie d'une bande, H, en cuivre rouge, dont l'extrémité forme une boucle dans laquelle sont soudées les extrémités des fils de connexion avec l'induit. La bande H est rivée et soudée sur la lame G dans une rainure pratiquée à cet effet.

Après avoir assemblé les lames de cuivre et les feuilles de mica de manière à former un cylindre, on les maintient par un collier de montage en acier. En forçant le cylindre à travers une série d'anneaux de sections décroissantes, on réduit graduellement le diamètre jusqu'à refus. Après avoir dressé

sur le tour la surface cylindrique intérieure et les deux bases, on monte le collecteur sur le manchon de bronze A; il est maintenu entre la bride *a* et la rondelle de bronze B serrée par l'écrou D en acier. Les lames du collecteur sont isolées du manchon par le cône E, en micanite ([1]) de 1,6 mm. et le cylindre F en micanite de 0,8 mm. d'épaisseur.

Une fois monté, le collecteur est passé plusieurs fois à l'étuve; l'écrou D est serré chaque fois de manière à assurer le blocage régulier de toutes les lames. Finalement le manchon est fixé sur l'arbre, et le collier de montage enlevé; la surface extérieure du collecteur est ensuite tournée et polie.

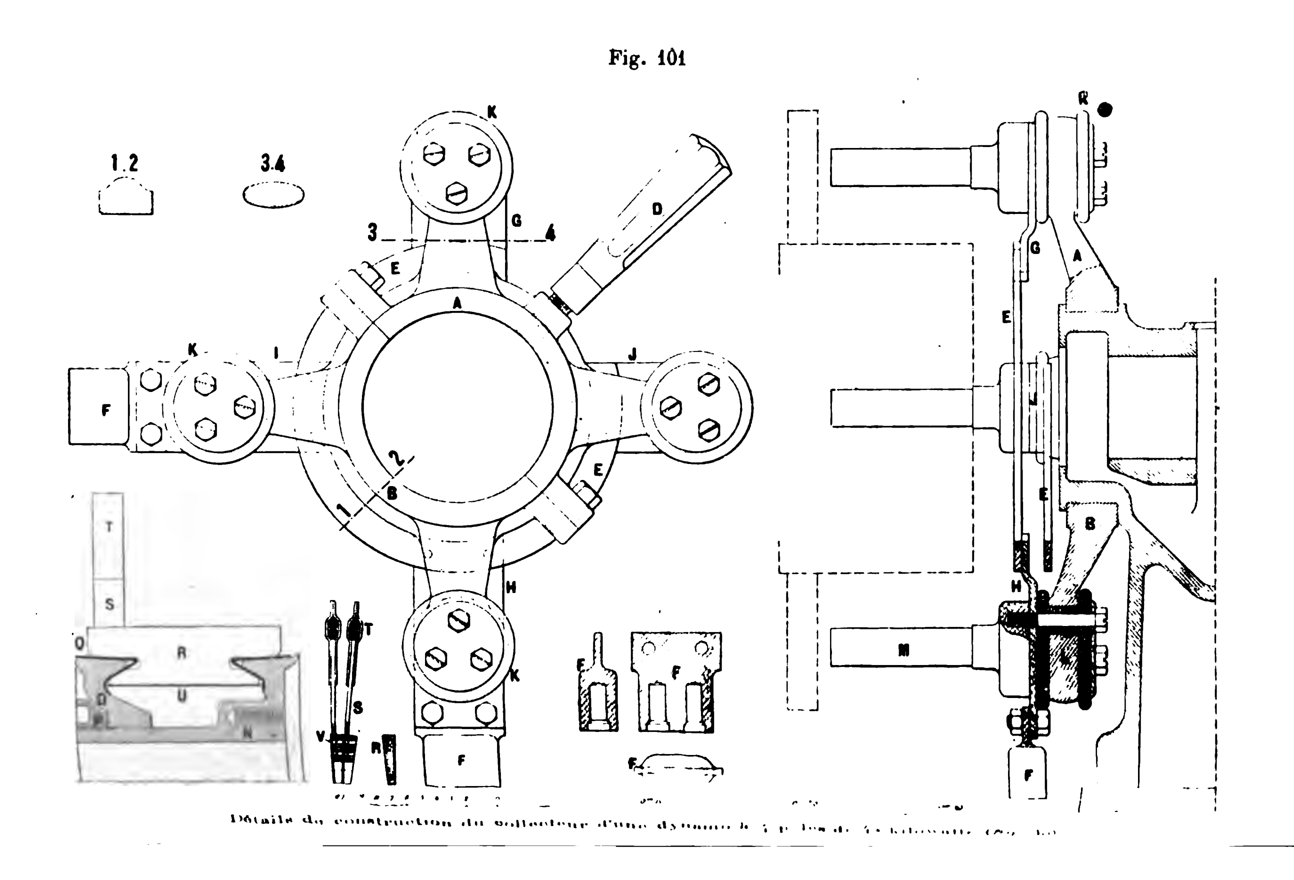
Le collecteur représenté sur la *fig.* 89, p. 172, a 220 mm. de diamètre et 90 mm. de longueur; il est formé par 120 lames en cuivre rouge étiré, isolées les unes des autres par une feuille de carton dont les faces sont recouvertes de mica; les tiges de connexion sont en cuivre rouge étamé. Sur chaque base du collecteur a été fraisée une gorge circulaire dans laquelle est ajustée une bague isolante en fibre ([2]) divisée en trois segments de manière à permettre une légère contraction au serrage. Le collecteur est maintenu par deux plateaux en fonte dont les rebords circulaires appuient sur les bagues isolantes, et dont le serrage est fait au moyen de 4 boulons. Le manchon formé par ces deux plateaux est maintenu sur l'arbre par un collet et serré par un écrou avec contre-écrou.

Pour une même surface de contact des balais, ce dernier mode de construction permet de réduire la longueur du collecteur; mais la profondeur sur laquelle les lames peuvent être usées, avant d'être remplacées, est moins grande que pour la forme indiquée par la *fig.* 100.

([1]) La micanite est obtenue par la superposition de feuilles de mica très minces, cimentées au moyen d'un vernis inaltérable à la chaleur.

([2]) La fibre est un composé de sciure de bois agglomérée par un corps liant de composition particulière. La pâte ainsi obtenue est comprimée sous forme de feuilles plus ou moins épaisses.

Fig. 101



Détails de construction du collecteur d'une dynamo [illegible]

La *fig.* 101 représente les détails du collecteur d'une machine à 4 pôles de 42 kilowatts; il a 220 mm de diamètre et 105 mm. de longueur utile.

Le corps du collecteur est formé par 79 lames, R, en cuivre rouge étiré et 79 feuilles de mica, V, ayant 0,8 mm. d'épaisseur.

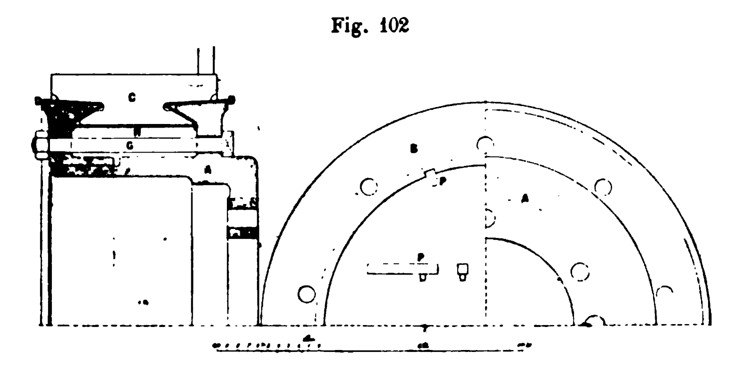
Le manchon, en fonte malléable, est en deux parties N et O, dont le serrage se fait au moyen de l'écrou P vissé sur l'extrémité de N.

Le collecteur est isolé par deux collerettes coniques, Q, et un cylindre intérieur, U, en micanite; les collerettes Q ont 1,6 mm., le cylindre U a 0,8 mm. d'épaisseur.

Chaque tige de connexion est formée de trois pièces : une bande de cuivre rouge étiré, S, rivée et soudée dans une échancrure de la lame R, et deux bandes de cuivre rouge recuit, T, soudées sur la bande S de manière à former une boucle, dans laquelle seront soudées les extrémités des fils de connexion avec l'enroulement.

La *fig.* 102 représente le manchon du collecteur d'une machine à 6 pôles de 100 kilowatts; il est boulonné sur le manchon d'induit, ce qui permet de tourner le collecteur et de le terminer complètement avant de le monter sur l'armature.

Fig. 102

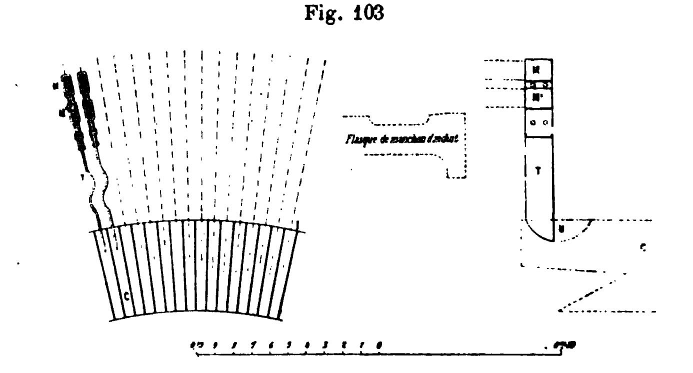


Ce collecteur, qui a 500 mm. de diamètre extérieur et 125 mm. de longueur utile, est formé de 220 lames en cuivre

rouge dur étiré et de 220 feuilles de mica de 0,8 mm. Les collerettes coniques, D, et le cylindre isolant intérieur, H, sont en micanite de 2,5 mm. d'épaisseur. Les manchons mâle et femelle, A et B, en fonte, sont serrés par 9 boulons, G, de 14 mm. de diamètre ; une clavette à goupille en acier, P, empêche tout déplacement latéral du collecteur.

Chaque tige de connexion, T (*fig.* 103), est obtenue par la superposition de 5 bandes de clinquant de 15 × 0,2 mm.

Fig. 103



Les boucles dans lesquelles sont soudés les fils de raccordement avec l'induit sont formées par une bande de cuivre de 15 × 1 mm ; les tiges T sont rivées et soudées dans les encoches, U, des lames C.

85. Balais. Porte-balais. — Les courants induits sont captés par des frotteurs ou balais qui appuient sur le collecteur.

Avec l'enroulement multiple Mordey et l'enroulement en série simple, le nombre des lignes de balais peut être réduit à deux, quel que soit le nombre des pôles. Cependant, dans la plupart des cas, il est préférable, comme nous l'avons dit précédemment, d'adopter avec ces deux modes d'enroulement un nombre de prises de courant égal à celui des pôles, comme pour l'enroulement multiple simple ou en séries parallèles.

Dans tous les cas, l'arc compris entre deux lignes de balais de polarités différentes est égal à un multiple impair de $\frac{\pi}{p}$, et la position de l'une quelconque des lignes de commutation détermine celle de toutes les autres. Les balais devront donc être disposés de manière que les distances angulaires des surfaces de contact sur le collecteur puissent être exactement réglées et demeurent invariables.

D'autre part, pour que la dynamo fonctionne régulièrement sans donner d'étincelles, il faut que les balais occupent une position déterminée par le débit de la machine. Le décalage étant le même pour tous, les balais doivent être montés sur un collier susceptible d'être déplacé autour de l'axe du collecteur, et maintenu dans la position convenable par une vis d'arrêt.

Les frotteurs employés pour capter le courant sur le collecteur sont en métal ou en charbon.

Les balais métalliques sont formés par un faisceau de fils de cuivre argenté, par des lames de cuivre mince, par des bandes de toile de laiton ou de cuivre roulées sur elles-mêmes et comprimées.

La tendance actuelle est de substituer les frotteurs en charbon aux balais métalliques, que l'on réserve pour les dynamos à très grand débit.

Afin de pouvoir visiter et, au besoin, remplacer un balai pendant la marche, sans interrompre le courant, chaque prise doit être faite simultanément par deux balais au moins.

Les balais métalliques sont taillés en biseau et inclinés sur le collecteur de 45° environ, de manière à ne pas brouter au passage des touches ; les frotteurs en charbon peuvent appuyer normalement sur le collecteur.

L'arc de contact du frotteur et du collecteur est le plus souvent compris entre $1\frac{1}{2}$ et $2\frac{1}{2}$ fois la largeur d'une lame ; la surface de contact se détermine d'après l'intensité du courant à recueillir.

Pour les balais métalliques, la surface de contact est généralement comprise entre 2,5 et 5 millimètres carrés par ampère; pour les frotteurs en charbon entre 7 et 20 millimètres carrés par ampère, suivant la qualité [1].

Au lieu de déterminer chaque fois les dimensions des frotteurs d'après le débit de la machine, beaucoup de constructeurs préfèrent, avec raison, n'avoir qu'un seul modèle de frotteur, dont ils montent un plus ou moins grand nombre en parallèle, suivant l'intensité du courant à recueillir.

Chaque frotteur est maintenu dans une gaine articulée sur un support métallique terminé par un anneau qui s'enfile sur une tige du collier porte-balais.

Le frotteur est pressé sur le collecteur par un ressort, dont on modifie la tension en déplaçant le support autour de la tige du porte-balais. Pour les machines fixes, la pression du frotteur sur le collecteur est de 100 à 125 grammes par centimètre carré; pour les moteurs de tramways, on la porte à 250 ou 300 grammes par centimètre carré.

Balais

Les *fig.* 104 à 110 montrent les détails de construction de quelques supports pour balais métalliques et frotteurs en charbon, et s'expliquent d'elles-mêmes.

Le frotteur communique avec la tige du porte-balais par le bâti métallique de la gaine et par un câble souple, D (*fig.* 104) ou par une lame de cuivre, *l*, (*fig.* 107).

Chaque tige du collier porte-balais reçoit le courant capté par sa ligne de balais, et doit être complètement isolée du collier mobile.

---

(1) La Société « Le Carbone » indique les chiffres suivants pour les densités de courant à admettre avec les frotteurs en charbon de sa fabrication.

6	ampères par cm²	pour la	qualité	F	charbon aggloméré ordinaire.
7	»	»	»	QS	
10	»	»	»	Z	charbon électro-graphitique.
15	»	»	»	X	

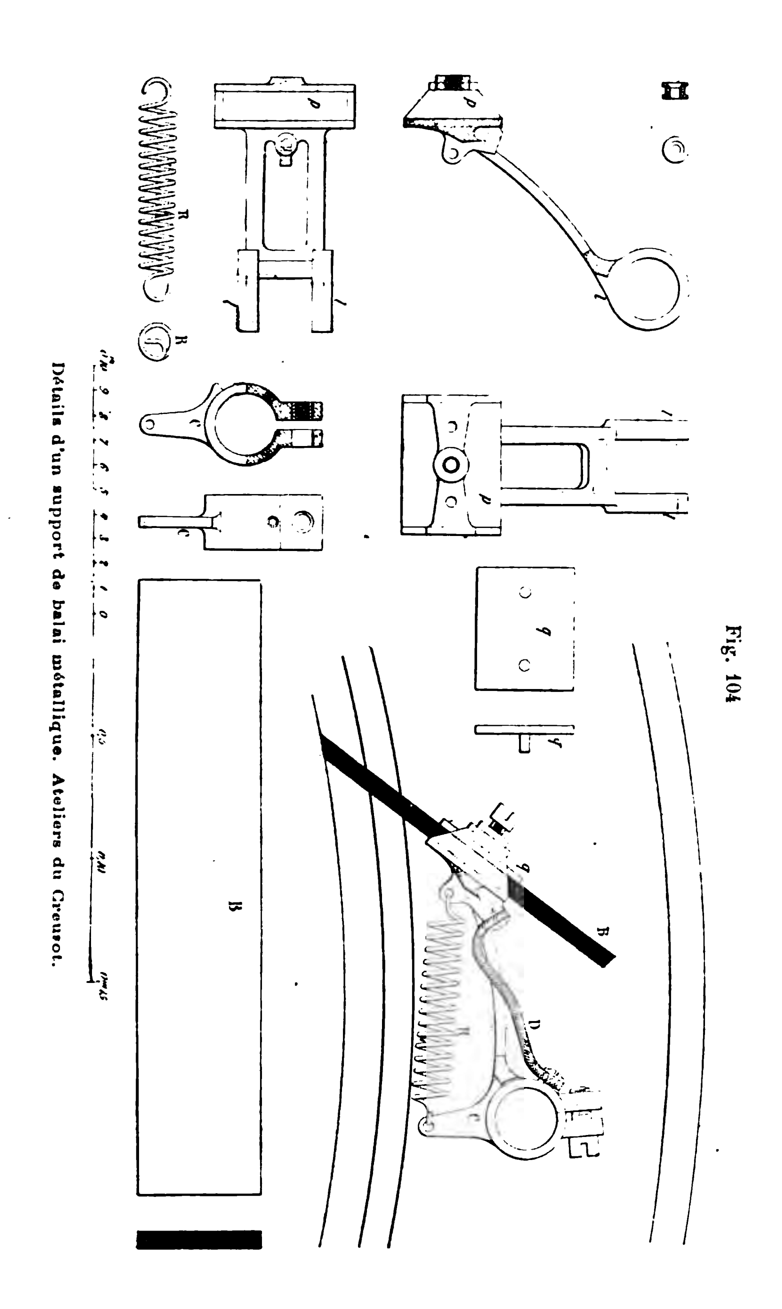


Fig. 104

Détails d'un support de balai métallique. Ateliers du Creusot.

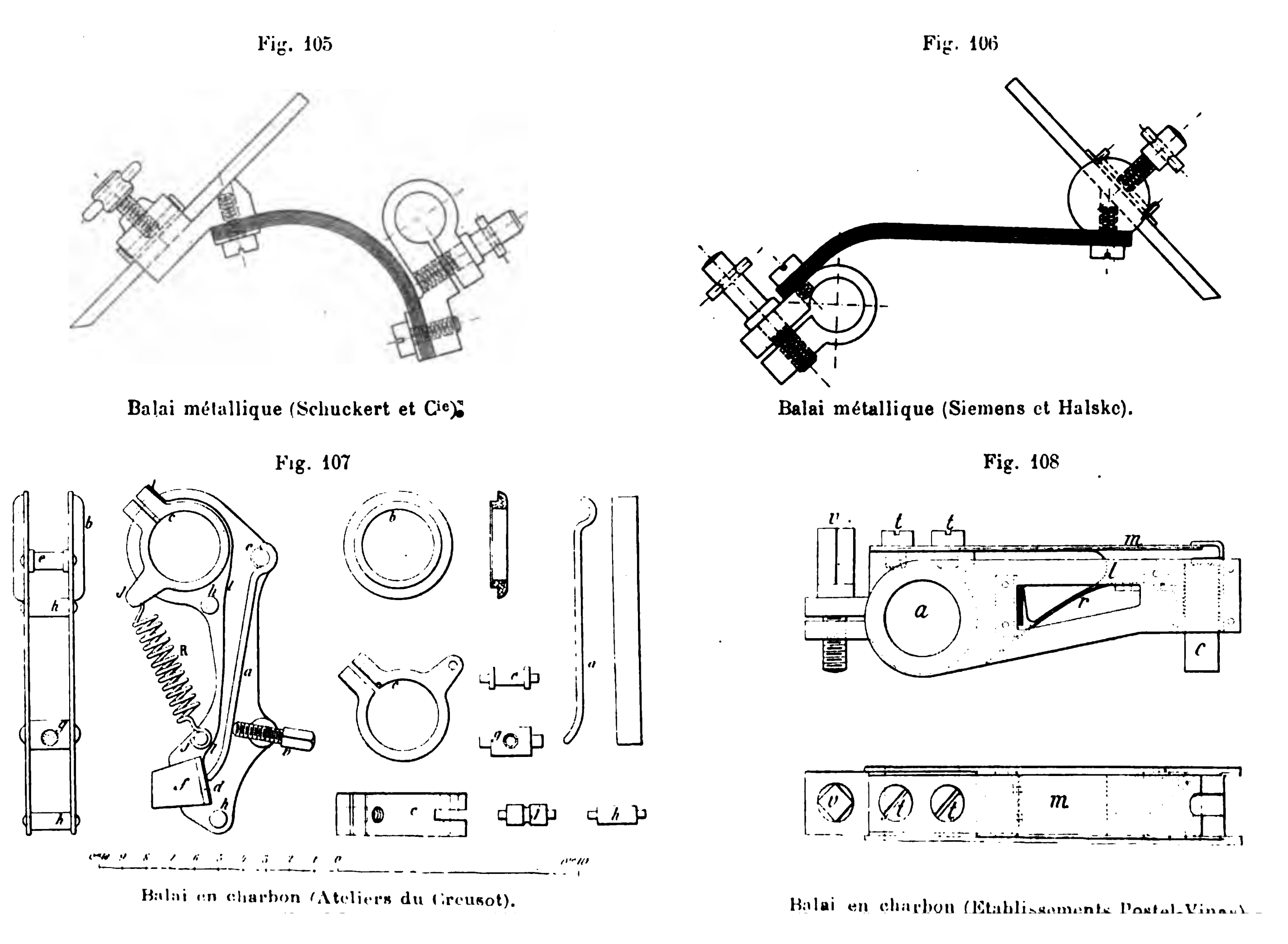


Fig. 105

Balai métallique (Schuckert et Cie).

Fig. 106

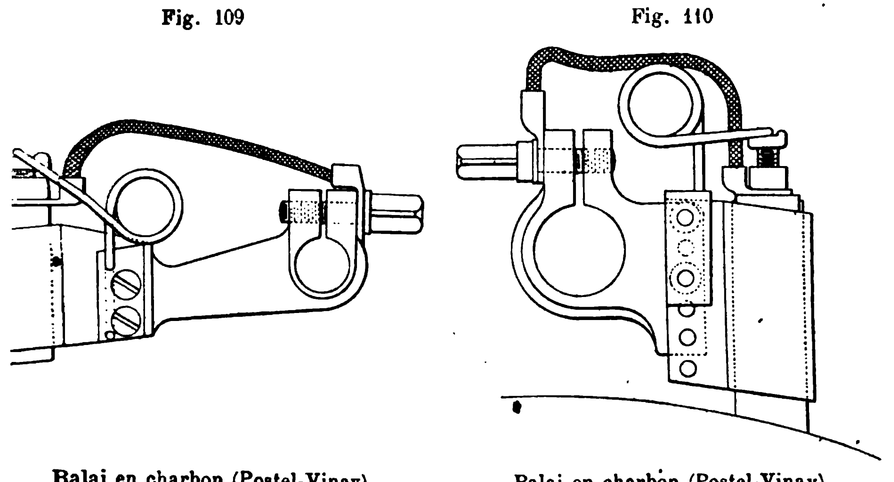
Balai métallique (Siemens et Halske).

Fig. 107

Balai en charbon (Ateliers du Creusot).

Fig. 108

Balai en charbon (Etablissements Postel-Vinay).



Balai en charbon (Postel-Vinay).

Balai en charbon (Postel-Vinay).

Les tiges de mêmes polarités sont reliées par un conducteur, qui est lui-même raccordé à un des pôles de la dynamo au moyen d'un câble souple.

Colliers porte-balais

La *fig.* 100, p. 184, indique les détails de construction du collier porte-balais d'une dynamo bipolaire de 2 750 watts (C_2); il comprend les pièces suivantes :

1 collier en fonte, K, en deux pièces assemblées par deux vis;
2 tiges porte-balais, L, en bronze;
1 clef de serrage, M, en fer;
2 prises de courant, N, en cuivre rouge;
2 rondelles, O, en laiton;
4 rondelles isolantes, P, en ébonite;
6 canons isolants, R, en ébonite, pour les vis qui fixent les tiges L sur les bras du collier.

Les câbles souples, qui amènent le courant aux bornes de la dynamo, sont soudés aux prises de courant N.

La *fig.* 101 p. 186 donne les détails du collier porte-balais d'une machine à 4 pôles. Il comprend les pièces principales suivantes.

2 demi-colliers A et B en fonte ;

1 poignée D en bois dur ;

2 bandes de connexion, E, en cuivre rouge ;

2 prises de courant, F, en bronze, auxquelles sont soudées les extrémités des câbles souples qui amènent le courant aux bornes de la dynamo ;

4 attaches G. H. I. J. en cuivre rouge rivées sur les bandes de connnexion ;

8 rondelles K, en ébonite ;

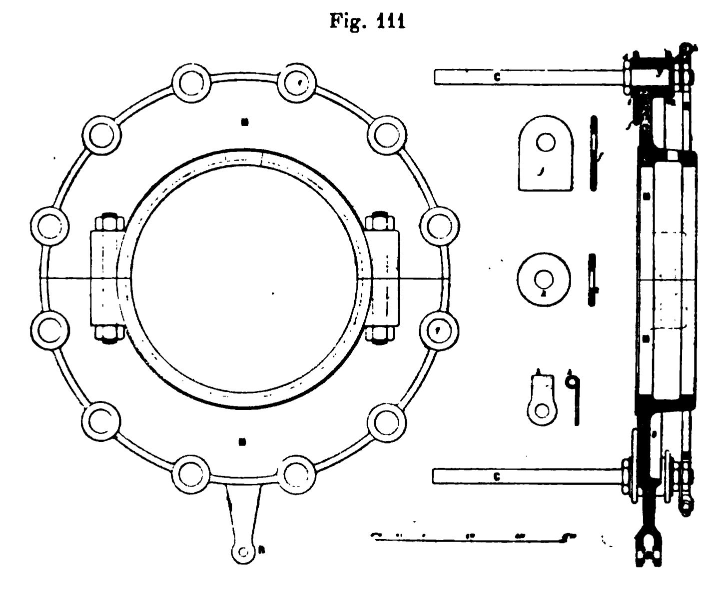
8 canons, L, en ébonite ;

4 tiges porte-balais, M, en bronze ;

4 rondelles en laiton ;

La *fig.* 111 représente le collier porte-balais d'une dynamo à 12 pôles de 500 kilowatts, des ateliers du Creusot.

Fig. 111



Collier porte-balais pour dynamo de 500 kilowatts
(Ateliers du Creusot).

Il comprend : 2 demi-colliers en fonte, M, assemblés par deux boulons ;

12 tiges en bronze avec écroux et contre-écroux

12 canons isolants *g* ;

12 rondelles isolantes *f* ;

12 rondelles isolantes *k* ;

12 cosses *h*, en cuivre rouge ;

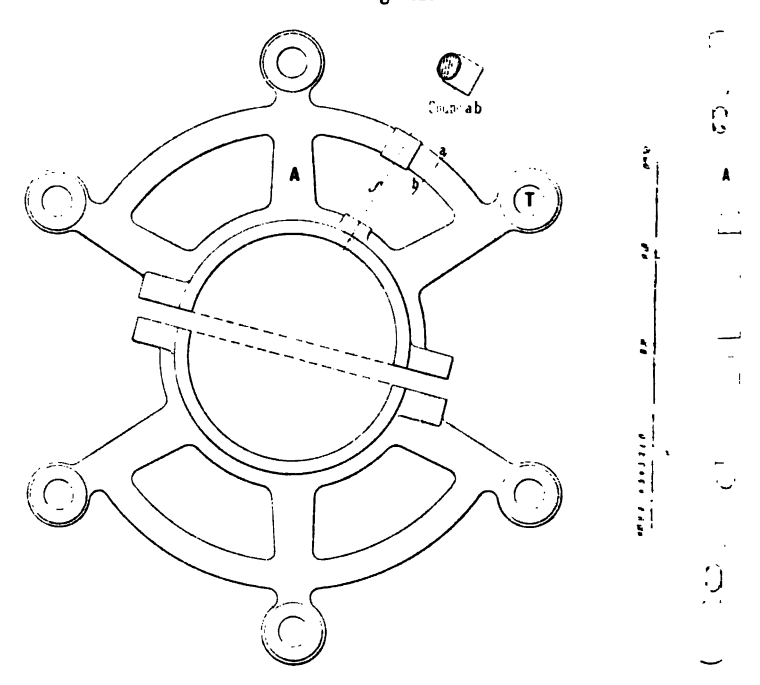
Les six tiges de mêmes polarités sont reliées électriquement par un cercle de connexion en cuivre rouge au moyen des cosses *h*, vues de face en *a* et *b* (*fig.* 112).

Fig. 112

Connexions des tiges porte-balais (Ateliers du Creusot).

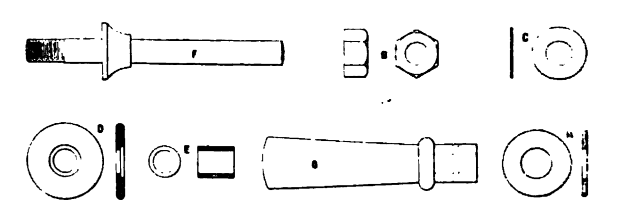
Le déplacement du collier autour de palier s'effectue par un levier articulé dans la chape R (*fig.* 111), et commandé par une vis tangente.

Fig. 113



Collier porte-balais en fonte.

Fig. 114

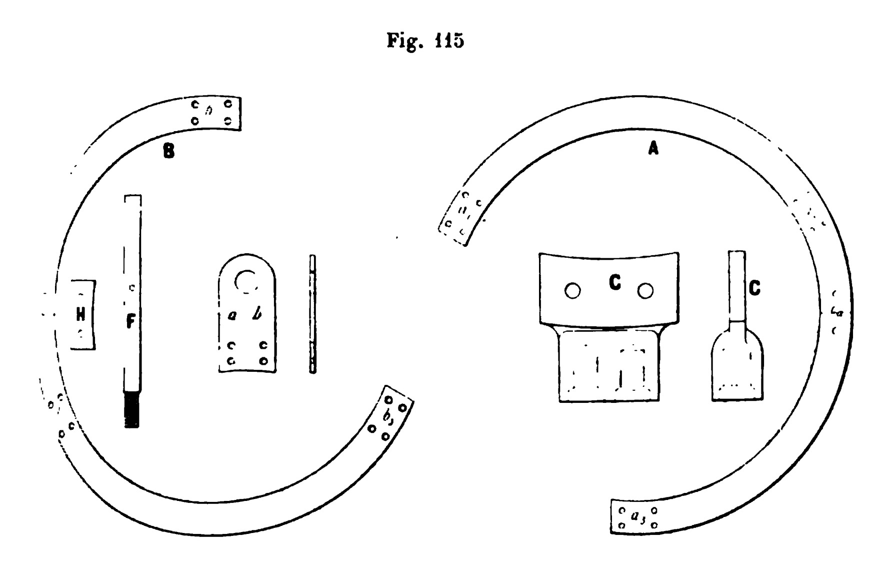


Détails des porte-balais

F tige porte-balais en bronze ; B écrou en bronze pour la tige F; C rondelle en laiton ; D rondelle isolante en ébonite; E canon isolant en ébonite; G manche en bois pour la tige de manœuvre du collier.

Les *fig.* 113 à 117 donnent les détails du collier porte-balais et des connexions d'une dynamo à 6 pôles, de 100 kilowatts, des Etablissements Postel-Vinay.

Fig. 115



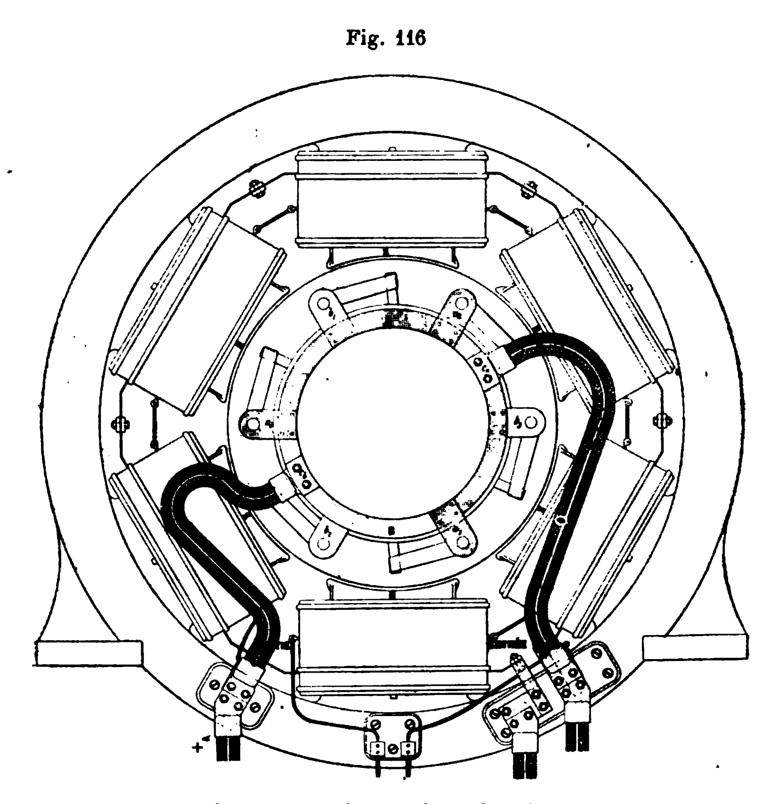
Lames de connexion des tiges porte-balais.

Chacune des deux lames de connexion, A (côté palier) et B (côté collecteur), en cuivre de haute conductibilité, est formée de deux segments réunis et maintenus, par une contre-plaque en cuivre rouge, H, sur la pièce en bronze C (représentée à une échelle double) dans laquelle sont fixés deux câbles souples parallèles aboutissant à une des bornes de la dynamo. Chacune des lames de connexion A et B est reliée aux trois tiges porte-balais de mêmes polarités par trois cosses, *ab*, en cuivre rouge, rivées sur la lame de cuivre.

F représente la tige de manœuvre du collier porte-balais sur lequel elle est fixée en *f* (*fig.* 113).

La *fig*. 116 montre l'ensemble des connexions et des prises de courant, dont les détails sont donnés sur la *fig*. 117,

Fig. 116

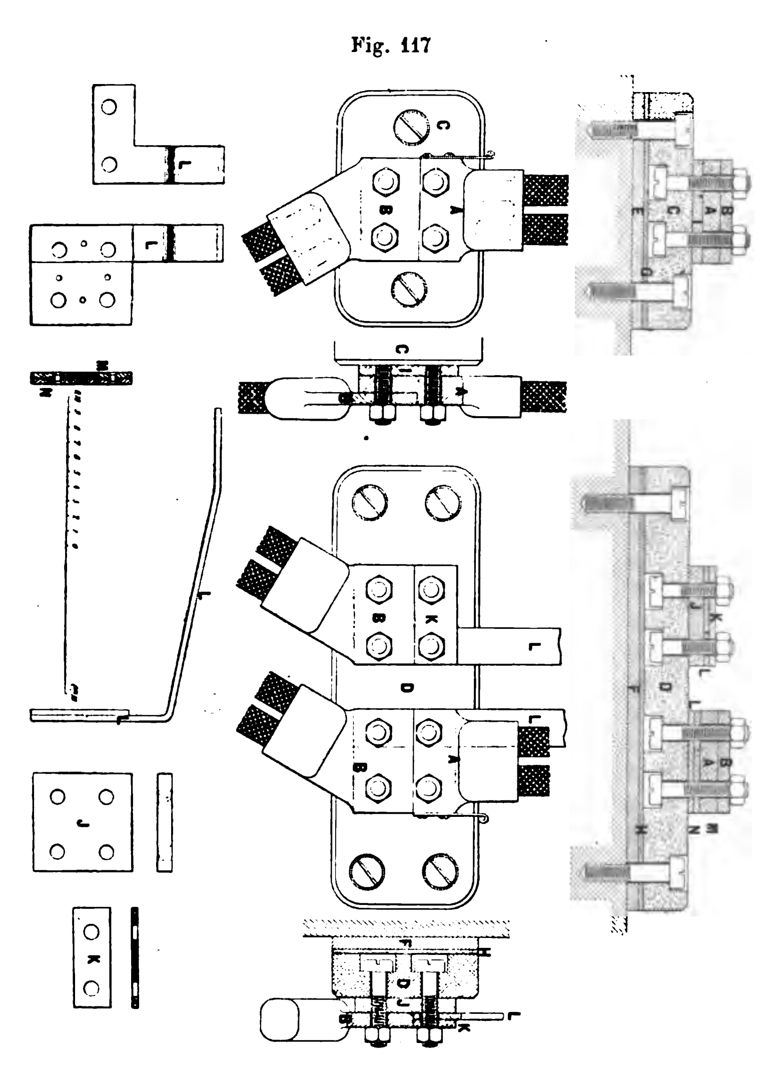


Ensemble des connexions et des prises de courant.

La lame de connexion, A, et ses trois cosses $a_1 a_2 a_3$, (recouvertes de hachures) sont en avant de la figure, la lame B et les cosses b_1 $b_2 b_3$ en arrière. La figure montre également la position des deux prises de courant et la manière dont elles sont reliées aux bornes.

Le schéma de la circulation des courants autour des électro-aimants, qui sont à double enroulement (excitation compound), a été donné précédemment (*fig*. 45, p. 119).

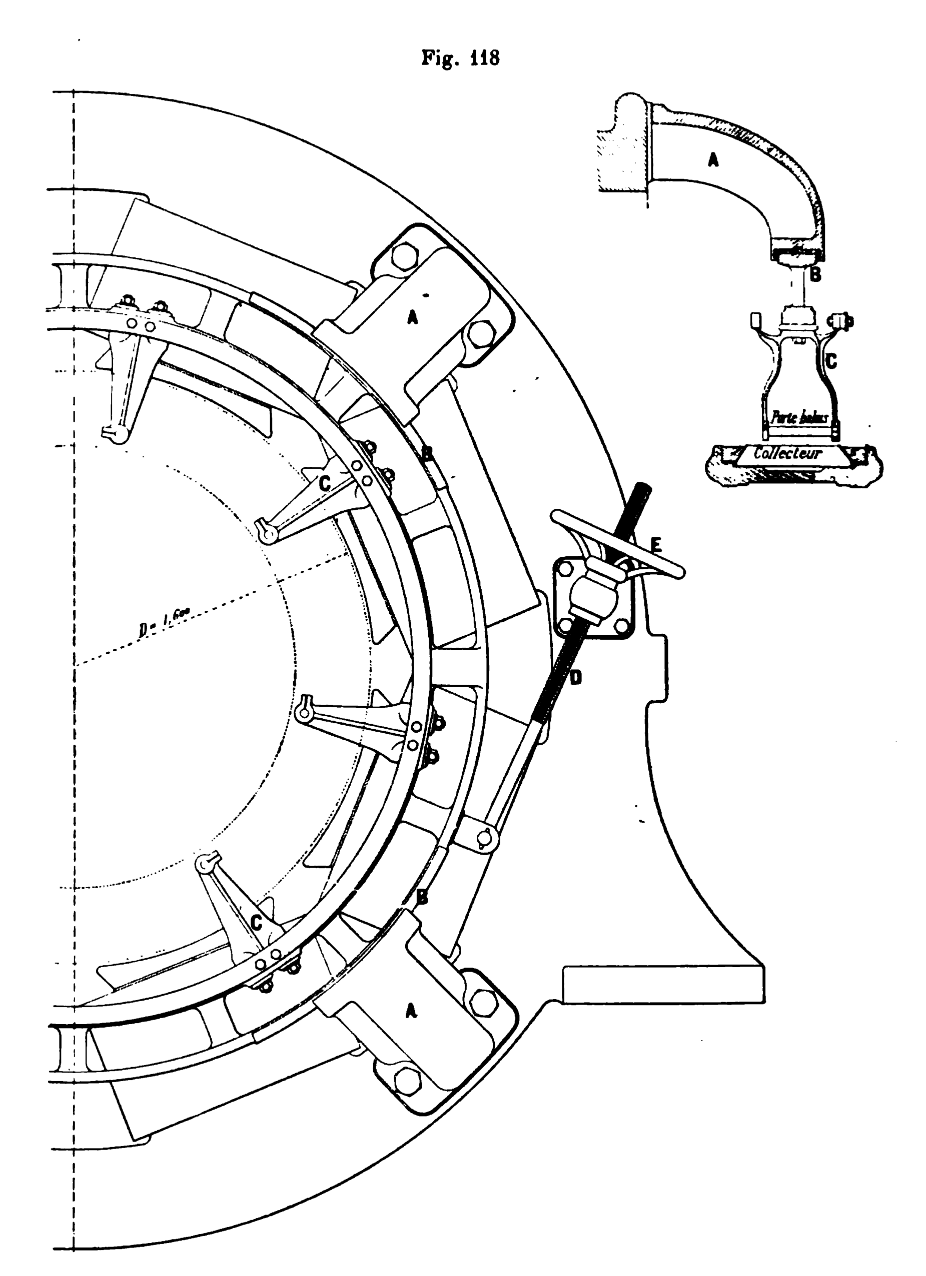
Fig. 117



Détails des connexions et prises de courant

A, 2 attaches en bronze pour les fils des porte-balais ; B, 3 attaches en bronze pour les fils de ligne ; C, D, tablettes en ardoise ; E, F, contre-plaques en tôle G, H, feuilles isolantes en micanite de 3 mm. d'épaisseur ; I, J, K, contre-plaques en cuivre rouge ; L, L', lames de connexion ; M, N, contre-plaques en cuivre rouge.

Fig. 118



Ensemcle du mouvement des balais d'une dynamo de 325 kitowatls (Etablissemsnts Postel-Vinay)

Pour les machines de très grandes dimensions, ou pour celles dont le palier, côté collecteur, n'est pas solidaire du bâti de la dynamo, le collier du porte-balais est maintenu par des glissières boulonnées sur la carcasse des inducteurs.

La *fig.* 118 représente une disposition de cette nature pour une dynamo à 8 pôles de 325 kilowatts, dont les paliers sont indépendants du bâti de la machine.

Le collier du porte-balais C est maintenu par quatre consoles, A, boulonnées sur la culasse des inducteurs, et guidé par les glissières B.

Le déplacement du collier s'effectue au moyen du volant à main, E, actionnant la vis tangente D.

Les porte-balais de mêmes polarités sont, comme dans les machines précédentes, réunis par un cercle en cuivre rouge sur lequel est fixée la prise de courant correspondante.

ENROULEMENT

86. Conducteurs. — Les conducteurs employés pour le bobinage des induits sont en cuivre pur électrolytique, dont la résistivité est de 1,561 microhm-centimètre à 0°, avec un coefficient d'accroissement de 0,00388 par degré.

Leur section est déterminée par l'intensité du courant qu'ils doivent transmettre; leur forme dépend de l'espace dont on dispose pour loger l'enroulement à la surface du noyau.

Les fils ronds sont isolés par un double guipage et une tresse de coton dont l'épaisseur augmente le diamètre du fil de 0,4 à 0,6 mm.; quand les fils sont à section rectangulaire, l'épaisseur de l'isolant est de 0,3 à 0,35 mm. sur chaque face.

Les barres de forte section sont isolées par des bandelettes de toile, ou par des couches de papier collées avec du vernis à la gomme laque ou à base de caoutchouc.

Lorsque l'armature est à noyau lisse, l'emploi des barres de fortes sections donne lieu à des courants parasites intérieurs

qui échauffent le métal en absorbant du travail. Pour éviter cet inconvénient, on remplace les barres pleines par un faisceau de lames minces placées de champ sur la surface du noyau, et réunies en parallèle de manière à donner la section de passage nécessaire. On emploie aussi un toron de fils de cuivre auquel on peut donner, par compression, une sectioncarrée ou rectangulaire.

Avec les noyaux dentés l'emploi de barres pleines ne présente pas d'inconvénient, parce que, le flux qui traverse l'entrefer étant concentré sur les parties saillantes des dents du noyau, l'induction n'a qu'une très faible valeur à l'intérieur des encoches et y varie très peu.

Les formules relatives aux divers modes d'enroulement de l'induit ayant été développées au Chap. VII, il nous reste à décrire les dispositions adoptées par les constructeurs pour réaliser le bobinage du fil sur le noyau.

87. Bobinage des anneaux. — Le nombre des sections de l'induit étant fixé, on trace sur la surface latérale du cylindre des divisions égales dont chacune correspond à la largeur d'une section, de manière à obtenir un enroulement parfaitement symétrique dans toutes ses parties.

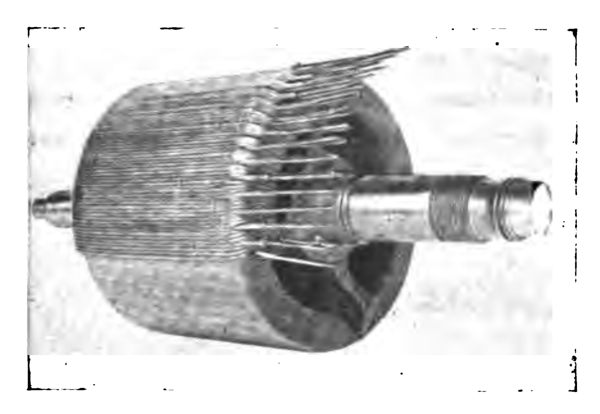
Lorsque le bobinage se fait avec du fil, on le coupe en longueurs égales dont chacune soit suffisante pour former une section. Le bobinage se fait en passant l'un des bouts du fil à l'intérieur de l'anneau ; on le ramène ensuite par dessus le noyau en le tendant, et ainsi de suite.

Lorsque la section est formée de plusieurs spires, le fil est enroulé par parties égales sur deux navettes, et l'enroulement se commence par le milieu de la section, dont chaque moitié est ainsi formée avec le fil d'une des deux navettes qui passent en sens inverse à l'intérieur de l'anneau ; en procédant ainsi les deux extrémités de la section se trouvent à l'extérieur, quel que soit le nombre des couches de fil. Au fur et à

mesure du bobinage l'enveloppe du fil est imprégnée de vernis isolant.

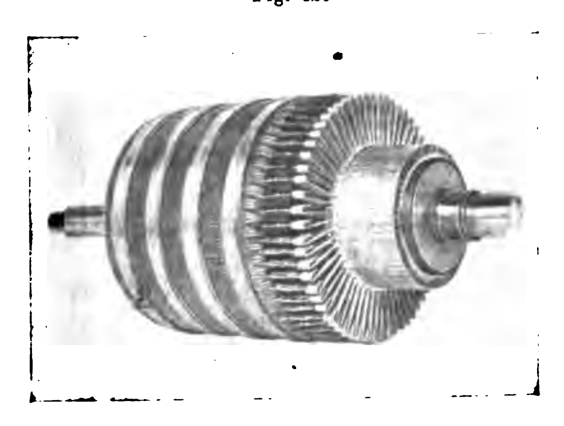
On laisse dépasser les bouts de fil en distinguant l'entrée et la sortie, de manière à éviter toute erreur de connexion, lorsque les sections seront raccordées au collecteur.

Fig. 119



Anneau en cours de bobinage.

Fig. 120



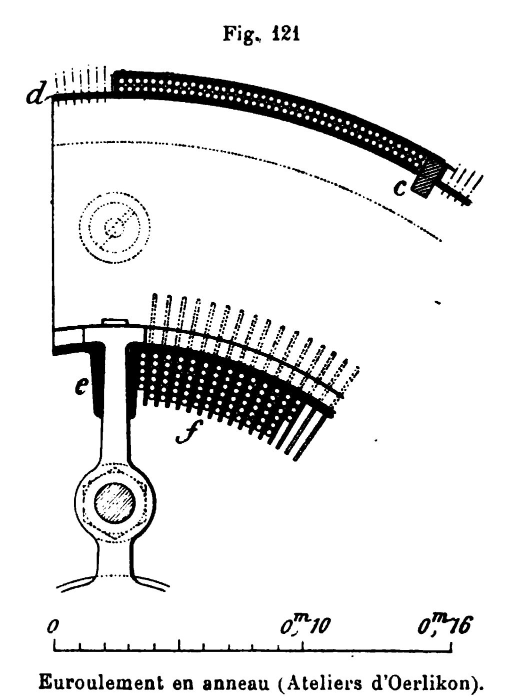
Anneau recouvert de fil.

Les *fig.* 119 et 120 représentent un anneau en cours de bobinage et le même anneau terminé prêt à être relié au collecteur.

La *fig.* 89, p. 172 montre la coupe d'un enroulement en anneau sur un noyau de 330 mm. de diamètre. Le fil a 1,7 mm. de diamètre nu et 2,1 mm. guipé. Cet enroulement comprend 960 spires, divisées en 120 sections de 8 spires chacune, distribuées sur deux couches à l'extérieur et sur 3 couches à l'intérieur. Les extrémités des bras du manchon qui sont en contact avec les fils sont recouvertes de toile isolante comme le noyau lui-même.

La *fig.* 121 donne la coupe transversale d'un enroulement en anneau pour une dynamo à 4 pôles de 40 kilowatts à 570 volts, dont le manchon d'induit est représenté *fig.* 93.

Fig. 121



Euroulement en anneau (Ateliers d'Oerlikon).

Les fils sont enroulés sur deux couches à la surface extérieure, et sur six couches à la surface intérieure du noyau.

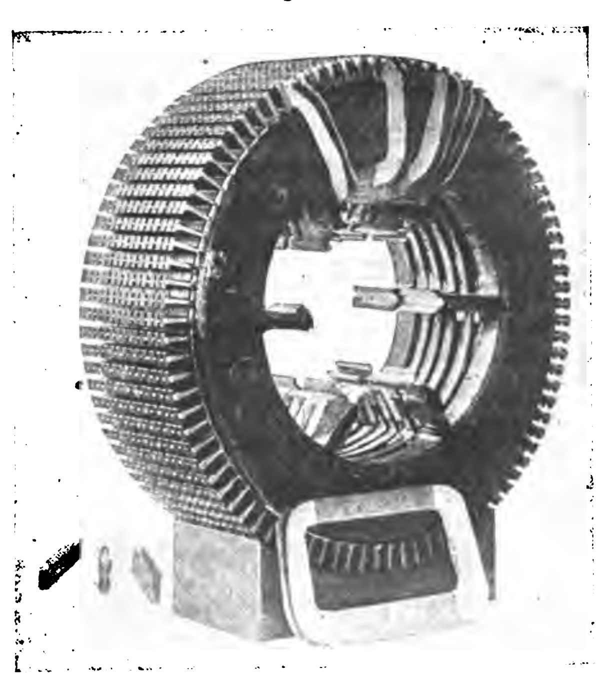
Les bases sont recouvertes de deux joues en bois, à bords arrondis, fixées par des vis sur les flasques du manchon ; toute

la surface du noyau est recouverte de plusieurs couches de papier collé avec un vernis isolant.

A l'extérieur les fils sont maintenus par 6 taquets d'entraînement ; à l'intérieur les fils d'une section sont séparés des fils adjacents par des lames de fibre.

Le collecteur de cette machine (*fig.* 93) a 340 mm. de diamètre et 140 mm. de longueur, et comprend 160 touches, en cuivre laminé, isolées au mica ; il est fixé sur le manchon par une bague de serrage avec écrou, et isolé aux extrémités par deux collerettes coniques en micanite ; les fils de connexion sont soudés directement sur les lames.

Fig. 122



Anneau denté pour tensions élevées.

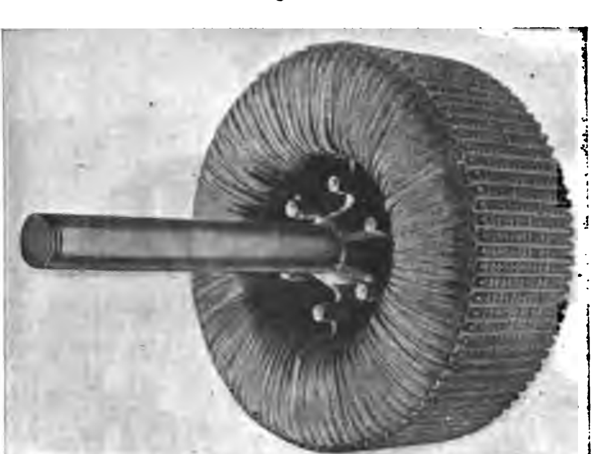
La *fig.* 122 représente les détails du bobinage d'un anneau denté de la Western Electric C° de Chicago, pour une dynamo débitant un courant de 10 ampères à la tension de 3000 à

4 000 volts. Les fils des encoches sont entourés d'une gaine isolante formée par une feuille de carton sur laquelle on applique une couche de mica recouverte de papier huilé.

A l'intérieur de l'anneau les fils sont logés dans des gaines isolantes de construction analogue, mais plus étroites et plus profondes. Le noyau est ventilé intérieurement par des vides réservés entre les paquets de tôle.

La *fig.* 123 représente cette armature entièrement bobinée, vue du côté de la poulie.

Fig. 123



Lorsque l'enroulement est fait avec des barres, les éléments sont façonnés avant d'être mis en place sur le noyau. Dans l'armature Crompton (*fig.* 90), les côtés extérieurs des boucles sont à section carrée; les côtés intérieurs sont formés par deux bandes de cuivre mince, placées de champ l'une au-dessus de l'autre; les boucles sont ensuite raccordées, les unes aux autres de manière à former un enroulement continu.

L'induit à barres, représenté *fig.* 124, est celui d'une dynamo à 8 pôles intérieurs (Société Alsacienne de Constructions mécaniques), pouvant débiter 900 ampères sous 250 volts, à la vitesse de 250 tours par minute.

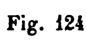


Fig. 124

Dynamo à 8 pôles intérieurs, de 225 kilowatts (Société Alsacienne de Constructions mécaniques).

Le diamètre extérieur du noyau de tôle est de 1 962 mm. ; son diamètre intérieur de 1 772 mm.; sa longueur de 360 mm.; la section utile du fer est de 325 centimètres carrés.

L'anneau est porté par une étoile en fonte, à 22 bras, clavetée sur l'arbre moteur. Chaque bras porte une douille en bronze, isolée de la fonte, dans laquelle passe une tige d'entraînement isolée du noyau par un tube de carton. Les courants sont captés directement sur les conducteurs induits extérieurs dont chacun fait ainsi l'office d'une lame de collecteur.

L'enroulement, en anneau, est constitué par 1071 boucles formées par des barrettes de cuivre. Celles qui sont à l'extérieur et sur lesquelles appuient les balais, sont droites, et ont une section de 176 millimètres carrés; les autres, dont la section est de 54 millimètres carrés, sont courbées en U et s'emboîtent dans les entailles des barrettes extérieures. Tous les éléments sont réunis les uns aux autres en série, de manière à donner un enroulement continu que les 8 lignes de balais divisent en 8 circuits distincts réunis en parallèle ; la résistance intérieure de l'induit est de 0,005 ohm à chaud.

Le collier des porte-balais est monté sur un support fixé au palier autour duquel il peut se déplacer à l'aide d'une vis tangente commandée par un volant à main ; un levier spécial permet en outre de relever les balais à volonté. Les quatre lignes de balais de mêmes polarités sont réunies entr'elles, et les deux pôles raccordés aux bornes de la dynamo par des câbles flexibles.

L'inducteur de cette machine est constitué par une culasse octogonale, en acier doux, boulonnée au bâti de la machine.

Les noyaux inducteurs et leurs épanouissements polaires sont également en acier doux ; le noyau, qui a 340 mm. de diamètre, est fixé par deux vis à la surface latérale de la culasse. La section d'un noyau est de 900 centimètres carrés.

Les bobines inductrices sont enroulées sur des manchons en tôle avec joues en bois ; chacune d'elles a 840 tours de fil

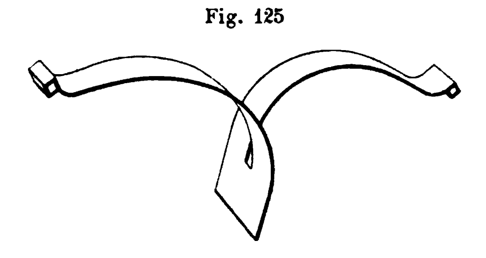
de 12,5 millimètres carrés de section. La résistance du circuit inducteur, pour les 8 bobines réunies en série, est de 11,5 ohms à 15° C.; le courant d'excitation, à pleine charge, est de 18 ampères.

La *fig*. 48 p. 122 représente une armature en anneau à six pôles intérieurs des mêmes constructeurs, mais dans laquelle le courant est capté sur un collecteur distinct fixé à l'étoile qui entraîne l'armature.

Dans les enroulements en série les sections sont réunies les unes aux autres par l'intermédiaire du collecteur de manière à former un polygone étoilé régulier dont le côté est déterminé par le pas de l'enroulement.

Dans ce cas les extrémités des sections sont réunies au collecteur par des fourches cintrées (*fig*. 125).

Fig. 125



Comme exemple d'un enroulement de cette espèce nous décrirons celui de la machine à axe vertical à 10 pôles, (*fig*. 94), construite pour une puissance de 220 kilowatts avec une différence de potentiel aux bornes de 1300 volts, à la vitesse de 230 tours par minute. [1]

Le nombre des conducteurs induits est de 531 ; chacun d'eux est formé par deux fils de 3,5 × 4,5 mm. réunis en

[1] D'après le traité du protesseur Arnold « Des enroulements et de la construction des induits de machines dynamo-électriques à courant continu ».

14

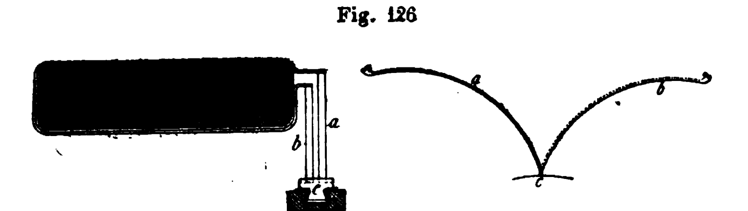
parallèle. L'enroulement, qui est fait en série, est divisé en 354 sections dont 177 à un tour de fil et 177 à deux tours.

Le pas des connexions au collecteur est donné par la formule

$$y = \frac{354 + 1}{5} = 71.$$

Le montage des sections en série se fait au moyen de fourches, *a*, *b*, dont le talon vient se fixer au segment *c* d'un faux collecteur solidaire du manchon d'induit (*fig.* 126).

Fig. 126



Les lames du collecteur auxiliaire sont reliées à celles du collecteur proprement dit par des bandes de cuivre soudées aux deux extrémités ; cette disposition permet d'enlever le collecteur sans toucher aux connexions.

Le collecteur a 930 mm. de diamètre sur 250 mm. de longueur ; il est formé de 354 lames ; la *fig.* 94 indique son mode de construction et la manière dont il est fixé sur l'arbre vertical par l'intermédiaire d'une lanterne en fonte sur laquelle est boulonné le manchon du collecteur.

88. Frettes. — Lorsque le bobinage de l'armature est terminé, l'enroulement est consolidé par des frettes qui maintiennent les fils à la surface du noyau, et les empêchent de céder à l'action de la force centrifuge.

Ces frettes sont constituées par des fils métalliques, de 0,5 à 1 mm., qui doivent présenter une grande résistance à la traction et un faible coefficient de dilatation. On emploie le maillechort, le laiton, le bronze silicieux, quelquefois de l'acier

peu magnétique. La section totale des frettes doit être suffisante pour résister à l'action de la force centrifuge, en supposant que le métal travaille à 1/10 environ de sa charge de rupture [1].

Pour appliquer les frettes on pose sur l'enroulement une bande de feutre recouverte de mica (*fig.* 89, p. 172), sur laquelle on enroule un nombre suffisant de tours de fil en les serrant fortement. Les frettes, qui ont chacune 15 à 20 mm. de largeur sont espacées de 10 à 15 cm.

Lorsque la frette a été posée, on soude les fils en quelques points seulement de la circonférence, parce que s'ils étaient soudés sur toute la longueur, il s'y développerait des courants intérieurs qui les échaufferaient fortement et pourraient soit distendre les fils, soit même déterminer la fusion de la soudure.

Pour les armatures de grand diamètre (par exemple 2 mètres et au-dessus), on ne pourrait plus donner aux frettes une tension suffisante, et il est nécessaire d'employer un autre moyen pour maintenir les fils.

Lorsque l'enroulement est fait avec des barres de cuivre assemblées, il est assez rigide pour résister, sans déformation appréciable, à l'action de la force centrifuge, et les frettes deviennent inutiles.

Lorsque le noyau est denté, les fils sont généralement maintenus par des coins en bois que l'on enfonce dans les encoches une fois l'enroulement terminé.

89. Bobinage des tambours. — Dans l'enroulement en tambour, les fils sont tous à l'extérieur du noyau. Le circuit induit est divisé en sections, ayant généralement le même nombre de fils, comprenant chacune deux éléments disposés

(1) P étant le poids de cuivre enroulé extérieurement (en kilogrammes).
v la vitesse périphérique de l'induit (en mètres par seconde),
R le rayon extérieur en mètres,
la force centrifuge qui agit sur l'enroulement sera

$$F = \frac{P}{9,81} \frac{v^2}{R} \text{ kilogrammes.}$$

suivant les génératrices du cylindre et deux éléments parallèles aux bases.

Le bobinage de chaque section se fait de la même manière que pour l'anneau. Lorsque le fil est trop gros pour être facilement bobiné, on le remplace par plusieurs fils plus fins que l'on enroule en parallèle, ensemble ou séparément.

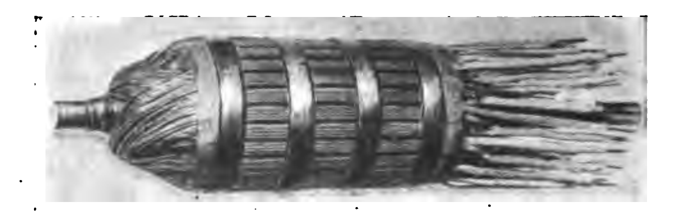
Les *fig.* 127 et 128 montrent un tambour en voie de bobinage avec deux fils en parallèle, et le même tambour complètement bobiné avec les extrémités des sections prêtes à être raccordées au collecteur. Chacun des bouts de fil porte son numéro d'ordre, de manière à éviter toute erreur dans l'enroulement qui doit, une fois terminé, représenter un conducteur continu sans fin tournant toujours dans le même sens autour de la face latérale du cylindre, parallèlement à l'axe de rotation.

Fig. 127



Tambour bipolaire en cours de bobinage.

Fig. 128



Tambour bipolaire enroulé.

On voit que les fils menés le long des bases contournent l'arbre et forment, aux croisements, des bourrelets dont l'en-

semble a l'aspect d'une calotte sphérique. Les fils qui se croisent, étant à des potentiels très différents, doivent être soigneusement isolés les uns des autres par de la toile ou du papier épais imprégnés de vernis.

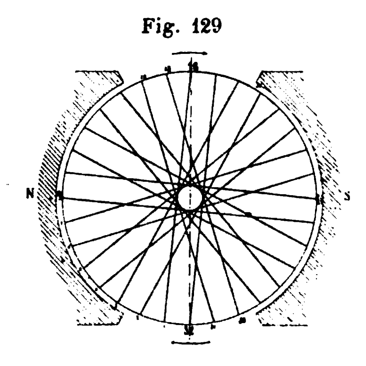
Il résulte de la disposition des fils sur les bases que les cadres n'ont pas tous la même longueur, et que leurs résistances intérieures sont différentes. D'autre part, pour que la machine fonctionne sans étincelles aux balais, il est indispensable que les deux circuits réunis en parallèle sur les balais développent chacun la même force électromotrice et que leurs résistances intérieures soient égales.

Les deux forces électromotrices seront égales si l'enroulement est parfaitement symétrique, et si toutes les sections ont le même nombre de fils, puisque le flux coupé par un fil est le même pour tous.

Pour que les résistances des deux parties réunies en parallèle soient égales, il faut disposer l'enroulement de manière que deux sections, situées à égales distances de part et d'autre d'un diamètre quelconque, soient identiques.

Prenons comme exemple un tambour bipolaire à 32 génératrices (*fig.* 129).

Fig. 129



Après avoir bobiné la section 1-16, on bobinera la section parallèle 17-32, puis les deux sections 3-18, 19-2, et ainsi de suite, de telle sorte que deux sections comprenant entr'elles

un angle de 180° soient de longueurs identiques. On procéderait de la même manière si le bobinage devait être fait sur deux couches (**60**).

Pour un tambour multipolaire on donnerait des longueurs égales aux sections qui font entr'elles un angle égal à $\frac{\pi}{p}$.

Lorsque l'enroulement est terminé, on le consolide par des frettes semblables à celles qui ont été décrites précédemment pour l'anneau ; mais comme, avec l'enroulement en tambour, les fils ne sont plus maintenus par les bras du manchon, les frettes ne suffisent pas pour empêcher le déplacement tangentiel des fils, qui devront être arrêtés par des taquets d'entraînement disposés sur les bases et, s'il y a lieu, au milieu de la longueur du tambour (*fig.* 95).

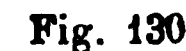
Le bobinage des tambours avec des fils, que l'on enroule successivement sur le noyau, exige beaucoup de temps et ne peut être confié qu'à des ouvriers habiles. L'isolement des fils qui se croisent sur les bases nécessite des précautions spéciales et, pour changer une section, il faut recommencer le bobinage.

Les dispositions que nous allons décrire permettent de substituer au bobinage direct du fil sur le noyau un mode de construction rationnel, moins coûteux et donnant une plus grande sécurité.

Nous décrirons d'abord les enroulements à barres qui ont été le point de départ des perfectionnements successivement apportés à l'exécution mécanique des enroulements en tambour et leur font, dans la plupart des cas, donner la préférence sur les enroulements en anneau.

90. Enroulements à barres avec connexions parallèles aux bases du tambour. — La *fig.* 130 montre un tambour bipolaire dont l'enroulement est fait avec des

barres de cuivre disposées sur un noyau lisse. Elles sont réunies sur chaque base par deux séries de lames cintrées en


Fig. 130

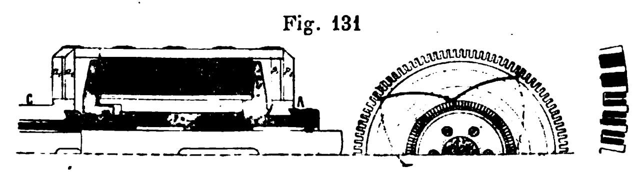


forme de développantes. Toutes celles qui sont courbées dans le même sens forment une première couche parallèle à la base ; celles qui sont courbées en sens inverse forment une deuxième couche parallèle à la première, de telle sorte que les bandes de connexion se croisent sans se toucher. Elles sont exécutées au moyen de fourches en cuivre dont les deux branches sont cintrées en sens inverses ; les extrémités des fourches sont soudées aux génératrices qui sont alternativement longues et courtes. Sur la base arrière, que représente la *fig.* 130, les talons des fourches sont fixés dans un bloc de bois manchonné sur l'arbre ; sur la base avant ils sont soudés aux lames du collecteur.

Cette disposition, qui paraît avoir été employée pour la première fois par MM. Siemeus et Halske de Berlin, se retrouve dans un grand nombre de dynamos modernes.

La *fig.* 131 représente un tambour denté pour dynamo à 4 pôles de 15 kilowatts (125 ampères × 120 volts).

Fig. 131

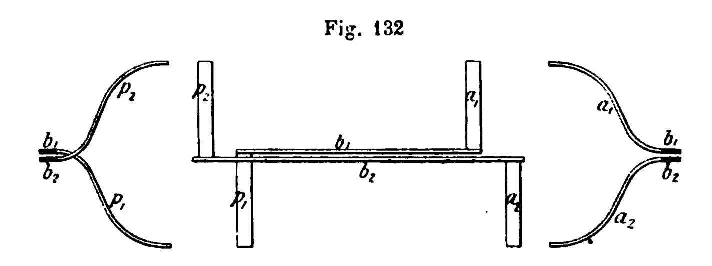


Le noyau a 350 mm. de diamètre sur 250 mm. de longueur,

avec 99 encoches ; le conducteur est une bande de cuivre de 22 millimètres carrés (11×2 mm.).

Chaque encoche contient deux conducteurs juxtaposés $b_1 b_2$, de longueurs différentes (*fig.* 132).

Fig. 132



Le groupement des 198 conducteurs est fait en série d'après la formule

$$y_1 + y_2 = \frac{198-2}{2} = 98; \quad y_1 = y_2 = 49.$$

Sur la base avant du tambour le côté a_1 du conducteur b_1 sera recourbé vers la droite, tandis que sur la base arrière le conducteur p_1 sera recourbé vers la gauche. Les côtés de la deuxième barre b_2 seront recourbés de même en sens inverses : a_2 à gauche, p_2 à droite. Chacun des côtés $a_1 p_1 a_2 p_2$ a une longueur égale à la moitié du pas mesuré suivant une développante de cercle. Sur la face avant les deux bandes de connexion correspondantes sont soudées à une touche du collecteur C, et sur la base arrière à une touche du collecteur auxiliaire A de construction analogue à C.

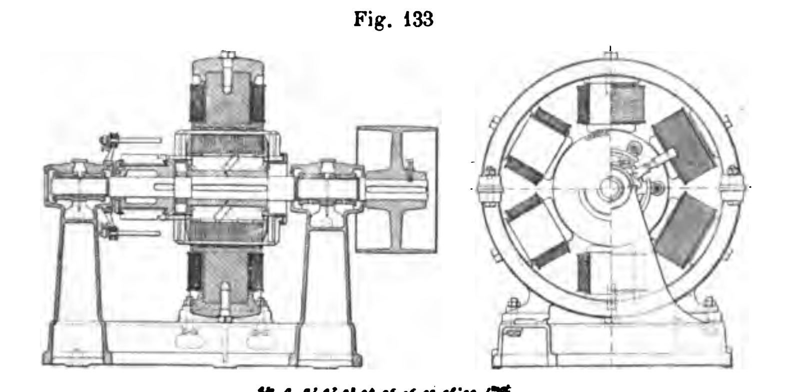
Les cadres $a_1 b_1 p_1$, $a_2 b_2 p_2$ sont exécutés au moyen d'une bande de cuivre droite repliée sur elle-même et maintenue aux angles par des rivets ou des soudures.

Les conducteurs sont guipés, vernis et mis en place dans les encoches, dont les parois sont tapissées de micanite.

L'enroulement est maintenu par des frettes en fil d'acier indiquées sur la *fig.* 131.

La *fig.* 133 donne les éléments de construction d'une dynamo à six pôles développant une puissance de 70 kilowatts à

Fig. 133



Dynamo à 6 pôles de 70 kilowatts de J. Rieter et Cie (Winterthur).

450 tours par minute, de MM. J. Rieter et Cie à Winterthur. L'enroulement est à barres avec connexions latérales en développantes.

Le noyau denté a 580 mm, de diamètre extérieur et 360 mm. de longueur. L'enroulement est formé par 300 barres de 25 × 1,6 mm. qui sont réparties dans 150 encoches de 28 × 6 mm.; le collecteur a 150 lames.

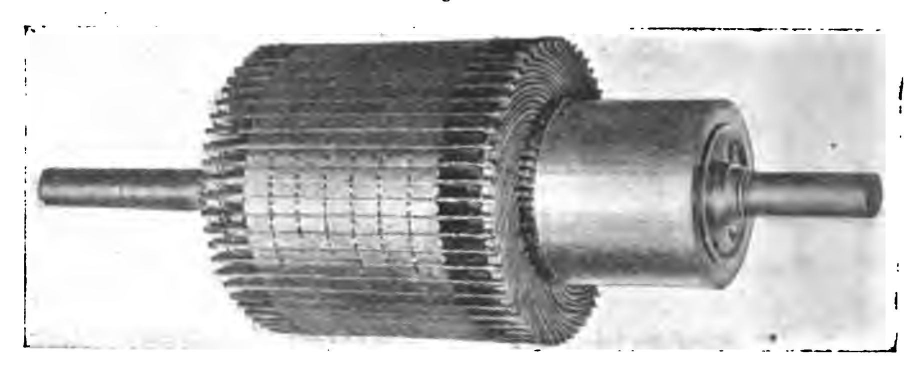
Sur la base avant les fourches de connexion sont reliées au collecteur par des barrettes soudées, ce qui permet de réparer le collecteur sans toucher à l'enroulement.

Sur la base arrière les deux arcs d'une connexion sont réunis et soudés dans une douille en cuivre isolée extérieurement et maintenue dans une coulisse circulaire boulonnée sur les bras du manchon d'induit. Les cadres sont guipés et vernis; ils sont en outre isolés dans les encoches par une gaine en micanite.

La *fig.* 134 donne la vue extérieure du tambour d'une dynamo à 4 pôles de 40 kilowatts construite par la Western Electric C^o de Chicago.

L'enroulement comprend 128 fils de cuivre de 6 mm. de diamètre répartis dans 64 encoches. Les deux fils d'une encoche sont de longueurs différentes, et placés l'un au-dessus de l'autre, après avoir été isolés par des tubes de micanite; ils

Fig. 134



sont maintenus dans les encoches par des réglettes en forme de coin. Les connexions des extrémités sont faites par des bandes de cuivre guipées et vernies, disposées en deux couches parallèles.

91. Enroulements avec bobines calibrées. — Le mode de connexions en développantes parallèles aux bases du tambour peut être employé pour obtenir des enroulements réguliers au moyen de fils. La *fig.* 135 représente le mode d'exécution d'un enroulement de cette espèce dû à M. Eickemeyer, et adopté par un grand nombre de constructeurs.

Il est caractérisé par l'emploi de sections interchangeables que l'on construit sur calibres dans un atelier spécial, et que le bobineur n'a plus qu'à mettre en place sur le noyau.

L'armature représentée par la *fig.* 135 est à 4 pôles ; le noyau est denté avec 105 encoches ; l'enroulement est fait en série. Chaque cadre est formé par 3 tours de fil de 2,6 mm. de diamètre, isolé et verni, que l'on enroule sur un calibre.

Fig. 135

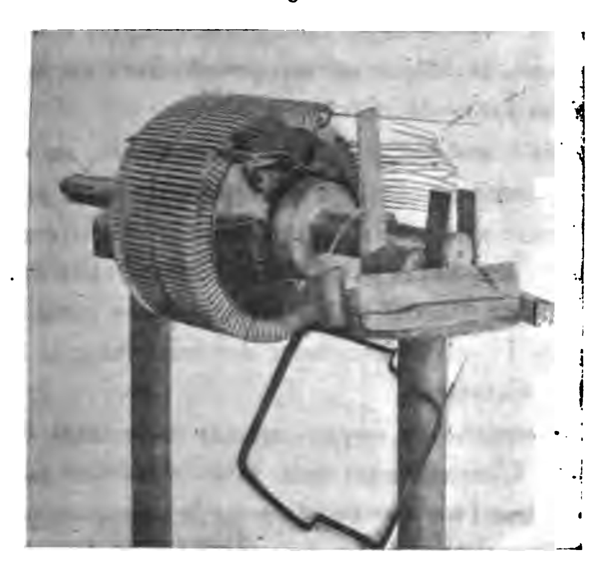
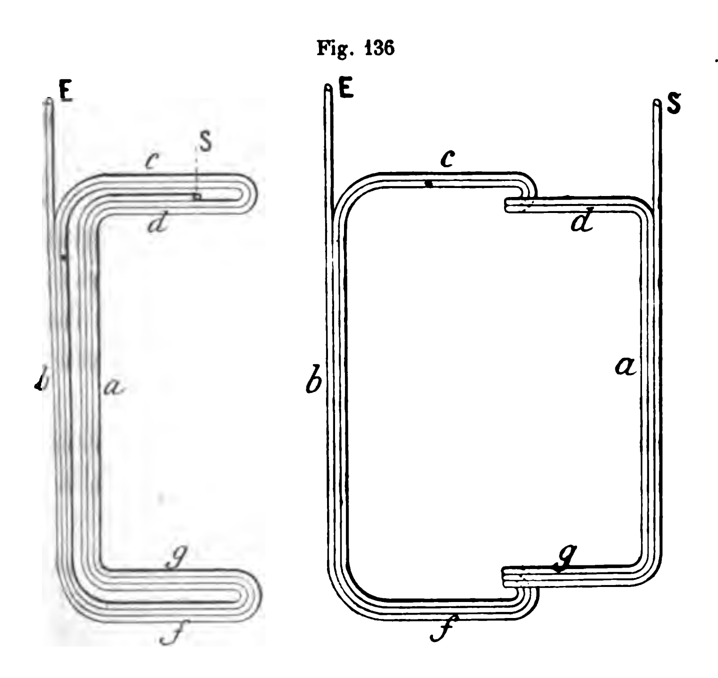


Fig. 136



La bobine plate ainsi obtenue (*fig.* 136) est vernie, puis enveloppée de bandelettes de toile isolante. Après avoir été séchée à l'étuve, la bobine est comprimée dans un moule qui lui donne sa forme définitive.

Les côtés *a* sont placés au fond des encoches, les côtés *b* à la partie supérieure. Les parties latérales *c*, *d*, *f*, *g*, cintrées suivant des arcs de développante, seront respectivement disposées dans des plans parallèles aux bases, et se croiseront sans se toucher. On voit que le principe de ce mode de construction est le même que celui des enroulements à barres décrits précédemment.

Chaque encoche du noyau contient deux côtés de cadres superposés. L'enroulement sera donc formé par 105 cadres identiques, que l'on met en place sur le noyau en procédant de la manière suivante : On placera d'abord à la partie inférieure des encoches les petits côtés *a* des 26 premiers cadres, en laissant les côtés opposés *b* en attente à l'extérieur du noyau. Après avoir placé le côté *a* du cadre 27 au fond de son encoche, on le recouvre avec le côté *b* du cadre n° 1 qui était en attente et ainsi de suite. Le côté *a* du cadre n° 26 sera recouvert par le côté *b* du cadre n° 105.

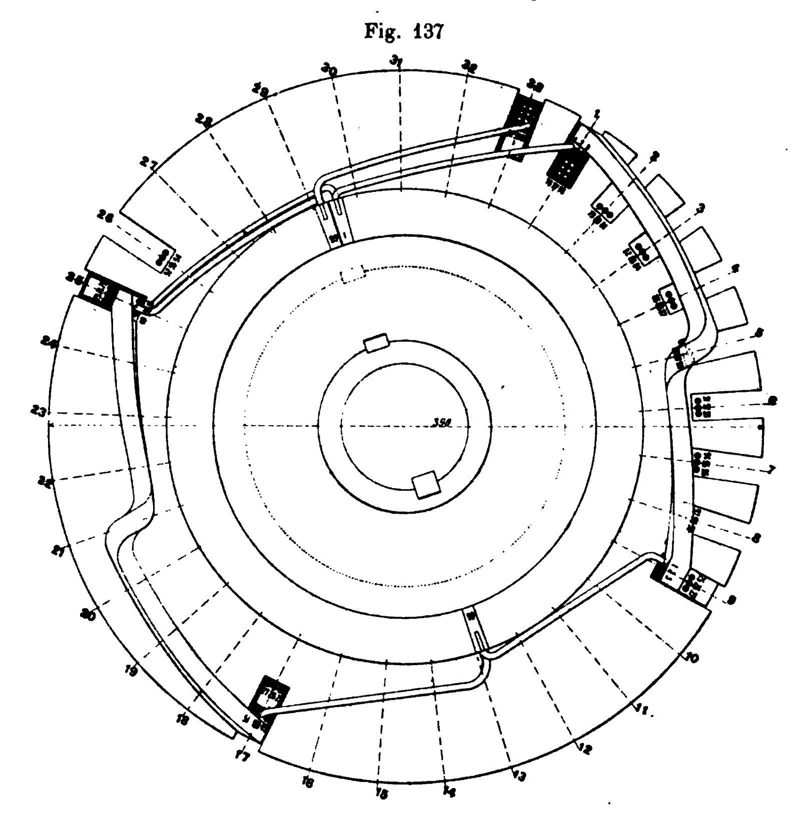
Lorsque, par suite de convenances de construction, on est amené à diminuer le nombre des dents du noyau, chaque encoche contiendra 4 ou 6 éléments au lieu de 2. Dans ce cas on peut simplifier le travail du bobineur en groupant dans une même bobine plusieurs sections de l'induit, de manière à réduire le nombre des éléments distincts.

Pour que cette méthode soit applicable il faut évidemment que les cadres qui sont réunis dans une encoche le soient également dans l'autre.

La *fig.* 137 montre ce mode de construction pour un tambour à 4 pôles (Société des Établissements Postel-Vinay).

Le noyau denté a 390 mm. de diamètre extérieur. Le conducteur est un fil de cuivre de 3 mm. de diamètre. L'enroulement, qui est fait en série, comprend 594 génératrices distribuées dans 33 encoches (18 fils par encoche). Le circuit induit est divisé en 99 sections à 3 tours de fil chacune ; le nombre des éléments suivant les génératrices est donc

Fig. 137



de 198 ; chaque encoche en contient six disposés sur deux couches. Chaque cadre a un côté sur la couche supérieure et l'autre sur la couche inférieure. Il est facile de vérifier que les trois cadres, qui forment la couche supérieure d'une encoche, ont leurs côtés opposés sur la couche inférieure de l'autre ; on pourra donc les réunir par trois dans une enveloppe commune, et obtenir ainsi 33 bobines composées ayant la forme

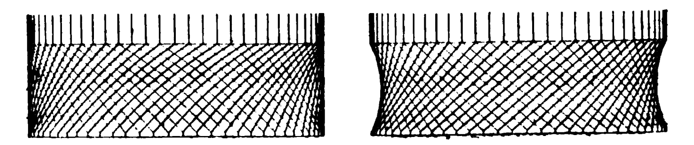
indiquée sur la *fig.* 137. A l'aide de ces cadres composés le bobinage se fait comme avec des éléments simples; il suffit d'indiquer au bobineur l'ordre dans lequel les connexions devront être faites sur le collecteur. Cette indication est fournie par un dessin d'atelier dont la *fig.* 137 est une reproduction à échelle réduite. On voit que la formule qui donne le pas des connexions sur le collecteur est la même que pour un anneau multipolaire de 99 sections enroulées en série.

$$y = \frac{99 - 1}{2} = 49.$$

92. Enroulements avec connexions concentriques au tambour. — Si, après avoir tracé sur un plan l'épure d'un induit en tambour, (Chap. VII), on enroule cette épure sur la surface d'un cylindre, on voit que les conducteurs qui joignent les extrémités des génératrices du tambour pourront s'appliquer sur une surface de révolution de même axe que le tambour. Si cette surface est cylindrique, les connexions deviendront des arcs d'hélice; si l'on conserve aux connexions la forme rectiligne de l'épure, la surface engendrée sera un hyperboloïde de révolution.

Ces deux dispositions sont représentées par la *fig.* 138 pour un tambour à 4 pôles avec 128 génératrices distribuées dans 64 encoches contenant chacune deux fils superposés.

Fig. 138



Les connexions latérales forment deux couches et sont soutenues par les flasques du manchon d'induit.

L'enroulement de la dynamo Lahmeyer de 350 kilowatts à 12 pôles (*fig.* 88), avec connexions concentriques au tambour, est logé dans 609 encoches contenant chacune deux conducteurs en cuivre placés l'un au dessus de l'autre et isolés à la micanite. Les cadres sont faits sur gabarit, et les conducteurs maintenus dans les encoches par des segments de laiton vissés dans les tôles.

L'enroulement est fait en séries parallèles d'après la formule

$$y_1 + y_2 = \frac{N - 2p_1}{p}$$

Pour $N = 1218$; $p_1 = 3$; $p = 6$, on aura $y_1 = y_2 = 101$.

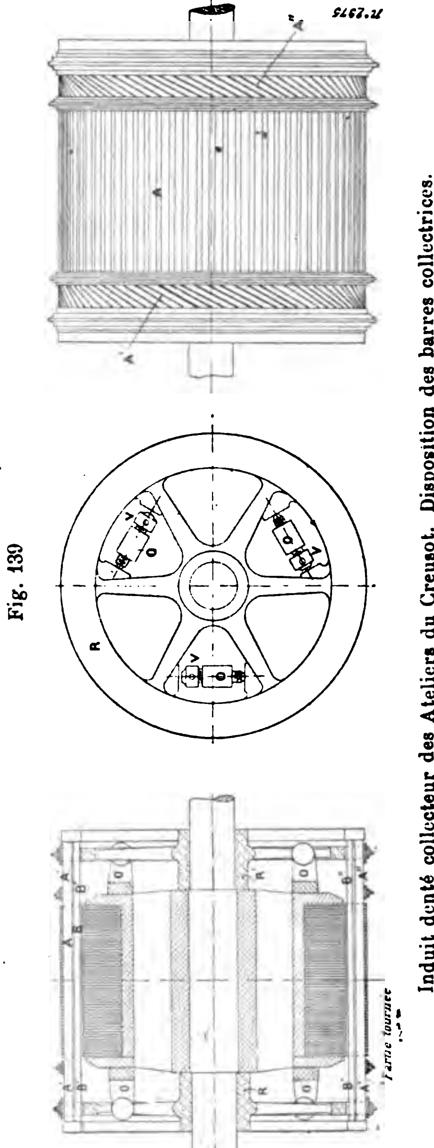
Les points de jonction de deux cadres successifs sont reliés au collecteur par des fils de connexion ; cette disposition permet, en cas de réparation, de retirer le collecteur et de rétablir les connexions sans toucher à l'enroulement proprement dit.

Avec l'enroulement en séries parallèles pour 12 pôles, les 6 cadres de mêmes polarités, qui sont commutés au même instant, sont réunis en série et forment un circuit unique fermé sur lui-même par les balais. Pour faciliter la commutation, et éviter les étincelles, on réunit par des conducteurs auxiliaires les trois lames du collecteur qui font entr'elles un angle de 120°

Le collecteur qui a 2 000 mm. de diamètre et 160 mm. de longueur, comprend 609 lames, en cuivre étiré, isolées au mica, La bague de compression des lames, après avoir été tournée aux dimensions exactes, est découpée en 48 segments qui sont successivement vissés sur le manchon du collecteur.

Les lignes de balais sont fixées sur une couronne en fonte mobile autour de l'axe ; elles sont isolées par des rondelles et des canons d'ambroïne ; les écroux des porte-balais sont protégés par des chapeaux isolants d'ambroïne. Chaque ligne de commutation comprend trois frotteurs en charbon.

Fig. 139



Induit denté collecteur des Ateliers du Creusot. Disposition des barres collectrices.

Les fig. 139, 140, 141 sont empruntées au journal *l'Éclairage Électrique*.

L'induit, représenté *fig.* 139, offre cette particularité que le courant est recueilli directement sur les barres par des frotteurs en charbon. Le diamètre extérieur du noyau est de 908 mm. et le diamètre intérieur de 575 mm.; la longueur totale, y compris les vides entre les paquets de tôle, est de 570 mm.; la largeur des vides est de 13 mm. environ.

L'induit est denté et porte 225 encoches de 6,5 mm. de largeur sur 43 mm. de profondeur.

L'enroulement, qui est en série à 8 pôles, comprend deux rangs de barres A et B superposées dans les encoches et isolées (*fig.* 140).

Les parties extérieures A'B' A"B" de ces barres forment une surface cylindrique concentrique au tambour. Elles sont maintenues à leurs extrémités par deux roues dentées, R et R', en acier. A l'aide d'oreilles, O, fixées sur le manchon d'induit et des vis V, on écarte les barres A pour introduire entr'elles des lames de mica ; on effectue ensuite un serrage énergique de l'isolant en décalant les roues R et R' par rapport au tambour, d'abord dans un sens puis dans l'autre.

Quatre frettes, F, placées à chaud, donnent à l'ensemble une grande rigidité qui permet de tourner facilement la surface extérieure de ces barres ; on obtient ainsi deux collecteurs dont les lames sont disposées en hélice.

Les barres du rang supérieur ont une section plus forte que celles du second rang, afin de permettre de tourner les collecteurs une ou plusieurs fois.

La hauteur des barres supérieures est de 24 mm. ; leur largeur est de 4 mm. en haut et de 3,92 mm. en bas ; la hauteur des barres inférieures est de 12 mm., et leur largeur de 4 mm.

Le poids du cuivre de l'induit est de 387 kilog., dont 275 pour les barres supérieures et 112 pour les barres inférieures.

Les barres sont isolées avec le plus grand soin dans les encoches du noyau et dans celles des roues R et R'.

Fig. 140

Dynamo de 200 kilowatts à induit denté collecteur. Détails de construction.

Les deux côtés du tambour étant semblables, le courant peut être recueilli sur l'un ou sur l'autre. Le nombre de lames sur chaque collecteur est naturellement de 225; le diamètre est de 900 mm., la longueur apparente de 90 mm. Les lames étant disposées en hélice, la lougueur utile est plus grande que la longueur apparente.

Dans les machines à tension élevée, les balais de polarités contraires sont placés sur des côtés différents.

La machine, décrite ici, qui faisait partie du matériel exposé en 1900 par MM. Schneider et Cie, avait 4 lignes de balais de même polarité sur chaque côté de l'arbre; chaque ligne comprenait deux balais.

Les tiges porte-balais sont inclinées sur la direction de l'axe de rotation, de façon à rester parallèles aux lames du collecteur. Chaque tige est fixée à un collier, mobile autour du palier, qui permet le réglage des balais sur chaque collecteur.

La dynamo à induit collecteur, dont la *fig.* 141 donne une vue photographique, a une puissance de 200 kilowatts avec une tension aux bornes de 750 volts, à la vitesse angulaire de 300 tours par minute; le débit est, par suite, de 267 ampères. Elle est à 8 pôles; la carcasse des inducteurs, en acier coulé, a 1480 mm. de diamètre extérieur et 425 mm. de longueur. Les noyaux polaires ont la même longueur parallèlement à l'axe et une largeur totale de 172 mm. dans le sens perpendiculaire.

Le diamètre d'alésage de l'inducteur est de 925 mm. et l'arc sous-tendu par les pièces polaires de 36°; l'entrefer est de 17 mm.

Les bobines inductrices, toutes en série, ont chacune 2 625 spires de fil de 1,75 mm. de diamètre nu et 1,95 mm. guipé. La résistance du circuit inducteur est de 240 ohms à chaud; le poids du cuivre de l'inducteur est de 650 kilog.; le poids de l'inducteur, sans le bâti, est de 3150 kilog.

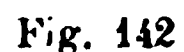
Fig. 141

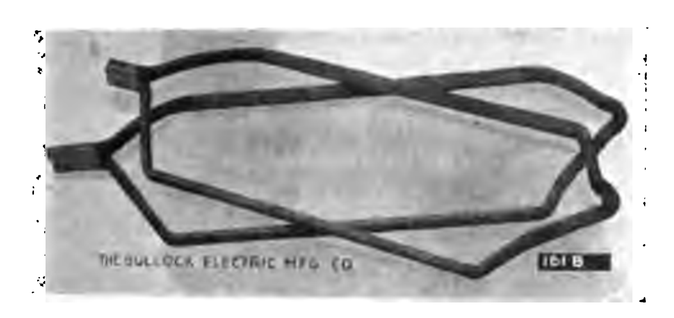


Dynamo de 200 kilowatts à induit denté collecteur des Ateliers du Creusot.

Lorsque l'enroulement comporte 4 ou 6 éléments par encoche, on peut grouper dans la même enveloppe les éléments de la partie supérieure d'une encoche avec les éléments correspondants placés à la partie inférieure d'une autre encoche.

La *fig.* 142 représente deux cadres ainsi composés pour un enroulement imbriqué à 8 pôles.


Fig. 142



L'enroulement comprend 1596 génératrices distribuées dans 266 encoches sur deux couches; chaque encoche contient 6 éléments.

On formera un cadre composé en réunissant les trois cadres élémentaires

1 — 200 3 — 202 5 — 204,

puis un second cadre avec les cadres élémentaires

7 — 206 9 — 208 11 — 210,

et ainsi de suite.

Les côtés 1, 3, 5 étant à la partie inférieure de l'encoche n° 1, les côtés opposés 200, 202, 204 occuperont la partie supérieure de l'encoche n° 34 ; il en sera de même pour les cadres suivants.

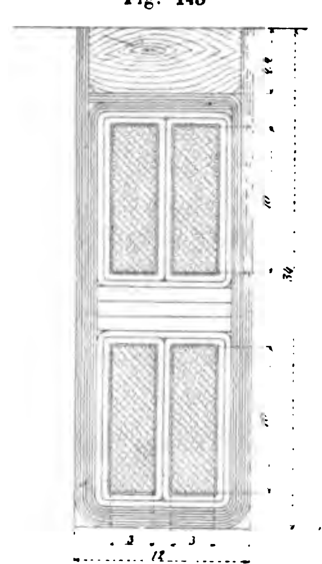
La mise en place des $\frac{1596}{2} = 798$ cadres élémentaires se trouve ainsi ramenée à celle de 266 cadres composés identiques,

dont les côtés opposés appartiennent à deux couches différentes.

On réunira à la lame n° 1 du collecteur la fin du côté 198 avec le commencement du côté n° 1 ; la fin de 200 avec le commencement de 3, et ainsi de suite.

Les *fig.* 143 et 144 montrent la disposition d'un enroulement avec cadres composés pour un dynamo de 100 kilowatts ; à la vitesse de 575 tours par minute, elle débite un courant la 182 ampères sous 550 volts.

Fig. 143



Le noyau en tôle a 686 mm. de diamètre extérieur et 280 mm. de longueur ; il porte 110 encoches de 12 mm. d'ouverture sur 34 mm. de profondeur.

Le nombre des fils induits est de 440 ; l'enroulement est divisé en 220 cadres à un seul fil. Le conducteur est à section rectangulaire de 10 × 3 mm.

Chaque encoche contient 4 génératrices (*fig.* 143).

L'inducteur est à 6 pôles; l'enroulement est fait en série d'après la formule

$$y_1 + y_2 = \frac{440 - 2}{3} \qquad y_1 = y_2 = 73$$

Les génératrices impaires sont à la partie inférieure des encoches, les génératrices paires à la partie supérieure.

Les cadres successifs sont formés en reliant sur la base arrière les génératrices 1 à 74 ; 3 à 76 ; etc.

Sur la base avant on réunira au collecteur 74 à 147, 76 à 149 et ainsi de suite.

Tous les cadres sont égaux et préparés sur gabarit.

Les deux cadres, dont les côtés 1 et 3 sont placés au fond de l'encoche n° 1 et les côtés opposés 74 et 76 à la partie supérieure de l'encoche n° 19, sont rénnis dans une enveloppe commune.

Fig. 144

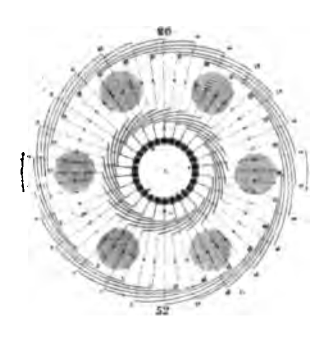
L'enroulement sera ainsi divisé en 110 cadres composés, dont un des côtés sera au fond de l'encoche de rang k et l'autre côté à la partie supérieure de l'encoche de rang $k + 18$, comme on le voit sur le plan du bobinage (*fig.* 144).

Les connexions sont portées par les flasques du manchon dont la surface est recouverte de toile isolante. Les fils de connexions des deux couches sont également séparés par de la toile vernie. Lorsque l'enroulement est terminé, on recouvre les fils extérieurs d'une toile maintenue par des frettes en ficelle.

Les fils sont maintenus dans les encoches par des coins en bois que l'on enfonce dans les encoches du noyau, après avoir rabattu sur les fils la toile des côtés (*fig.* 143).

93. Armature en disque (Desroziers). — Dans cet enroulement (*fig.* 145), dont la formule a été donnée précédemment (**72**), les fils sont disposés, en partie radialement entre deux circonférences concentriques, en partie suivant deux

Fig. 145



couronnes de développantes parallèles. Une des séries de développantes est composée des fils qui réunissent les rayons sur la circonférence extérieure, l'autre est composée des fils qui réunissent les rayons sur la circonférence intérieure.

Dans la pratique l'enroulement se divise en deux plateaux, que l'on fixe ensuite de chaque côté d'une ossature métallique supportée par un noyau claveté sur l'arbre de la machine. Chaque moitié de l'enroulement se fait séparément sur un des plateaux d'après le tableau, page 158.

Les plateaux sont en carton mince comprimé et percés de

trous aux extrémités des fils radiaux. Les connexions en développantes parallèles sont sur une des faces du plateau, et les fils radiaux sur l'autre face; on évite ainsi complètement les croisements de fils. On fait sortir les bouts de fil des extrémités de chaque section, puis on monte les plateaux sur leur support métallique en mettant les fils radiaux à l'intérieur. Il ne reste plus alors qu'à réunir les bouts des fils d'un plateau aux bouts des fils correspondants de l'autre pour obtenir l'enroulement dans son ensemble.

Afin de ne pas trop multiplier le nombre des sections, on forme chacune d'elles de plusieurs boucles en plaçant les développantes de la même section les unes sur les autres.

L'induit est réuni au collecteur par tous les points communs à deux sections consécutives. Le nombre des éléments comptés suivant les rayons étant de 52, le collecteur n'aurait que 26 lames. Comme la machine est à six pôles, le nombre des sections mises simultanément en court circuit par les balais serait de six, par conséquent trop grand ; il faut donc tripler le nombre des lames du collecteur et le porter à 78, de sorte qu'un balai ne commute qu'une section à la fois. Le point de jonction des deux sections consécutives sera donc relié à 3 lames du collecteur distantes de 120° : k, $(k + 26)$, $(k + 52)$.

Les connexions à faire sont régularisées par un organe spécial auquel on donne le nom de *connecteur*, (*fig.* 146)

Il se compose d'un plateau circulaire P en carton comprimé de 35 mm. d'épaisseur, monté sur l'arbre. Les fils de connexion, tels que *a*, qui vont directement de l'induit au collecteur, traversent simplement le plateau; ceux qui, tels que *c*, doivent aller à la lame située à 120° à droite, s'arrêtent sur la face avant du plateau, décrivent sur cette face une développante qui les amène en face de la lame à laquelle ils doivent se raccorder, et traversent le plateau pour se souder au collecteur. Les fils, tels que *b*, qui doivent aboutir à la lame de 120°

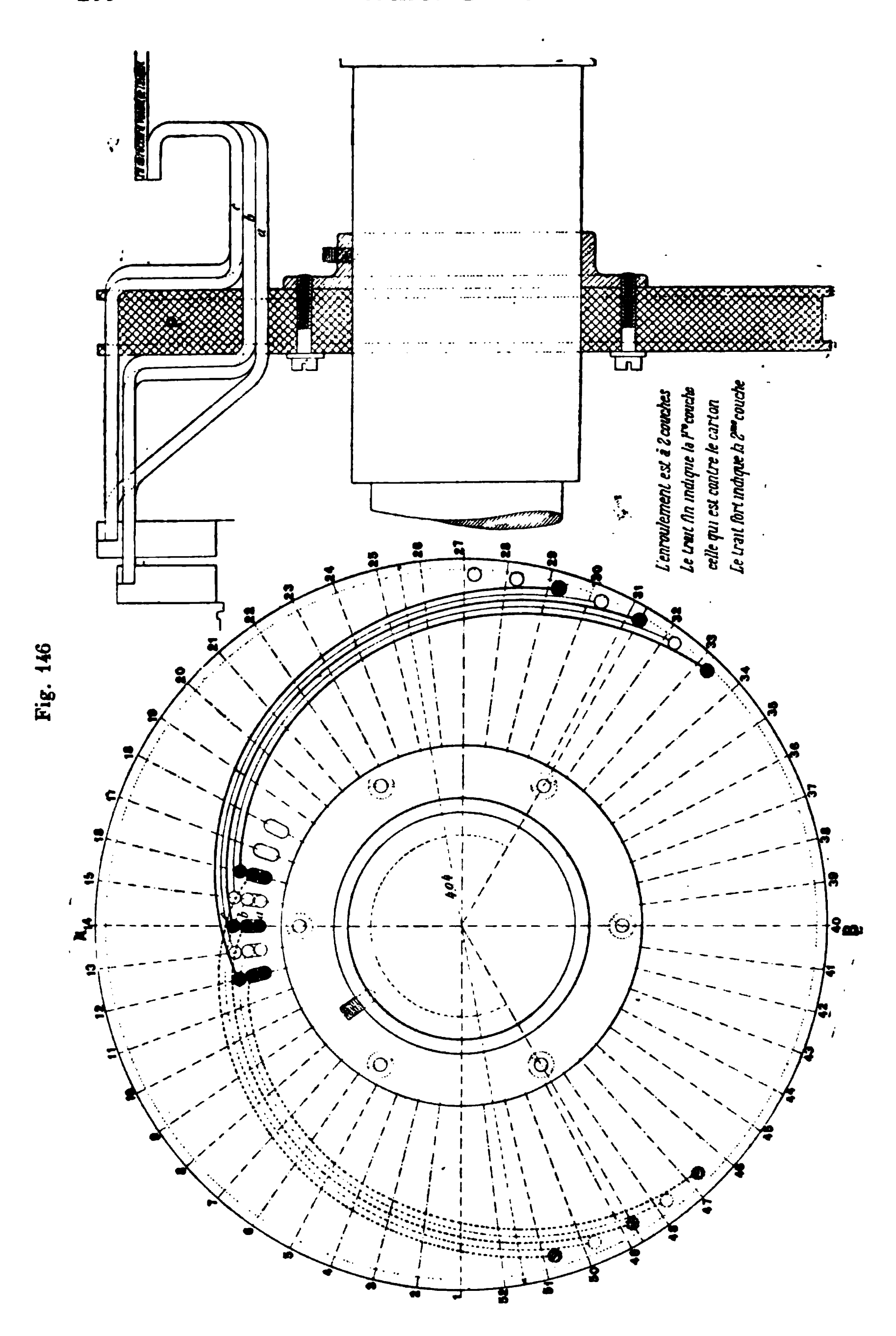

L'enroulement est à 2 couches
Le trait fin indique la 1re couche
celle qui est contre le carton
Le trait fort indique la 2me couche

Fig. 146

à gauche, traversent directement le plateau, décrivent sur sa face arrière une développante égale et de sens contraire à celle de la face avant, et se redressent pour aller au collecteur. Les croissements de fil sont ainsi complètement évités comme dans l'induit lui-même.

Les différentes parties de l'armature, induit, connecteur, collecteur, sont exécutées séparément pour être ensuite montées sur l'arbre et assemblées.

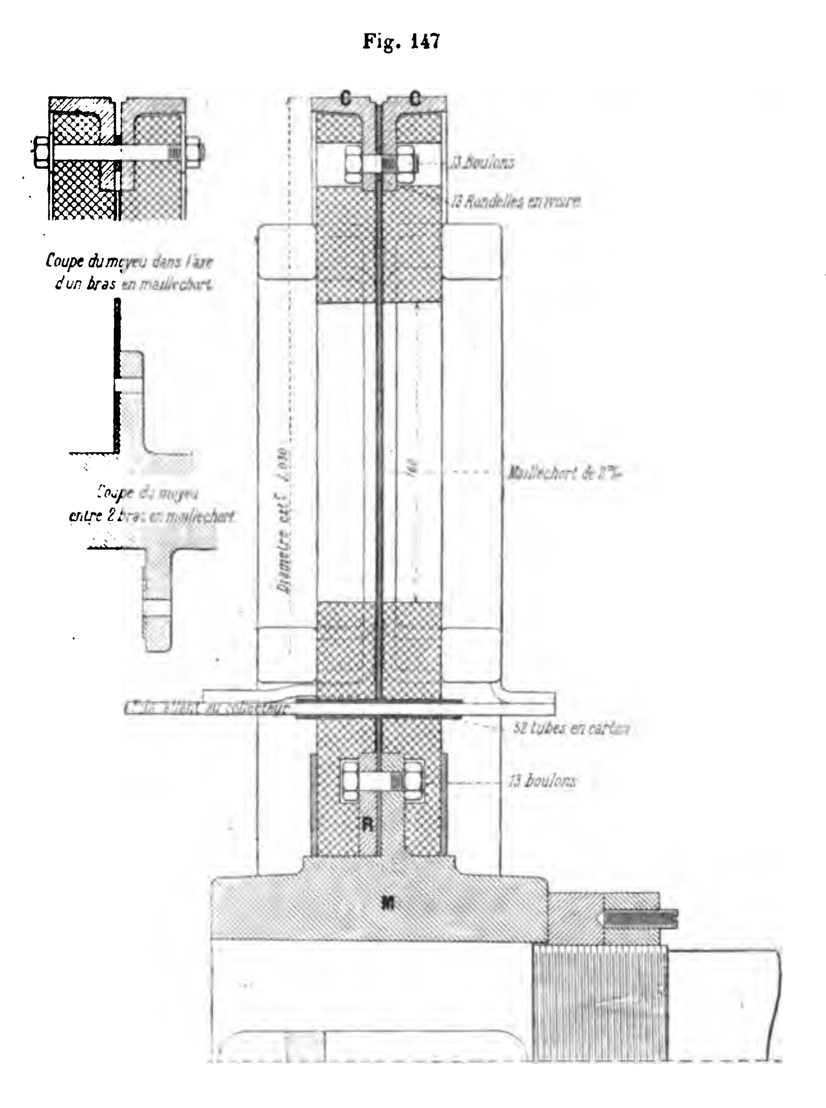
L'enroulement de l'induit étant réparti sur deux plateaux semblables, on réserve entre eux l'espace nécessaire pour y loger une ossature métallique suffisamment rigide (*fig.* 147); elle se compose d'une étoile en maillechort à 13 bras de 2 mm. d'épaisseur, ayant le diamètre de l'induit. Cette étoile est solidement boulonnée à sa partie centrale entre la joue du noyau M et une rondelle de fer R; elle est de plus armée à la circonférence extérieure par deux couronnes de bronze, *cc*, qui sont également boulonnées sur les bras de l'étoile. Cet ensemble, qui constitue toute l'ossature mécanique, de l'induit est monté et claveté sur l'arbre. On conçoit que la lame métallique, tournant dans son plan et n'ayant à supporter aucun effort transversal, présente une résistance mécanique suffisante.

L'ossature de l'induit étant ainsi constituée, on place de chaque côté les plateaux qui portent chacun la moitié de l'enroulement, et on les fixe par des boulons.

Lorsque cette opération est terminée, on relie les fils des plateaux qui doivent être raccordés les uns avec les autres, puis on monte sur l'arbre le connecteur et le collecteur, et l'on assemble le tout. Les parties des plateaux qui recouvrent les fils radiaux sont alors découpées et enlevées, de manière à ne laisser que les couronnes qui sont sous les parties de fils en développantes.

L'induit ainsi préparé est prêt à être monté dans la machine dont le système inducteur a été décrit précédemment, p. 121.

Fig. 147



Dynamo Desroziers (Maison Bréguet). Coupe longitudinale de l'induit.

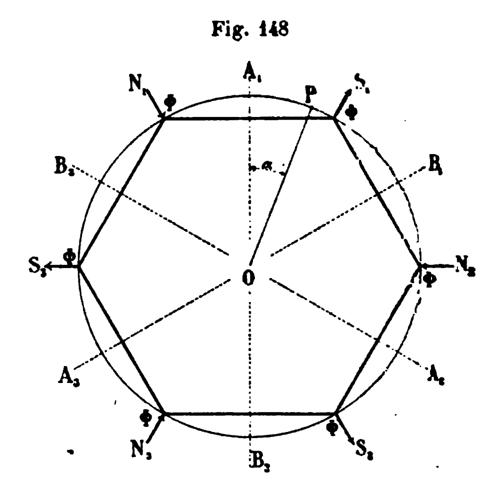
La faible masse de l'induit et la disposition des pièces qui le composent permettent d'atteindre à la périphérie une vitesse de 30 à 40 mètres par seconde. La vitesse de déplacement des fils dans le champ inducteur étant très grande par rapport au nombre de tours, il est possible de réduire celui-ci et d'accoupler directement la dynamo avec son moteur.

CHAPITRE IX

THEORIE DES DYNAMOS A COURANT CONTINU

94. Composante du flux inducteur suivant une direction donnée. — Considérons le champ d'une dynamo multipolaire (*fig.* 148) et soient

Fig. 148



$2p$ le nombre des pôles N_1, S_1, N_2, S_2, etc.

Φ le flux inducteur correspondant à un pôle;

OP un plan tournant autour du centre, de gauche à droite, avec une vitesse angulaire uniforme de n tours par seconde.

Le flux, qui traverse le plan mobile, varie suivant une certaine loi que nous nous proposons de déterminer.

Menons les plans de symétrie du champ, OA_1, OB_1, et convenons de considérer comme positif le flux qui traverse le plan OP dans le sens du mouvement de rotation.

Lorsque OP est dans le plan ON_1 le flux qui le traverse est nul ; il augmente de N_1 en A_1 et devient égal à $+\frac{\Phi}{2}$ en OA_1 ; de A_1 en S_1 le flux diminue et s'annule en OS_1 ; il change de signe et augmente en valeur absolue de S_1 en B_1 où il devient égal à $-\frac{\Phi}{2}$; il diminue ensuite et s'annule de nouveau en ON_2. De N_2 en N_3 la loi de variation sera la même que de N_1 en N_2, et ainsi de suite.

On voit que, lorsque le plan OP se déplace entre deux pôles de mêmes noms, le flux qui le traverse varie d'une manière continue et pourra être représenté par une fonction périodique, telle qu'en désignant par T le temps correspondant au déplacement de N_1 en N_2, c'est-à-dire la durée d'une période, on ait pour une valeur quelconque de t

$$f(t+T)=f(t); \qquad \text{et} \qquad f\left(t+\frac{T}{2}\right)=-f(t).$$

La fonction périodique la plus simple, satisfaisant à cette double condition, est la sinusoïde,

$$y = A \sin \omega t,$$

dans laquelle A désigne l'amplitude ou valeur maximum de la fonction, et ω une constante qui doit satisfaire à la condition

$$\sin \omega(t+T) = \sin \omega t,$$

qui donne

$$\omega T = 2\pi; \qquad \text{ou} \qquad \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

La durée, T, de la période est déterminée par le nombre des pôles et la vitesse de rotation ; on aura

$$T = \frac{1}{pn} \text{ seconde}; \qquad \omega = 2\pi pn.$$

En prenant comme origine l'instant où le plan mobile est en ON_1, c'est-à-dire l'instant où le flux qui traverse OP est nul, la composante normale au plan P à l'instant t serait

$$\Phi_1 = \frac{\Phi}{2} \sin 2\pi pnt.$$

Elle serait représentée par la fonction

$$\Phi_1 = \frac{\Phi}{2} \cos 2\pi pnt,$$

si l'on adoptait comme origine l'instant où le flux passe par son maximum positif, c'est-à-dire l'instant où le plan OP est en OA_1.

En prenant comme variable indépendante l'angle α décrit à partir de OA_1, on aura

$$\alpha = 2\pi nt\,;$$

et par suite

$$\Phi_1 = \frac{\Phi}{2} \cos p\alpha.$$

Cette expression n'est rigoureusement exacte que si la variation périodique du flux est sinusoïdale, et, lorsqu'il n'en est pas ainsi, la formule ne donne des valeurs exactes que pour

$$\alpha = 0,\ \frac{\pi}{2p},\ \frac{\pi}{p},\ \frac{3\pi}{2p},\ \frac{2\pi}{p};$$

les valeurs intermédiaires ne sont qu'approchées.

Mais les prévisions, auxquelles conduit l'hypothèse de la variation sinusoïdale du flux, diffèrent assez peu de la réalité, pour qu'il soit inutile de recourir à une formule plus compliquée. Nous admettrons donc, comme on le fait généralement, que les composantes du flux, sous des incidences variables, peuvent être représentées, avec une approximation suffisante, par les ordonnées de la courbe

$$\Phi_1 = \frac{\Phi}{2} \cos p\alpha.$$

95. Valeur moyenne du flux dans un intervalle donné. — On appelle *valeur moyenne* d'une fonction continue de la variable x, dans l'intervalle $a\ b$, la quantité

$$y_m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx;$$

y_m est la hauteur du rectangle, de base $(b-a)$, dont la surface est égale à celle du segment de courbe compris entre l'axe des abscisses et les deux ordonnées ayant pour abscisses a et b.

La valeur moyenne de

$$y = \sin p\alpha,$$

dans l'intervalle $\alpha_2 - \alpha_1$, sera

$$(1)\qquad y_m = \frac{\cos p\alpha_1 - \cos p\alpha_2}{p(\alpha_2 - \alpha_1)}.$$

On aura de même pour la valeur moyenne de

$$y = \cos p\alpha,$$

dans l'intervalle $\alpha_2 - \alpha_1$,

$$(2)\qquad y_m = \frac{\sin p\alpha_2 - \sin p\alpha_1}{p(\alpha_2 - \alpha_1)}.$$

96. Force électromotrice à circuit ouvert. — Proposons-nous de déterminer la force électromotrice d'une dynamo fonctionnant à circuit extérieur ouvert.

Soient (*fig.* 148, p. 238).

N_1, S_1, N_2, S_2,... les pôles inducteurs,

OA_1, OB_1,... les plans bissecteurs des angles dièdres N_1OS_1, S_1ON_2,... compris entre deux pôles voisins de signes contraires,

P, une des génératrices de l'enroulement.

α, l'angle A_1OP mesuré dans le sens du mouvement.

Le flux qui traverse le plan OP, ayant pour expression

$$\Phi_1 = \frac{\Phi}{2} \cos p\alpha,$$

la force électromotrice induite dans la génératrice P sera

$$e = -\frac{d\Phi_1}{dt} = p\,\frac{d\alpha}{dt}\,\frac{\Phi}{2} \sin p\alpha.$$

Si l'armature fait n tours par seconde, on aura

$$\frac{d\alpha}{dt} = 2\pi n$$

et par conséquent

$$e = \pi p n \Phi \sin p\alpha.$$

De $\alpha = 0$ à $\alpha = \frac{\pi}{p}$, e sera positif; de $\alpha = \frac{\pi}{p}$ à $\alpha = \frac{2\pi}{p}$, e sera négatif; et ainsi de suite.

On voit que les plans OA_1, OB_1,... divisent l'induit en $2p$ segments identiques, et que les forces électromotrices des génératrices de l'un des segments sont égales et de sens contraire à celles des segments adjacents.

Le flux inducteur est maximum et la force électromotrice induite est nulle pour $\alpha = 0$, $\alpha = \frac{\pi}{p}$, $\alpha = \frac{2\pi}{p}$,... c'est-à-dire dans les plans OA_1, OB_1... qui seront les *plans neutres* du champ inducteur.

La valeur moyenne de la force électromotrice induite dans la génératrice P, lorsqu'elle passe d'un plan neutre au suivant $\left(\text{de } \alpha_1 = 0 \text{ à } \alpha_2 = \frac{\pi}{p}\right)$, sera

$$e_m = 2pn\Phi.$$

Lorsque les génératrices sont réunies les unes aux autres de manière à former $2p_1$ circuits dérivés parallèles, la force électromotrice totale sera égale au produit du nombre, $\frac{N}{2p_1}$, des génératrices d'un circuit dérivé par la force électromotrice moyenne d'une génératrice, et l'on aura

$$E_0 = \frac{p}{p_1} nN\Phi.$$

La même formule s'applique à l'armature en disque, N désignant dans ce cas le nombre des fils disposés suivant les rayons du disque.

Cette expression n'est rigoureuse que si la prise de courant est une ligne géométrique sur laquelle les génératrices se succèdent d'une façon continue.

Comme l'induit est divisé en sections, dont les points de jonction sont reliés aux lames d'un collecteur, on obtient en réalité une force électromotrice ondulatoire. Mais l'angle sous-tendu par une lame du collecteur est toujours assez petit pour qu'il soit inutile de tenir compte des variations qui se produisent pendant le passage d'une lame d'un côté à l'autre du plan neutre et, pratiquement, la force électromotrice peut être considérée comme constante.

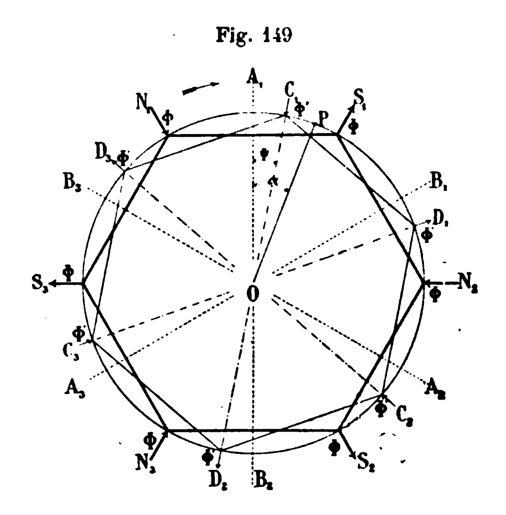
97. Force électromotrice en circuit fermé. Angle de calage des balais. — Lorsque les balais sont réunis par un conducteur extérieur et que la machine débite un courant, on observe que, si les prises de courant se font dans les plans neutres du champ extérieur, il se produit entre les balais et le collecteur des étincelles plus ou moins violentes, que l'on ne peut faire disparaître qu'en déplaçant les balais dans le sens de la rotation de l'armature.

Ce *décalage* des balais est une conséquence des phénomènes auxquels donne lieu la circulation du courant dans l'induit.

Soient (*fig.* 149) :

C_1, D_1, C_2, D_2,... les positions à donner aux balais lorsque la machine fonctionne en circuit fermé à un certain régime.

Fig. 149



ψ l'angle du balai avec le plan normal à la direction du flux extérieur.

Sous l'action des courants induits le noyau de l'armature s'aimante ; les courants de deux segments contigus étant de sens contraires, les pôles de l'induit seront situés sous les balais et, comme les courants qui circulent dans l'armature sont dirigés de manière à s'opposer au mouvement qui leur donne naissance, les pôles sud seront en C_1, C_2,... les pôles nord en D_1, D_2,...

Chacun des segments de l'armature sera donc traversé par deux flux :

le flux $\frac{\Phi}{2}$ parallèle à la ligne NS,

le flux $\frac{\Phi'}{2}$ parallèle à la corde CD ;

et le plan de la génératrice P sera coupé par le flux

$$\Phi_1 = \frac{\Phi}{2} \cos p\alpha + \frac{\Phi'}{2} \sin p(\alpha - \psi).$$

La force électromotrice induite dans la génératrice P sera donc

$$e = -\frac{d\Phi_1}{dt} = \pi pn(\Phi \sin p\alpha - \Phi' \cos p(\alpha - \psi)).$$

De C_1 en D_1, c'est-à-dire entre $\alpha_1 = \psi$ et $\alpha_2 = \psi + \frac{\pi}{p}$, la valeur moyenne (**95**) sera

(1) $$e_m = 2pn\Phi \cos p\psi.$$

De D_1 en C_2, entre

$$\alpha_1 = \left(\psi + \frac{\pi}{p}\right) \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \left(\psi + \frac{2\pi}{p}\right),$$

on aurait de même

$$e_m = -2pn\Phi \cos p\psi;$$

et ainsi de suite.

Quelle que soit la valeur de l'angle ψ, les plans OC_1, OD_1,... divisent l'enroulement en $2p$ segments identiques dont les forces électromotrices sont égales et opposées deux à deux.

Lorsqu'une section sort d'un segment pour passer dans le suivant, son courant doit s'annuler et changer de sens avant qu'elle entre dans le deuxième. Pour que l'inversion se produise par l'action de la force électromotrice induite dans la section commutée, cette force électromotrice doit changer de signe au passage de la ligne des balais et l'angle ψ sera déterminé par la condition que e soit nul pour $\alpha = \psi$. On doit donc avoir

$$\Phi \sin p\psi - \Phi' = 0$$

ou

(2) $$\psi = \frac{1}{p} \arc \sin \frac{\Phi'}{\Phi}.$$

En posant

$$\frac{\Phi'}{\Phi} = \sin \varphi, \tag{3}$$

l'équation (1) donne

$$e_m = 2pn\Phi \cos \varphi. \tag{4}$$

Si l'enroulement induit est divisé en $2p_1$ circuits dérivés, comprenant chacun $\frac{N}{2p_1}$ génératrices en série, la force électromotrice de la machine en circuit fermé sera

$$E = \frac{p}{p_1} nN\Phi \cos \varphi = E_0 \cos \varphi. \tag{5}$$

$\Phi \cos \varphi = \sqrt{\Phi^2 - \Phi'^2}$ est la valeur du flux résultant, dont les variations développent la force électromotrice de la machine en circuit fermé.

Les plans OC_1, OD_1..., déterminés par la condition ci-dessus, sont donc perpendiculaires à la direction du flux résultant, et seront les plans neutres du champ produit par la superposition du flux des inducteurs et du flux de self-induction.

Si l'on ne tient pas compte des dérivations magnétiques extérieures à la machine, on pourra substituer au rapport $\frac{\Phi'}{\Phi}$ des deux flux celui des ampère-tours qui leur donnent naissance et prendre

$$\frac{\Phi'}{\Phi} = \frac{\text{amp.-tours induits}}{\text{amp.-tours inducteurs}}.$$

Désignons par

I_1, le courant total débité par l'induit;

N, le nombre des génératrices de l'enroulement;

$2p$, le nombre des pôles inducteurs;

$2p_1$, le nombre des circuits dérivés réunis en parallèle;

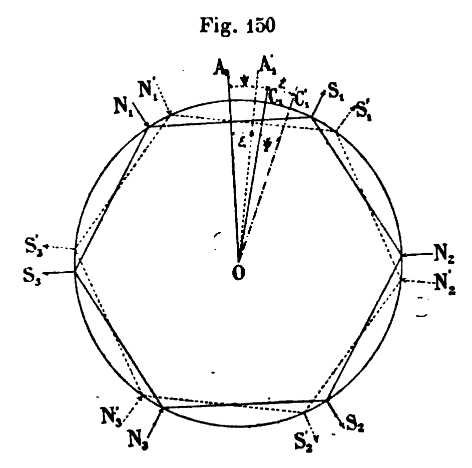
A, le nombre des ampère-tours inducteurs pour un des champs qui engendrent le flux Φ.

On aura

$$\sin \varphi = \frac{NI_1}{4pp_1 A}. \tag{6}$$

98. Influence de l'hystérésis sur le calage des balais. — En déterminant l'inclinaison à donner aux plans de commutation, nous avons admis que le flux extérieur traverse le noyau parallèlement aux lignes NS ; ce serait le cas si l'armature ne contenait pas de fer (armature en disque) ou si le fer du noyau était parfaitement doux. En réalité, par suite de l'hystérésis, les molécules du noyau ne prennent leur orientation magnétique qu'après un certain temps et le flux extérieur traverse le noyau suivant les directions N′S′, inclinées sur les lignes NS (*fig.* 150).

Fig. 150



L'angle de calage « apparent » de la ligne des balais relativement au plan extérieur OA_1, bissecteur de N_1OS_1, devra être égal à la somme de l'angle ψ déterminé précédemment et de l'angle ε correspondant au retard d'aimantation du noyau. Tout se passe comme si le champ inducteur avait tourné d'un angle ε dans le sens du mouvement de rotation. Ce déplace-

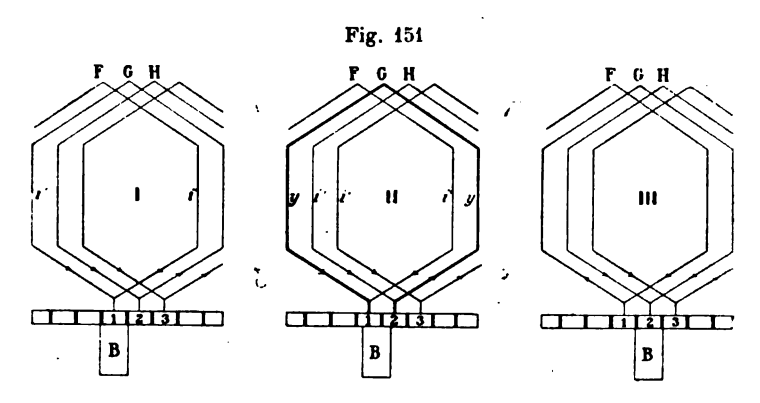
ment de la ligne de commutation ne modifie pas la valeur de la force électromotrice maximum induite en circuit fermé; mais, comme les angles ε et ψ peuvent être du même ordre de grandeur, l'angle apparent de calage, dans une dynamo génératrice, aura souvent une valeur notablement plus élevée que celle qui est donnée par la formule.

La valeur de ε pourrait se calculer au moyen de la courbe d'hystérésis, mais ce calcul ne présente pas d'utilité pratique puisque, ainsi que nous l'avons dit précédemment, lorsque la machine fonctionne, la position à donner aux balais se détermine toujours par tâtonnement en cherchant la position qui donne le minimum d'étincelles.

99. Théorie de la commutation. — Les lignes de balais divisent l'enroulement en $2p$ segments égaux dont les courants sont en opposition deux à deux. Par conséquent lorsqu'une section passe d'un côté à l'autre du plan de séparation, son courant doit changer de sens.

Soient F, G, H (*fig.* 151) trois sections consécutives de l'induit et B un des balais, que nous supposerons d'abord de largeur égale à celle d'une touche du collecteur.

Fig. 151



Dans la première position le balai ne recouvre que la lame (1); à l'instant suivant la lame (2) s'engage sous le balai

et la section G est mise en court circuit. Son courant diminue, s'annule et changera de sens sous l'action de la force électromotrice induite par le déplacement de G, de telle sorte que, lorsque la lame (1) quitte le balai B, le courant de G sera de même sens et aura la même intensité que celui du circuit dont elle devient alors partie intégrante.

Pour montrer qu'il en est ainsi, considérons l'induit dans la deuxième position et désignons par

i', l'intensité normale du courant qui circule en F et en H ;

y, l'intensité du courant variable qui passe en G à l'instant t;

i_1, i_2, les intensités des courants transmis au balai B par les lames (1) et (2) ;

I', le courant total reçu par le balai.

Nous aurons

$$I' = i_1 + i_2; \quad i_1 = i' + y; \quad i_2 = i' - y;$$

et par conséquent

$$I' = 2i'.$$

Le courant reçu par le balai B, à un instant quelconque, est donc égal à la somme des courants des deux circuits dérivés adjacents.

Dans la position I on a

$$i_1 = 2i'; \quad y = i'.$$

Dans la position III on a

$$i_1 = 0; \quad y = -i';$$

c'est-à-dire que, lorsque la lame (1) quitte le balai, le courant de G a nécessairement le même sens et la même intensité que celui de F ; mais, pour que l'inversion se produise sans étincelles, il faut satisfaire à certaines conditions que nous allons déterminer.

Désignons par

s_1 et s_2, les surfaces de contact du balai B avec les lames (1) et (2);

$S = s_1 + s_2$, surface totale de contact du balai sur le collecteur.

Les densités superficielles des courants transmis au balai B seront respectivement

$$\sigma_1 = \frac{i' + y}{s_1}; \qquad \sigma_2 = \frac{i' - y}{s_2}.$$

A l'instant où la lame (2) va s'engager sous le balai, on a $s_1 = S$; $s_2 = 0$; de la position I à la position III, s_1 varie de S à zéro, et si le courant $i_1 = i' + y$ a encore une valeur finie lorsque la lame (1) quitte le balai, la densité superficielle atteindra, au moment de la rupture, une valeur assez élevée pour faire jaillir une étincelle entre le balai et le collecteur. Les particules métalliques, détachées par cette étincelle, continuent le circuit dans l'air et donnent naissance à un arc voltaïque dont la durée varie avec l'énergie du courant de rupture. Si l'on fait fonctionner pendant quelque temps une dynamo dont le collecteur donne des étincelles, on remarque, en effet, que les lames sont brûlées sur le bord correspondant à la rupture du contact avec le balai.

Il faudra donc, pour éviter les étincelles, étudier la machine de manière que la densité superficielle du courant, au moment de la rupture, ne dépasse pas une certaine limite.

Désignons par

r', la résistance intérieure de la section G;

r'', la résistance de l'un des fils qui raccordent les extrémités de G au collecteur;

r'_1, r'_2, les résistances au passage des courants i_1 et i_2 entre le collecteur et le balai;

$\mathfrak{L}$, le coefficient de self-induction de la section G;

e, la force électromotrice induite en G pendant son passage

sous les balais; c'est sous l'action de cette force électromotrice que le courant change de sens pendant la commutation.

La deuxième règle de Kirchhoff, appliquée au circuit formé par la section G et le balai, donne l'équation

$$(1)\qquad r'y + \mathfrak{L}\frac{dy}{dt} + (r'' + r_1')i_1 - (r'' + r_2')i_2 + e = 0.$$

Représentons par

ζ, la résistance par centimètre carré de la surface de contact du balai sur le collecteur;

T, la durée du contact d'une lame avec le balai;

les surfaces de contact s_1 et s_2, à l'instant t, auront pour expressions

$$s_1 = \frac{S}{T}(T - t); \qquad s_2 = \frac{S}{T}t;$$

et les résistances superficielles, au même instant, seront

$$r'_1 = \frac{\zeta}{s_1} = \frac{\zeta T}{S(T - t)}; \qquad r'_2 = \frac{\zeta}{s_2} = \frac{\zeta T}{St}.$$

Si nous portons ces expressions de r'_1 et de r'_2 dans l'équation (1), et que nous y remplacions i_1 et i_2 par leurs valeurs :

$$i_1 = i' + y; \qquad i_2 = i' - y,$$

nous obtiendrons l'équation

$$(2)\quad (r' + 2r'')i' + \mathfrak{L}\frac{dy}{dt} + \frac{\zeta T}{S}\frac{i' + y}{T - t} - \frac{\zeta T}{S}\frac{i' - y}{t} + e = 0,$$

qui détermine la densité superficielle du courant transmis au balai à un instant t quelconque; mais la solution générale de cette équation différentielle est très compliquée et, au point de vue qui nous occupe, il suffit de connaître la densité superficielle au moment critique de la rupture du courant entre la lame (1) et le balai B, c'est-à-dire la limite du rapport

$$\frac{i' + y}{s_1} = \frac{T(i' + y)}{S(T - t)},$$

lorsque $(i' + y)$ et $(T - t)$ approchent de zéro.

Posons

$$i' + y = z\,; \qquad \mathrm{T} - t = \tau,$$

et cherchons la limite du rapport $\frac{z}{\tau}$ lorsque z et τ deviennent infiniment petits ([1]).

En faisant dans l'équation (2)

$$y = z - i'\,; \qquad t = \mathrm{T} - \tau,$$

il vient

$$(3) \qquad \frac{\zeta \mathrm{T}}{\mathrm{S}} \frac{z}{\tau} - \mathfrak{L} \frac{dz}{d\tau} = \left(r' + 2r'' + \frac{2\zeta}{\mathrm{S}}\right) i' - e_0,$$

e_0 étant la valeur de la force électromotrice induite en G au moment où la lame (1) quitte le balai.

En posant, pour simplifier,

$$\frac{\zeta \mathrm{T}}{\mathrm{S}\mathfrak{L}} = m\,; \qquad \frac{\left(r' + 2r'' + \frac{2\zeta}{\mathrm{S}}\right) i - e_0}{\mathfrak{L}} = \mathrm{B},$$

l'équation (3) se ramène à la forme connue

$$\frac{mz}{\tau} - \frac{dz}{d\tau} = \mathrm{B}$$ ([2]),

([1]) τ étant l'infiniment petit principal, z sera un infiniment petit du 1er ordre.

([2]) Pour intégrer cette équation on posera

$$\frac{z}{\tau} = u\,; \qquad \frac{dz}{d\tau} = p = mu - \mathrm{B}.$$

En différentiant l'équation $z = u\tau$, on obtient la relation

$$\frac{d\tau}{\tau} = \frac{du}{p - u} = \frac{du}{(m-1)u - \mathrm{B}},$$

qui donne

$$\frac{1}{m-1} \log\left[(m-1)u - \mathrm{B}\right] = \log \tau + \log \mathrm{M}$$ (M étant une constante),

et, en passant des logarithmes aux nombres,

$$(m-1)u - \mathrm{B} = \mathrm{M}^{m-1}\tau^{m-1},$$

ou

$$\frac{z}{\tau} = \frac{\mathrm{B}}{m-1} + \mathrm{C}\tau^{m-1}.$$

dont l'intégrale est

$$\frac{z}{\tau} = \frac{B}{m-1} + C\tau^{m-1}.$$

Pour $\tau = 0$, $\frac{z}{\tau}$ sera fini si l'on a $m > 1$, et infini si l'on a $m < 1$.

Pour que la densité superficielle ait une valeur finie au moment de la rupture, on devra donc avoir

$$\frac{\zeta T}{S} > \mathfrak{L}.$$

Lorsque cette condition est remplie, la valeur de la densité superficielle, au moment de la rupture, est donnée par l'équation

$$(4) \qquad \sigma_0 = \frac{T}{S}\frac{z}{\tau} = \frac{T}{S}\,\frac{\left(r' + 2r'' + \frac{2\zeta}{S}\right)i' - e_0}{\frac{\zeta T}{S} - \mathfrak{L}};$$

elle serait nulle si l'on avait

$$\left(r' + 2r'' + \frac{2\zeta}{S}\right)i' = e_0.$$

Cette condition, qui correspond au cas le plus favorable, n'est cependant pas nécessaire.

Lorsque la largeur du balai est plus grande que celle d'une touche du collecteur, il y aura plusieurs sections mises simultanément en court circuit par un balai ; la condition ci-dessus s'applique encore à chaque section au moment où elle quitte le balai ; mais la durée de la commutation sera plus longue.

Si nous désignons par :

S, la surface totale de contact d'une ligne de balais sur le collecteur ;

β, l'angle sous-tendu par un balai ;

θ, l'angle sous-tendu par une lame ;

T, la durée du déplacement angulaire θ ;

la surface de contact des balais sur la lame (1) variera de

$\frac{\theta}{\beta}$ S à zéro pendant le temps T, et, dans l'équation (4), on devra remplacer S par $\frac{\theta}{\beta}$ S, ce qui donne

$$\sigma_0 = \frac{\beta}{\theta}\frac{T}{S}\,\frac{\left(r' + 2r'' + \frac{2\zeta}{S}\frac{\beta}{\theta}\right)i' - e_0}{\frac{\beta}{\theta}\frac{\zeta T}{S} - \mathfrak{L}},$$

ou, en multipliant le numérateur et le dénominateur par $\frac{\theta}{\beta}\frac{i'}{T}$,

$$\sigma_0 = \frac{i'}{S}\,\frac{\left(r' + 2r'' + \frac{2\zeta}{S}\cdot\frac{\beta}{\theta}\right)i' - e_0}{\frac{\zeta i'}{S} - \frac{\theta}{\beta}\frac{\mathfrak{L} i'}{T}}. \tag{5}$$

100. Calcul de la densité du courant de rupture. — Pour appliquer la formule précédente, il faut déterminer les différentes quantités qui entrent dans l'expression de la densité superficielle du courant de rupture.

Résistances. — Les résistances r' et r'' sont des données de construction.

I_1 étant l'intensité du courant induit total, on a

$$i' = \frac{I_1}{2p_1}.$$

Le terme $(r' + 2r'')i'$ est donc déterminé par le débit de la machine.

La résistance de contact par centimètre carré, ζ, dépend de la pression des balais, de la vitesse périphérique du collecteur, de l'état des surfaces de contact, de la densité du courant.

Pour des vitesses comprises entre 2 et 10 mètres par seconde et une pression de 100 à 150 grammes par centimètre carré, le collecteur étant supposé en bon état d'entretien, on pourra, à défaut d'autres indications expérimentales, adopter comme base du calcul :

$\zeta = \left(0,15 + \frac{0,9}{\sigma}\right)$ ohm par centimètre carré pour les frotteurs en charbon ;

$\zeta = \left(0,02 + \frac{0,1}{\sigma}\right)$ ohm par centimètre carré pour les frotteurs métalliques.

La densité superficielle *moyenne* sous les balais, σ, est comprise entre :

5 et 15 ampères par centimètre carré pour les frotteurs en charbon ;

20 et 40 ampères par centimètre carré pour les frotteurs métalliques.

Calcul de e_0. — La force électromotrice induite dans une génératrice, dont le plan fait un angle α avec le plan perpendiculaire à la ligne des pôles, a pour expression (**97**)

$$e = \pi pn \left[\Phi \sin p\alpha - \Phi' \cos p(\alpha - \psi)\right].$$

Au moment où la section commutée quitte le balai, les $\frac{N\theta}{2\pi}$ génératrices, qui forment cette section, sont comprises entre $\alpha_1 = \psi + \frac{\beta}{2}$ et $\alpha_2 = \psi + \frac{\beta}{2} + \theta$, et la valeur de e_0 sera donnée par l'intégrale

$$e_0 = \frac{N\theta}{2\pi} \int_{\psi + \frac{\beta}{2}}^{\psi + \frac{\beta}{2} + \theta} \frac{e d\alpha}{\theta}.$$

En effectuant le calcul et en posant, comme précédemment, $\frac{\Phi'}{\Phi} = \sin \varphi$, on obtient

$$e_0 = n N \Phi \sin \frac{p\theta}{2} \left[\cos p\psi \sin \frac{p(\beta + \theta)}{2} + (\sin p\psi - \sin \varphi) \cos \frac{p(\beta + \theta)}{2}\right].$$

Lorsque l'angle de calage satisfait à la condition

$$\sin p\psi = \frac{\Phi'}{\Phi} = \sin \varphi,$$

on aura

$$e_0 = n\mathrm{N}\Phi \sin\frac{p\theta}{2}\sin\frac{p(\beta+\theta)}{2}\cos\varphi. \tag{7}$$

Calcul de $\frac{\mathfrak{L}i'}{\mathrm{T}}$. — Ce terme représente l'accroissement du flux qui traverse la section commutée pendant que le courant de cette section varie de zéro à i'.

Lorsque le courant de la section commutée a pris son intensité de régime i', le nombre des ampère-tours induits pour un segment de l'armature sera

$$\frac{\mathrm{N}}{2p}\,i'.$$

Lorsque le courant de la section s'annule, le nombre d'ampère-tours se réduit à

$$\left(\frac{\mathrm{N}}{2p}-\frac{\mathrm{N}\theta}{2\pi}\right)i' = \frac{\mathrm{N}}{2p}\left(1-\frac{p\theta}{\pi}\right)i'.$$

Le flux induit dans le noyau sera

$$\frac{\Phi'}{2} \quad \text{pour} \quad \frac{\mathrm{N}}{2p}\,i' \qquad \text{ampère-tours}$$

$$\frac{\Phi''}{2} \quad \text{pour} \quad \frac{\mathrm{N}}{2p}\left(1-\frac{p\theta}{\pi}\right)i' \qquad \text{»}$$

La variation du flux induit dans le noyau pendant la commutation étant

$$\frac{\Phi'-\Phi''}{2} = \frac{p\theta}{\pi}\,\frac{\Phi'}{2},$$

l'accroissement du flux qui traverse les $\frac{\mathrm{N}\theta}{2\pi}$ génératrices de la section commutée, sera

$$\mathfrak{L}i' = \frac{\mathrm{N}\theta}{2\pi}\,\frac{p\theta}{\pi}\,\frac{\Phi'}{2}\int_{\psi+\frac{\beta}{2}}^{\psi+\frac{\beta}{2}+\theta}\frac{\sin p(\alpha-\psi)\,d\alpha}{\theta},$$

c'est-à-dire

$$\mathfrak{L}i' = \frac{N\theta}{2\pi}\frac{\Phi'}{\pi}\sin\frac{p\theta}{2}\sin\frac{p(\beta+\theta)}{2}.$$

Comme $T = \frac{\theta}{2\pi n}$, et que $\Phi' = \Phi \sin\varphi$, on obtient finalement

(8) $$\frac{\mathfrak{L}i'}{T} = \frac{nN\Phi}{\pi}\sin\frac{p\theta}{2}\sin\frac{p(\beta+\theta)}{2}\sin\varphi.$$

Après avoir vérifié la condition nécessaire

$$\frac{\zeta i'}{S} > \frac{\theta}{\beta}\frac{\mathfrak{L}i'}{T},$$

on calculera la valeur de σ_0 par la formule (5), pour s'assurer que la densité du courant de rupture ne dépasse pas la limite indiquée par l'expérience.

101. Conditions à observer dans la construction. — Lors même que les conditions théoriques précédentes sont remplies et que les balais sont calés dans la position convenable, la commutation ne se fera sans étincelles que s'il n'existe aucun défaut de construction dans le collecteur et l'induit.

En particulier, si le collecteur n'était pas parfaitement cylindrique ou s'il présentait des aspérités superficielles, les balais n'appuieraient sur le collecteur que par une partie de leur surface et la densité du courant pourrait atteindre, en quelques points, une valeur bien supérieure à celle qui a été prévue.

Les supports de balais doivent être construits de manière que les frotteurs ne puissent pas se déplacer dans leurs gaines sous l'action de l'effort tangentiel exercé par le frottement du collecteur, car un déplacement appréciable pourrait modifier notablement la valeur de la densité du courant de rupture.

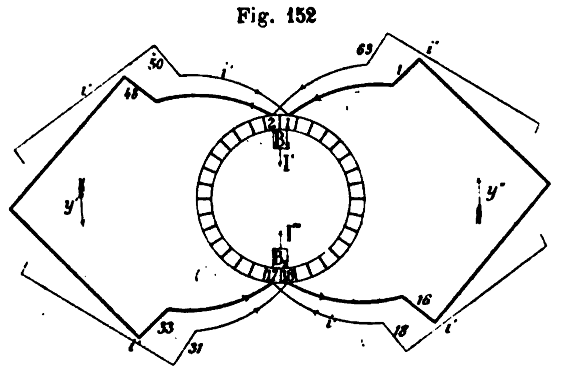
Il est également très important que l'enroulement soit par-

faitement symétrique et que la résistance de chacun des circuits dérivés soit la même, quelle que soit la position de l'armature. A ce point de vue les enroulements en tambour, dont les sections sont construites sur gabarits, donnent une plus grande sécurité que les enroulements bobinés directement sur le noyau.

En décrivant les enroulements multipolaires, nous avons vu comment on pouvait éviter les inconvénients résultant d'un défaut de symétrie dans le champ inducteur, en adoptant la disposition Mordey ou l'enroulement en séries parallèles d'Arnold.

Ce dernier mode d'enroulement peut cependant donner lieu à quelques difficultés qu'il est utile de signaler.

Fig. 152



En prenant comme exemple un tambour à 4 pôles, et en se reportant à ce qui a été dit précédemment (**70**) sur ce mode d'enroulement, on voit (*fig.* 152) que, pendant l'inversion du courant, les deux sections qui doivent être commutées au même moment, sont groupées en série et forment un circuit unique fermé sur lui-même par les deux balais B_1 et B_3, appuyant respectivement sur les lames 1-2 et 17-18.

Si nous désignons par

i', le courant normal d'un circuit;

y', y'', les courants d'intensité variable qui circulent dans la section en commutation,

nous aurons :

en B_1

Courant recueilli par la lame 1 $i' + y''$

» 2 $i' - y'$

Courant transmis par B_1

$$I' = 2i' + y'' - y',$$

en B_3

Courant recueilli par la lame 17 $i' + y'$

» 18 $i' - y''$

Courant transmis par B_3

$$I''' = 2i' + y' - y''.$$

On aura toujours

$$I' + I''' = 4i',$$

mais I' et I''' ne sont pas nécessairement égaux.

Pour que l'inversion se fasse sans étincelles il faut : 1° que les deux balais de mêmes polarités soient rigoureusement espacés de 180° et qu'ils aient exactement la même largeur afin que la rupture se produise simultanément sur les lames 1 et 17 ; 2° que les résistances de contact soient les mêmes afin que y' et y'' soient égaux ou du moins très peu différents. Si ces conditions n'étaient pas remplies, la densité superficielle pourrait, au moment de la rupture, atteindre une valeur trop grande sur l'une ou sur l'autre des touches et donner lieu à des étincelles.

102. Transformation périodique d'énergie pendant la commutation. — Au moment où une des sections de l'induit est mise en court circuit par le balai, elle possède une énergie intrinsèque $\frac{1}{2}\mathcal{L}_1 i'^2$, qui lui a été communiquée par le travail du moteur actionnant la dynamo. Cette énergie potentielle, qui diminue et s'annule avec le courant, doit nécessairement prendre une autre forme.

Si la commutation se fait avec production d'étincelles, la

plus grande partie de l'énergie intrinsèque du courant se dissipe sous forme de chaleur en rongeant le collecteur, c'est-à-dire qu'elle prend une forme inutilisable ou même nuisible.

Si, au contraire, la commutation se fait sans étincelles, c'est une preuve que l'énergie potentielle $\frac{1}{2}\mathcal{L}_1 i'^2$ a pris, en disparaissant, une forme utile.

Il en sera ainsi lorsque le travail du courant change de signe pendant la commutation.

Le travail correspondant au déplacement d'un courant dans un champ magnétique, ayant pour expression

$$d\mathfrak{T} = \mathrm{I}d\Phi,$$

est positif ou négatif, suivant que l'accroissement $d\Phi$ du flux qui pénètre par sa face négative est lui-même positif ou négatif. Pendant que la section G (*fig.* 151) se trouvait dans le premier circuit, le travail du courant était négatif, c'est-à-dire fourni par la machine motrice. Si, au moment où la section G commence à se détacher du premier circuit pour passer dans le deuxième, $d\Phi$ change de signe, le travail du courant deviendra positif, c'est-à-dire que son énergie potentielle se transformera en travail moteur.

Il faut donc que la commutation commence au plus tôt au moment où $d\Phi$ s'annule avant de changer de signe. Nous avons vu (97) que l'angle de calage qui satisfait à cette condition est déterminé par la formule

$$\psi = \frac{1}{p} \text{ arc sin } \frac{\Phi'}{\Phi}.$$

Si l'angle de calage est plus petit, il y aura production d'étincelles ; s'il est plus grand, la force électromotrice sera diminuée.

La quantité d'énergie potentielle transformée par la commutation peut se calculer de la manière suivante :

Soient :

$\mathfrak{L}$ le coefficient de self-induction de l'un des segments de l'induit sous-tendant l'arc $\frac{\pi}{p}$;

$\frac{I_1}{2p_1}$ le courant de l'un des circuits dérivés.

L'énergie potentielle totale du circuit induit (comprenant $2p$ segments) sera

$$W = \frac{1}{2}\mathfrak{L}\left(\frac{I_1}{2p_1}\right)^2 \times 2p = \frac{p}{4p_1^2}\mathfrak{L}I_1^2.$$

Chacune des génératrices étant commutée $2pn$ fois par seconde, on aura

$$\frac{dW}{dt} = \frac{p^2}{p_1^2}\frac{n\mathfrak{L}I_1^2}{2}.$$

Le flux de self-induction qui traverse le plan d'une génératrice (*fig.* 149, p. 244) ayant pour valeur

$$\frac{\Phi'}{2}\sin p(\alpha - \psi),$$

le flux total pour les $\frac{N}{2p}$ génératrices du segment compris entre

$$\alpha_1 = \psi \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \psi + \frac{\pi}{p}$$

sera

$$\frac{N}{2p}\frac{\Phi'}{2}\int_{\psi}^{\psi+\frac{\pi}{p}} \frac{\sin p(\alpha - \psi)d\alpha}{\frac{\pi}{p}} = \frac{N\Phi'}{2\pi p};$$

et, comme la définition du coefficient de self-induction donne l'égalité

$$\frac{\mathfrak{L}I_1}{2p_1} = \frac{N\Phi'}{2\pi p},$$

on aura

$$\frac{dW}{dt} = \frac{p}{p_1}\frac{nN\Phi'}{2\pi}I_1 = \frac{p}{p_1}\frac{nN\Phi\sin\varphi}{2\pi}I_1 = \frac{E_0\sin\varphi}{2\pi}I_1.$$

On voit que la puissance qui se transforme pendant la commutation, en prenant alternativement la forme potentielle et la forme cinétique, est égale au produit de l'intensité, I_1, du courant induit par une force électromotrice de self-induction,

$$E_2 = \frac{E_0 \sin \varphi}{2\pi}.$$

103. Force électromotrice effective en circuit fermé. — La force électromotrice induite à circuit ouvert, sous l'action du courant inducteur seul, a pour expression

$$E_0 = \frac{p}{p_1} n N \Phi.$$

La force électromotrice induite dans le champ résultant de l'action du courant inducteur et du courant induit, pour un angle de calage ψ, a pour expression

$$E_1 = E_0 \cos p\,\psi.$$

La force électromotrice induite par l'inversion périodique du courant dans chacune des sections de l'induit a pour expression

$$E_2 = \frac{E_0 \sin \varphi}{2\pi};$$

elle est dirigée en sens inverse de la force électromotrice, $E_0 \cos p\psi$, qui donne naissance au courant, et diminue la force électromotrice disponible, mais sans donner lieu à une dissipation d'énergie si la commutation se fait normalement.

La force électromotrice utilisable, ou force électromotrice effective de la dynamo sera donc

$$E = E_0\left(\cos p\psi - \frac{\sin \varphi}{2\pi}\right).$$

La plus grande valeur qu'elle peut atteindre, sans étincelles aux balais, est celle qui correspond à l'angle de calage minimum

$$\psi = \frac{1}{p} \text{arc sin} \frac{\Phi'}{\Phi}.$$

En posant, pour simplifier l'écriture,

$$\cos \varphi - \frac{\sin \varphi}{2\pi} = k,$$

la force électromotrice de la dynamo fonctionnant en circuit fermé aura pour expression

$$E = kE_0.$$

104. Différence de potentiel aux bornes de la dynamo fonctionnant en circuit fermé. — La différence de potentiel qui s'établit aux bornes de la dynamo fonctionnant en circuit fermé résulte de la force électromotrice effective et de la chute de potentiel due à la résistance intérieure.

Désignons par

r_1, la résistance de l'induit ;

r_2, la résistance de l'enroulement inducteur en série ;

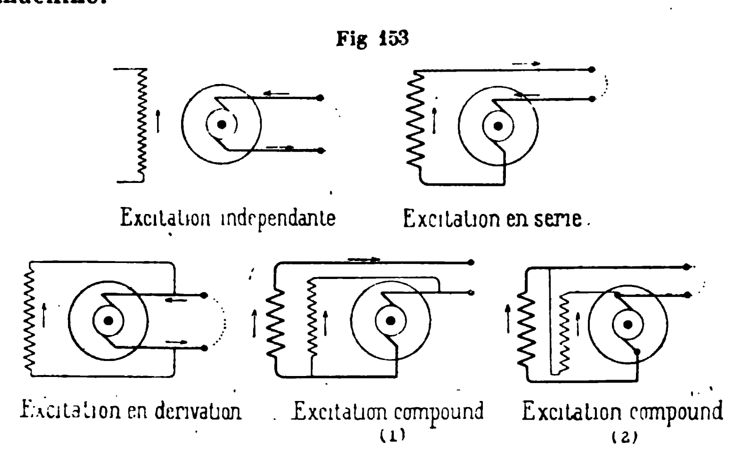
r_3, la résistance de l'enroulement inducteur en dérivation ;

i, le courant inducteur dérivé ;

I, le courant extérieur ;

U, la différence de potentiel qui s'établit aux bornes de la machine.

Fig 153



En nous reportant à la *fig.* 153, qui représente schémati-

quement la disposition des circuits pour les divers modes d'excitation, nous obtiendrons les expressions suivantes :

Excitation indépendante :

$$U = kE_0 - r_1 I; \quad (1)$$

Excitation en série :

$$U = kE_0 - (r_1 + r_2)I; \quad (2)$$

Excitation en dérivation :

$$U = kE_0 - r_1(I + i); \qquad r_s i = U$$

et par conséquent

$$U\left(1 + \frac{r_1}{r_s}\right) = kE_0 - r_1 I; \quad (3)$$

Excitation compound (1) (dérivation prise aux balais, ou courte dérivation).

$$U = kE_0 - r_1(I + i) - r_2 I; \qquad r_s i = U + r_2 I$$

et par conséquent

$$U\left(1 + \frac{r_1}{r_s}\right) = kE_0 - \left(r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_s}\right)I. \quad (4)$$

Excitation compound (2) (dérivation prise aux bornes, ou longue dérivation)

$$U = kE_0 - (r_1 + r_2)(I + i); \qquad r_s i = U$$

et par conséquent

$$U\left(1 + \frac{r_1 + r_2}{r_s}\right) = kE_0 - (r_1 + r_2)I. \quad (5)$$

Ces 5 formules peuvent se ramener à une expression unique en posant $r_1 + r_2 = r$, résistance intérieure de la machine entre les bornes, et en remarquant que les rapports, $\frac{r_1}{r_s}$, $\frac{r_2}{r_s}$, étant toujours extrêmement petits, sont pratiquement négligeables à côté de l'unité.

On obtient ainsi pour l'expression de la différence de potentiel aux bornes la formule générale

(6) $$U = kE_0 - rI.$$

La différence,

$$E_0 - U,$$

existant entre la force électromotrice à circuit ouvert et la différence de potentiel qui s'établit aux bornes lorsque la machine fonctionne en circuit fermé, avec la même excitation et la même vitesse angulaire, est désignée sous le nom de ***réaction d'induit.*** Elle dépend du rapport des ampère-tours de l'induit et de l'inducteur ainsi que de la résistance intérieure de la machine.

Le facteur k est déterminé par le rapport du flux induit et du flux inducteur, c'est-à-dire par les conditions dans lesquelles doit fonctionner la machine.

La table p. 266 donne les valeurs numériques de ce coefficient dans les limites usuelles du rapport $\frac{\Phi'}{\Phi}$.

Table des valeurs du facteur $k = \cos\varphi + \frac{\sin\varphi}{2\pi}$.

sin φ	cos φ	*k*	sin φ	cos φ	*k*
0,01	0,999.95	0,998.36	0,31	0,950.74	0,901.40
0,02	0,999.80	0,996.62	0,32	0,947.42	0,896.49
0,03	0,999 55	0,994.78	0,33	0,943.98	0,891 46
0,04	0,999.20	0,992.83	0,34	0,940.43	0,886.31
0,05	0,998.75	0,990.79	0,35	0,936,75	0,881.05
0,06	0,998.20	0,988.65	0,36	0,932.95	0,875.66
0,07	0,997.55	0,986.41	0,37	0,929.03	0,870.14
0,08	0,996.79	0,984.06	0,38	0,924.99	0,864.52
0,09	0.995.94	0,981.62	0,39	0,920.81	0,858.74
0,10	0.994.99	0,979.07	0,40	0.916.52	0,852.85
0,11	0,993.93	0,976.42	0,41	0,912.09	0,846.83
0,12	0,992.77	0,973.68	0,42	0,907.52	0,840.68
0,13	0,991.51	0.970 82	0,43	0,902.83	0,834.39
0,14	0,990.15	0,967.87	0,44	0,898.00	0,827 97
0,15	0,988.69	0,964.81	0,45	0,893.03	0,821.41
0,16	0,987.12	0,961.65	0,46	0,887.92	0,814.71
0,17	0,985.44	0,958.39	0,47	0,882.67	0,807.86
0,18	0,983.67	0,955.02	0,48	0,877.27	0,800 87
0,19	0,981.78	0,951.54	0,49	0,871.72	0,793.74
0,20	0,979.80	0,947.96	0,50	0,866.03	0,786.45
0,21	0,977.70	0,944.28	0,51	0,860.17	0,779.01
0,22	0,975.50	0,940 49	0,52	0,854.17	0,771.41
0,23	0,973.19	0,936.58	0,53	0,848.00	0,763.65
0,24	0,970.77	0,932.58	0,54	0,841.67	0,755.72
0,25	0,968 25	0,928.46	0,55	0,835.16	0,747.63
0,26	0,965.61	0,924.23	0,56	0,828 49	0,739.37
0,27	0.962.86	0,919 89	0,57	0,821.64	0,730.93
0,28	0,960.00	0,915.44	0,58	0,814.62	0,722.31
0,29	0,957.03	0,910.87	0,59	0,807.40	0,713.50
0,30	0,953.94	0,906.19	0,60	0,800.00	0,704.51

NOTATIONS ADOPTÉES

n, nombre de tours par seconde;
N, nombre des fils induits;
N_2, nombre de lames au collecteur;
$2p$, nombre des pôles inducteurs;
$2p_1$, nombre des circuits intérieurs réunis en parallèle;
r_1, résistance intérieure de l'induit;
r_2, résistance de l'enroulement inducteur en série;
$r = r_1 + r_2$, résistance totale du circuit intérieur entre les bornes;
r_3, résistance de l'enroulement inducteur dérivé;
R, résistance du circuit extérieur;
I_1, courant induit total;
I, courant extérieur;
i, courant inducteur, indépendant ou dérivé;
Φ, flux inducteur pour un pôle;
Φ', flux induit pour un pôle;
A, nombre des ampère-tours inducteurs pour le flux Φ;
M, nombre de tours de l'enroulement principal;
M', nombre de tours de l'enroulement supplémentaire (excitation compound);
ψ, angle de calage des balais;
$\varphi = \arcsin \frac{\Phi'}{\Phi} = \arcsin \frac{NI_1}{4pp_1 A}$;
$k = \cos \varphi - \frac{\sin \varphi}{2\pi}$.

Force électromotrice à circuit ouvert

$$E_0 = \frac{p}{p_1} n N \Phi.$$

Différence de potentiel aux bornes en circuit fermé

$$U = E_0\left(\cos p\psi - \frac{\sin \varphi}{2\pi}\right) - rI.$$

Si l'angle de calage $\psi = \frac{1}{p} \arc \sin \frac{\Phi'}{\Phi}$:

$$U = kE_0 - rI.$$

Commutation

r', résistance de la section commutée ;
r'', résistance de la connexion avec le collecteur ;
ζ, résistance de contact des balais par centimètre carré;
$i' = \frac{I_1}{2p_1}$, courant de circulation dans la section commutée;
S, surface de contact des balais qui reçoivent le courant $2i'$;
$\theta = \frac{2\pi}{N_2}$, arc sous-tendu par une division du collecteur;
β, arc sous-tendu par un balai.

$$u = nN\Phi \sin \frac{p\theta}{2} \sin \frac{p(\beta + \theta)}{2}.$$

Densité du courant de rupture aux balais

$$\sigma_0 = \frac{i'}{S} \frac{\left(r' + 2r'' + \frac{2\zeta}{S}\frac{\beta}{\theta}\right)i' - u \cos p\psi}{\frac{\zeta i'}{S} - \frac{\theta}{\beta}\frac{u \sin \varphi}{\pi}} \text{ amp. par cm}^2.$$

CHAPITRE X

—

CARACTÉRISTIQUES

105. Définitions. — L'étude du fonctionnement des dynamos à courant continu se fait au moyen de courbes auxquelles on donne le nom de *caractéristiques.*

Les plus importantes sont :

la *caractéristique à circuit ouvert,*

la *caractéristique externe en circuit fermé.*

La formule de la force électromotrice à circuit ouvert,

$$E_0 = \frac{p}{p_1} n N \Phi,$$

montre que pour une machine donnée (p, p_1, N constants) la force électromotrice E_0 est proportionnelle au flux inducteur Φ et au nombre n de tours par seconde.

Le flux Φ étant fonction du nombre des ampère-tours inducteurs, on peut écrire

$$\frac{E_0}{n} = f(A).$$

La courbe, dont les ordonnées représentent la force électromotrice à circuit ouvert en fonction du nombre d'ampère-tours inducteurs pris comme abscisse, s'appelle la *caractéristique à circuit ouvert.*

On voit que cette caractéristique n'est autre chose que la

courbe d'aimantation de la machine tracée à une échelle différente.

Lorsque la machine fonctionne en circuit fermé, la différence de potentiel qui s'établit aux bornes est déterminée par la formule

$$U = kE_0 - rI,$$

dans laquelle

$$E_0 = nf(A)\,; \qquad k = \varphi(A, I_1).$$

Pour l'excitation indépendante A est constant ; $I_1 = I$.

Pour l'excitation en série $A = MI$; $I_1 = I$.

Pour l'excitation en dérivation $A = \frac{MU}{r_2}$; $I_1 = I + \frac{U}{r_2}$.

Ainsi, dans tous les cas, pour une vitesse angulaire déterminée, la différence de potentiel aux bornes dépend de l'intensité du courant extérieur.

La courbe, dont les ordonnées représentent la différence de potentiel aux bornes en fonction du courant extérieur pris comme abscisse, s'appelle la *caractéristique externe*.

CARACTÉRISTIQUE A CIRCUIT OUVERT

106. Détermination expérimentale. — Comme la dynamo doit fonctionner à circuit ouvert, le courant inducteur sera fourni par une source extérieure indépendante (dynamo ou batterie d'accumulateurs). Un rhéostat intercalé dans le circuit inducteur permet de modifier à volonté le courant d'excitation.

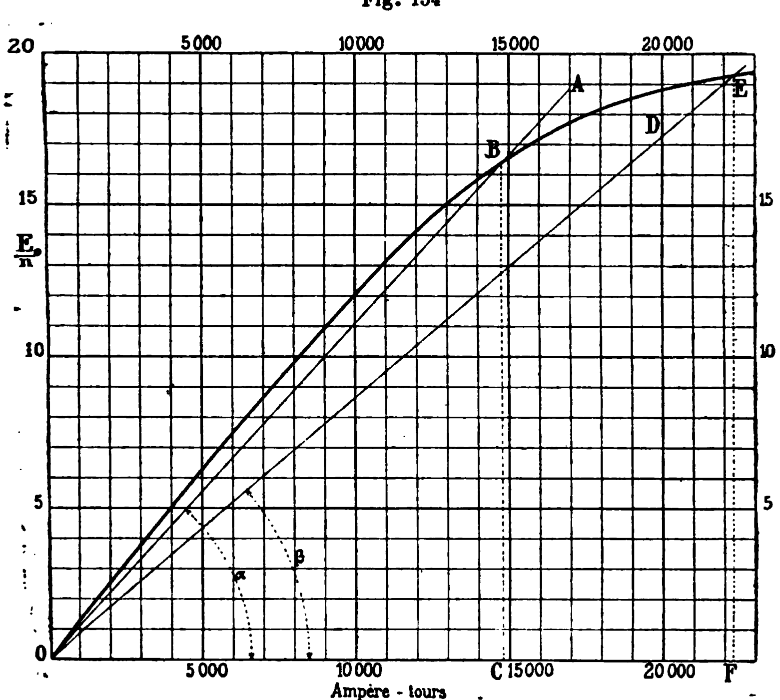
Les balais étant calés aux points neutres et la machine amenée à une vitesse uniforme, on fait une série de déterminations pour des intensités croissantes du courant inducteur, en observant chaque fois les valeurs simultanées de

$$i, \quad n, \quad E_0.$$

Comme la machine ne débite pas de courant, la différence de potentiel des bornes mesure directement la force électromotrice à circuit ouvert.

La caractéristique se trace en prenant comme abscisse le nombre, A, des ampère-tours inducteurs et comme ordonnée la valeur correspondante de $\frac{E_0}{n}$ (*fig.* 154).

Fig. 154



La force électromotrice E_0 étant proportionnelle au nombre de tours par seconde, la même courbe s'applique à une vitesse angulaire quelconque en changeant l'échelle des ordonnées.

Si l'on répète l'expérience en faisant décroître le courant inducteur à partir de sa valeur maximum, les points de la courbe descendante seront au-dessus de ceux de la courbe montante. Cet écart, dû à l'hystérésis (**38**), est très faible

lorsque la tôle employée est de bonne qualité, et la courbe se trace en prenant pour chaque abscisse la moyenne des valeurs correspondantes de E_0.

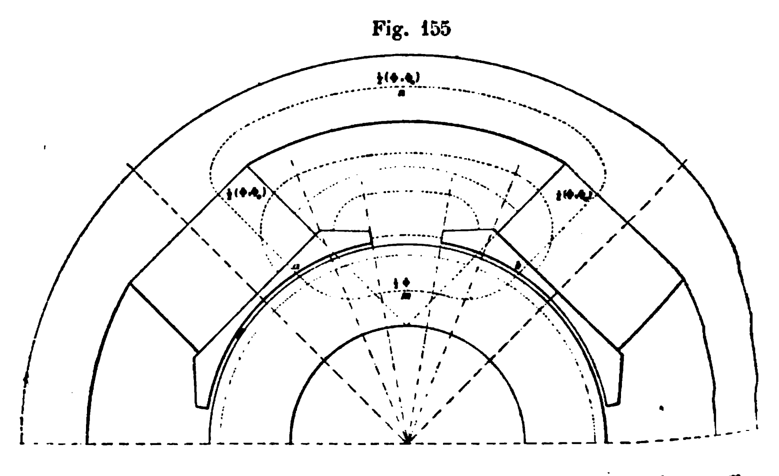
107. Equation de la caractéristique à circuit ouvert (Théorie de Hopkinson). — Lorsque les dimensions des différentes parties du circuit magnétique d'une dynamo sont données, ainsi que leurs perméabilités magnétiques respectives, on pourra calculer le nombre d'ampère-tours nécessaires pour maintenir dans l'induit un flux inducteur déterminé Φ.

Le nombre d'ampère-tours cherché se détermine au moyen de la formule (**30**)

$$\frac{4\pi}{10} A = \sum \Phi \mathcal{R}. \tag{1}$$

Pour faire le calcul, on divise la trajectoire intérieure du flux en segments tels que, pour chacun d'eux, la section de passage du flux et la perméabilité puissent y être considérées comme constantes.

Fig. 155



Dans l'exemple choisi (*fig.* 155) le circuit magnétique comprendra les divisions suivantes :

1. le noyau induit de réluctance, $\mathcal{R}_1$;
2. les dents du noyau de réluctance, $\mathcal{R}_2$;

3. les deux entrefers de réluctance, $\mathcal{R}_3$;

4. les deux pièces polaires de réluctance, $\mathcal{R}_4$;

5. les deux noyaux inducteurs de réluctance, $\mathcal{R}_5$;

6. la culasse de réluctance, $\mathcal{R}_6$.

Chacune des réluctances étant de la forme $\frac{l}{\mu S}$, se trouve déterminée par les données dont on dispose.

Le flux qui traverse l'entrefer est le même que celui qui passe dans l'induit ; mais, dans les pièces polaires, les noyaux inducteurs et la culasse, le flux a une valeur plus élevée que dans l'induit, parce qu'une partie de celui qui est créé par les bobines magnétisantes se répand dans l'espace avoisinant ; c'est ce que l'on appelle le *flux dérivé* ou *dispersé*.

Ces dérivations extérieures ont lieu sur toute la surface des électro-aimants ; mais on peut simplifier le calcul en remplaçant leur somme par une dérivation unique équivalente réunissant les pièces polaires de signes contraires.

Dans cette hypothèse, le circuit magnétique serait formé de trois parties distinctes :

1. le segment *amb*, comprenant le noyau, les dents, l'entrefer, dans lequel passe le flux utile ;

2. le segment *bna*, comprenant les noyaux polaires et la culasse, dans lequel passe le flux total qui sera égal à la somme du flux utile et du flux dispersé ;

3. une dérivation réunissant extérieurement les points *a* et *b*, dans laquelle passe le flux dispersé.

Le nombre d'ampère-tours ainsi calculé sera un peu plus élevé que celui qui est strictement nécessaire, mais la différence est généralement négligeable et peut être facilement corrigée, s'il y a lieu, lorsque, la machine ayant été construite, il sera possible de déterminer sa caractéristique réelle.

Le nombre des champs étant égal à celui des pôles, le flux issu de l'un des pôles est commun à deux champs contigus, et comme tous les champs doivent être identiques, il suffira de faire le calcul pour un seul.

Φ étant le flux inducteur utile et Φ_0 le flux dispersé pour un pôle, les flux relatifs à l'un des circuits considérés seront

$$\frac{\Phi}{2} \quad \text{et} \quad \frac{\Phi_0}{2},$$

et le nombre d'ampère-tours sera déterminé par la condition

$$(2) \quad \frac{4\pi}{10}A = \Phi\left[\frac{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3}{2}\right] + (\Phi + \Phi_0)\left[\frac{\mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_5 + \mathcal{R}_6}{2}\right].$$

Le circuit du flux dérivé donne l'équation

$$(3) \quad \frac{4\pi}{10}A = (\Phi + \Phi_0)\left[\frac{\mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_5 + \mathcal{R}_6}{2}\right] + \frac{\Phi_0\mathcal{R}_0}{2}.$$

En retranchant (3) de (2), on obtient la relation

$$(4) \quad \frac{\Phi_0\mathcal{R}_0}{2} = \Phi\frac{(\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3)}{2},$$

qui déterminera Φ_0 lorsque $\mathcal{R}_0$ sera connu.

Cette valeur de Φ_0, portée dans l'équation (2), permettra de calculer le nombre d'ampère-tours correspondant à une valeur donnée de Φ, que l'on prendra comme variable indépendante. On déterminera ainsi autant de points que l'on voudra de la courbe d'aimantation de la machine donnée,

$$\Phi = f(A),$$

et de la caractéristique à circuit ouvert,

$$\frac{E_0}{n} = \frac{p}{p_1}N\Phi \times 10^{-8} \text{ volts.}$$

108. Calcul des dérivations magnétiques. — Le calcul du flux dispersé par les dérivations extérieures ne peut être qu'approché parce que la véritable forme des lignes d'induction n'est pas connue ; mais on obtient des résultats suffisamment exacts, pour les besoins de la pratique, en substituant aux trajectoires réelles des tubes de formes géométriques simples dont la réluctance peut être facilement calculée, et dans lesquels on suppose le flux uniformément réparti (*Forbes*).

Les exemples suivants indiqueront la marche à suivre pour une détermination de cette nature dans les cas qui se présentent le plus fréquemment.

I. *Surfaces parallèles égales.* — Si les surfaces sont égales, on assimile le tube d'induction qui les réunit à un cylindre ou à un prisme ayant pour bases les deux surfaces.

h étant la distance normale des deux surfaces, la réluctance du tube, pour $\mu = 1$, sera

$$\mathcal{R} = \frac{h}{S},$$

et la perméance

$$\frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{S}{h}.$$

II. *Rectangles parallèles inégaux.* — Proposons-nous de trouver la réluctance du tube mené par les contours de deux rectangles parallèles $A_1B_1C_1D_1$ et $A_2B_2C_2D_2$ (*fig.* 156).

Fig. 156

Soient

$$a_1 = A_1B_1 \qquad b_1 = B_1C_1$$
$$a_2 = A_2B_2 \qquad b_2 = B_2C_2$$

les côtés des deux rectangles donnés ;

h la distance normale des deux plans (axe des abscisses).

G l'abscisse du point d'intersection O des côtés A_1A_2 et B_1B_2 ;

H l'abscisse du point d'intersection P des côtés B_1B_2 et C_1C_2.

Parallèlement aux plans des rectangles donnés, menons un plan ABCD d'abscisse x, et soient a et b les côtés de ce rectangle.

La réluctance du tube de section ab et de longueur dx sera

$$d\mathcal{R} = \frac{dx}{ab}.$$

Comme les triangles semblables donnent

$$\frac{a}{a_1} = \frac{G - x}{G}, \qquad \frac{b}{b_1} = \frac{H - x}{H},$$

il vient

$$d\mathcal{R} = \frac{GH}{a_1 b_1} \frac{dx}{(G - x)(H - x)}.$$

L'intégrale de cette expression, prise entre $x = 0$ et $x = h$, donne

$$\mathcal{R} = \frac{GH}{a_1 b_1 (G - H)} \log \frac{H(G - h)}{G(H - h)};$$

et comme

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{G}{G - h}, \qquad \frac{b_1}{b_2} = \frac{H}{H - h},$$

on obtient finalement

$$\mathcal{R} = \frac{h}{a_2 b_1 - a_1 b_2} \log \frac{a_2 b_1}{a_1 b_2}.$$

Si les rectangles ont deux côtés égaux, c'est-à-dire si

$$S_1 = a_1 b_1 \qquad S_2 = a_2 b_1,$$

on aura

$$\mathcal{R} = \frac{h}{S_1 - S_2} \log \frac{S_1}{S_2}.$$

Si le tube d'induction est un tronc de pyramide, on aura

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}; \qquad G = H,$$

et par conséquent

$$d\mathcal{R} = \frac{G^2 dx}{a_1 b_1 (G - x)^2},$$

dont l'intégrale, prise entre o et h, sera

$$\mathcal{R} = \frac{Gh}{a_1 b_1 (G - h)};$$

et, comme

$$\frac{a_1 b_1}{a_2 b_2} = \frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{G}{G - h}\right)^2,$$

on obtient finalement

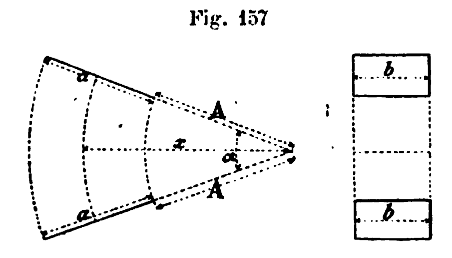
$$\mathcal{R} = \frac{h}{\sqrt{S_1 S_2}}.$$

Si les deux surfaces sont peu différentes, on peut prendre simplement

$$\mathcal{R} = \frac{2h}{S_1 + S_2}.$$

III. *Rectangles égaux dont les plans se coupent.* — Soient (*fig.* 157)

Fig. 157



a et b les côtés de deux rectangles égaux dont les plans font un angle α,

$U_1 - U_2$ la différence de potentiel des faces opposées.

Si nous admettons que les lignes d'induction sont des arcs de cercle d'ouverture α, ayant leurs centres sur l'arête de

l'angle dièdre, le flux qui passe dans un tube élémentaire de rayon x et de section bdx sera

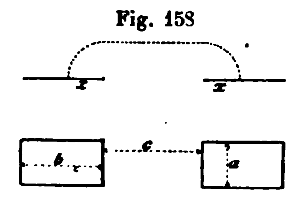
$$d\Phi = (\mathrm{U}_1 - \mathrm{U}_2)\,\frac{bdx}{\alpha x},$$

et, pour la surface entière, on aura

$$\frac{\Phi}{\mathrm{U}_1 - \mathrm{U}_2} = \frac{b}{\alpha}\log\frac{\mathrm{A}+a}{\mathrm{A}} = \frac{1}{\mathcal{R}}.$$

IV. *Rectangles égaux dans le même plan.* — Si les côtés opposés de l'un des rectangles sont dans le prolongement des deux côtés opposés homologues de l'autre (*fig.* 158), on peut admettre que les lignes d'induction sont des quarts de cercle raccordés par des droites parallèles au plan de la figure.

Fig. 158



Le flux qui circule dans un tube élémentaire, de section adx, dont l'origine est à la distance x du bord, aura pour valeur

$$d\Phi = (\mathrm{U}_1 - \mathrm{U}_2)\,\frac{adx}{\pi x + c}$$

et, en faisant la somme pour la surface entière, on trouvera

$$\frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{a}{\pi}\log\frac{\pi b + c}{c}.$$

Fig. 159

Si les côtés opposés homologues des rectangles sont convergents (*fig.* 159), on divisera chacun d'eux en éléments

rectangulaires de hauteur dy, auxquels on appliquera la formule précédente en prenant $c = \alpha y$, ce qui donne, pour le flux commun à deux éléments correspondants,

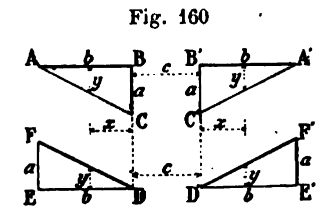
$$d\Phi = (U_1 - U_2)\frac{dy}{\pi}\log\frac{\pi b + \alpha y}{\alpha y}.$$

La somme pour la surface entière donne

$$\frac{1}{\mathcal{R}} = \left|\frac{y}{\pi}\log\frac{\pi b + \alpha y}{\alpha y} + \frac{b}{\alpha}\log(\pi b + \alpha y)\right|_{y=A}^{y=A+a}.$$

V. *Triangles rectangles égaux dans le même plan.* — Si les surfaces, entre lesquelles se produit la dispersion, sont deux triangles rectangles égaux, symétriquement placés par rapport à la ligne neutre (*fig.* 160), la réluctance de l'espace intermédiaire se déterminera comme dans le cas précédent.

Fig. 160



Pour les deux triangles ABC, A'B'C', le flux qui circule dans le tube élémentaire de section $y dx = \frac{a}{b}(b - x)dx$ aura pour valeur

$$d\Phi = (U_1 - U_2)\frac{a}{b}\frac{(b - x)dx}{\pi x + c}$$

et, en faisant la somme, on trouvera

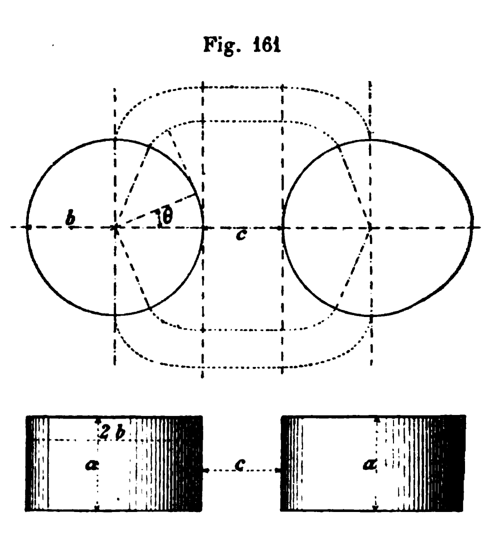
$$\frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{1}{\pi}\left[\frac{a}{b}\,\frac{\pi b + c}{\pi}\log\frac{\pi b + c}{c} - a\right].$$

Pour les triangles DEF, D'E'F', on trouverait de même

$$\frac{1}{\mathcal{R}} = \frac{1}{\pi}\left[a - \frac{ac}{b\pi}\log\frac{\pi b + c}{c}\right].$$

VI. *Cylindres parallèles* (*fig.* 161). — On supposera que les lignes d'induction sont des arcs de développantes raccordées par des droites parallèles.

Fig. 161



La longueur de l'arc de développante de cercle, correspondant à l'angle θ, étant

$$s = \frac{b\theta^2}{2},$$

le flux qui circule dans un tube élémentaire de section $abd\theta$ sera

$$d\Phi = (U_1 - U_2)\frac{abd\theta}{c + b\theta^2},$$

et la perméance de l'espace compris entre les deux demi-cylindres en regard sera

$$\frac{1}{\mathcal{R}} = 2a\sqrt{\frac{b}{c}}\,\text{arc tg}\,\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{b}{c}}.$$

VII. *Cylindres convergents.* — Si les axes des cylindres se coupent (*fig.* 159), on décomposera les surfaces en éléments

correspondants de hauteur dy, auxquels on appliquera la formule précédente en prenant $c = \alpha y$, ce qui donnera

$$\frac{d\Phi}{U_1 - U_2} = 2dy\sqrt{\frac{b}{\alpha y}} \text{ arc tg } \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{b}{\alpha y}};$$

et, en posant $\frac{\alpha y}{b} = z^2$, on obtiendra pour la perméance de l'espace compris entre les cylindres

$$\frac{1}{\mathcal{R}} = \left| \frac{4bz}{\alpha} \text{ arc tg } \frac{\pi}{2z} + \frac{\pi b}{\alpha} \log\left(z^2 + \frac{\pi^2}{4}\right) \right|_{z=\sqrt{\frac{\alpha A}{b}}}^{z=\sqrt{\frac{\alpha(A+a)}{b}}}.$$

VIII. Quelle que soit la forme des surfaces entre lesquelles se produisent les dérivations, on pourra décomposer ces surfaces en éléments rectangulaires ou triangulaires contigus, calculer le flux dérivé pour chacun d'eux, en faire la somme et obtenir ainsi la perméance de l'espace compris entre les deux surfaces données.

109. Calcul de la caractéristique. — De l'expression de la force électromotrice à circuit ouvert,

$$E_0 = \frac{p}{p_1} nN\Phi \times 10^{-8} \text{ volts},$$

on déduit

$$\Phi = \frac{p_1}{pN} \frac{E_0}{n} . 10^8.$$

La caractéristique à circuit ouvert se tracera en prenant comme ordonnée la valeur de $\frac{E_0}{n}$ et comme abscisse le nombre d'ampère-tours nécessaires pour maintenir le flux inducteur Φ, correspondant à $\frac{E_0}{n}$.

Ce nombre d'ampère-tours se calcule au moyen des deux équations (**107**)

$$(1) \quad \frac{4\pi}{10} A = \Phi \left(\frac{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3}{2} \right) + (\Phi + \Phi_0) \left(\frac{\mathcal{R}_4 + \mathcal{R}_5 + \mathcal{R}_6}{2} \right),$$

$$(2) \qquad \frac{\Phi_0 \mathcal{R}_0}{2} = \Phi \left(\frac{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3}{2} \right).$$

On calculera d'abord $\mathcal{R}_0$.

Le flux dispersé sera la somme des dérivations qui se produisent entre les éléments correspondants des épanouissements et des noyaux polaires de noms contraires.

La différence de potentiel sous laquelle se produisent les dérivations des pièces polaires est la même que celle qui détermine le passage du flux dans l'entrefer et l'induit, et la somme de ces dérivations se présentera sous la forme

$$\Phi'_0 = \frac{U_1 - U_2}{\mathcal{R}'_0}.$$

Pour les noyaux, la différence de potentiel sous laquelle se fait la dispersion varie d'un point à un autre. On en tient compte dans le calcul en prenant pour la perméance de ces dérivations une valeur moitié de celle qui est indiquée par le calcul, et l'on obtiendra pour les dérivations du noyau une expression de la forme

$$\Phi''_0 = \frac{U_1 - U_2}{2\mathcal{R}''_0}.$$

La perméance de l'espace dans lequel se répand le flux dérivé Φ_0, correspondant au flux utile Φ, sera le double de celle qui a été calculée pour un champ, et on aura

$$\frac{2}{\mathcal{R}_0} = 2 \left(\frac{1}{\mathcal{R}'_0} + \frac{1}{2\mathcal{R}''_0} \right).$$

$\mathcal{R}_0$ étant déterminé, on résoudra les équations (1) et (2) après y avoir remplacé les réluctances par leurs expressions en fonction des dimensions connues de la machine.

Divisions du circuit *ambna*	Sections pour un pôle (1)	Longueurs des lignes de force	Réluctances	Valeurs de l'induction
1. Noyau	S_1	l_1	$\frac{\mathcal{R}_1}{2} = \frac{l_1}{\mu_1 S_1}$	$\mathcal{B}_1$
2. Dents	S_2	$2l_2$	$\frac{\mathcal{R}_2}{2} = \frac{2l_2}{\mu_2 S_2 + S'_2}$	$\mathcal{B}_2$
2. Encoches . . .	S'_2			$\mathcal{B}'_2$
3. Entrefer . . .	S_3	$2l_3$	$\frac{\mathcal{R}_3}{2} = \frac{2l_3}{S_3}$	$\mathcal{B}_3$
4. Epanouissements.	S_4	$2l_4$	$\frac{\mathcal{R}_4}{2} = \frac{2l_4}{\mu_4 S_4}$	$\mathcal{B}_4$
5. Noyaux polaires. .	S_5	$2l_5$	$\frac{\mathcal{R}_5}{2} = \frac{2l_5}{\mu_5 S_5}$	$\mathcal{B}_5$
6. Culasse. . . .	S_6	l_6	$\frac{\mathcal{R}_6}{2} = \frac{l_6}{\mu_6 S_6}$	$\mathcal{B}_6$

Le flux Φ étant supposé constant le long de *amb*, les valeurs de l'induction aux divers points de cette trajectoire seront déterminées par l'équation

$$(3) \qquad \Phi = \mathcal{B}_1 S_1 = (\mathcal{B}_2 S_2 + \mathcal{B}'_2 S'_2) = \mathcal{B}_3 S_3;$$

et l'équation (2) se mettra sous la forme

$$(4) \qquad \frac{\Phi_0 \mathcal{R}_0}{2} = l_1 \frac{\mathcal{B}_1}{\mu_1} + 2l_2 \left[\frac{\mathcal{B}_2}{\mu_2} - \frac{\left(\frac{\mathcal{B}_2}{\mu_2} - \mathcal{B}'_2\right) S'_2}{\mu_2 S_2 + S'_2} \right] + 2l_3 \mathcal{B}_3.$$

$\mathcal{B}_1$ et $\mathcal{B}_3$ sont donnés par l'équation (3) et la courbe d'aimantation fournira immédiatement la valeur numérique de la force magnétique, $\mathcal{H}_1 = \frac{\mathcal{B}_1}{\mu_1}$, dans le noyau.

(1) Sections de passage du flux Φ dans le noyau d'induit et l'entrefer, et du flux $(\Phi + \Phi_0)$ dans les noyaux polaires et la culasse.

D'après cette convention, S_1 sera le double de la section droite du noyau d'induit; S_6 le double de la section droite de la culasse.

S_3 sera la moyenne de la surface extérieure des dents pour un pôle et de la surface polaire (**108**, II).

S_4 sera la moyenne de la surface polaire et de la section du noyau.

Pour déterminer $\mathfrak{B}_2$ et $\mathfrak{B}'_2$, nous remarquerons que le tra-vail de la force magnétique, $\mathcal{H}_2$, étant le même suivant les deux chemins ouverts au flux entre l'entrefer et le noyau, c'est-à-dire par les dents et par les encoches, on doit avoir

$$\frac{\mathfrak{B}_2}{\mu_2} = \mathfrak{B}'_2.$$

En joignant à cette condition la relation fournie par l'éq. .

$$\mathfrak{B}_2 = \frac{\Phi}{S_2} - \mathfrak{B}'_2 \frac{S'_2}{S_2},$$

on pourra déterminer $\mathfrak{B}_2$ par approximations successives au moyen des courbes d'aimantation.

Il est facile de voir que ce calcul n'a d'utilité que si l'on a $\mathfrak{B}_2 > 16\,000$; pour les valeurs inférieures, on peut admettre que la totalité du flux passe dans les dents, c'est-à-dire prendre simplement

$$\mathfrak{B}'_2 = 0 ; \qquad \mathfrak{B}_2 = \frac{\Phi}{S_2}.$$

$\frac{\mathfrak{B}_2}{\mu_2}$ ayant été déterminé, l'équation (4) donnera la valeur du flux dispersé

$$(5) \qquad \Phi_0 = \frac{2}{\mathcal{R}_0}\left[l_1 \frac{\mathfrak{B}_1}{\mu_1} + 2 l_2 \frac{\mathfrak{B}_2}{\mu_2} + 2 l_3 \mathfrak{B}_3 \right].$$

La valeur du flux total, $(\Phi + \Phi_0)$, étant ainsi connue, on cal-culera celles de l'induction dans l'électro-aimant par les égalités

$$\Phi + \Phi_0 = \mathfrak{B}_4 S_4 = \mathfrak{B}_5 S_5 = \mathfrak{B}_6 S_6.$$

En substituant dans (1), on obtient l'équation

$$(6) \quad \frac{4\pi}{10} A = \left[l_1 \frac{\mathfrak{B}_1}{\mu_1} + 2 l_2 \frac{\mathfrak{B}_2}{\mu_2} + 2 l_3 \mathfrak{B}_3 \right] + \left[2 l_4 \frac{\mathfrak{B}_4}{\mu_4} + 2 l_5 \frac{\mathfrak{B}_5}{\mu_5} + l \ldots \right.$$

qui détermine le nombre d'ampère-tours nécessaires pour maintenir dans l'induit le flux inducteur Φ correspondant à une force électromotrice $\frac{E_0}{n}$. On calcule ainsi autant de points que l'on veut de la caractéristique à circuit ouvert.

110. Exemple numérique. — Nous donnerons, comme exemple d'une application de la méthode précédente, le calcul de la caractéristique pour la dynamo dont la carcasse magnétique est représentée *fig.* 155, avec les dimensions suivantes :

Diamètre extérieur du noyau de tôle,	1000	mm.
» intérieur »	588	»
Longueur totale du noyau	500	»
Longueur utile (isolant et vides déduits),	425	»

Le noyau porte 240 encoches de 6 mm. de largeur et de 26 mm. de profondeur.

Le nombre des conducteurs induits est de 480 ; chaque encoche contient 2 conducteurs de 1,4 × 22 mm. placés à côté l'un de l'autre.

La machine est à 4 pôles ; l'enroulement en tambour est fait en séries parallèles ($2p = 4$; $2p_1 = 4$; $y_1 = y_2 = 119$) ; la résistance de l'induit, $r_1 = 0{,}0227$ ohm.

Le collecteur a 580 mm. de diamètre et 200 mm. de longueur, avec 240 lames isolées les unes des autres par du mica de 0,8 mm. d'épaisseur. Il y a 4 lignes de balais, comprenant chacune 7 frotteurs en charbon avec une surface de contact de 16 × 25 mm. par frotteur.

Le diamètre d'alésage des pièces polaires est de 1020 mm., ce qui correspond à un entrefer de 10 mm.

Les pièces polaires, les noyaux et la culasse sont en acier coulé ; les noyaux cylindriques ont 425 mm. de diamètre ; la culasse a une section de 155 × 425 mm. ; la longueur de la pièce polaire, parallèlement à l'axe, est de 500 mm. ; l'arc sous-tendu par l'épanouissement polaire est de 72°.

La machine est à excitation compound ; l'enroulement shunt est en fil de 2 mm. de diamètre ; l'enroulement série est une bande de cuivre de 2 × 170 mm. de section. Chaque noyau a 3.200 tours de fil en dérivation et 3 1/2 tours en série.

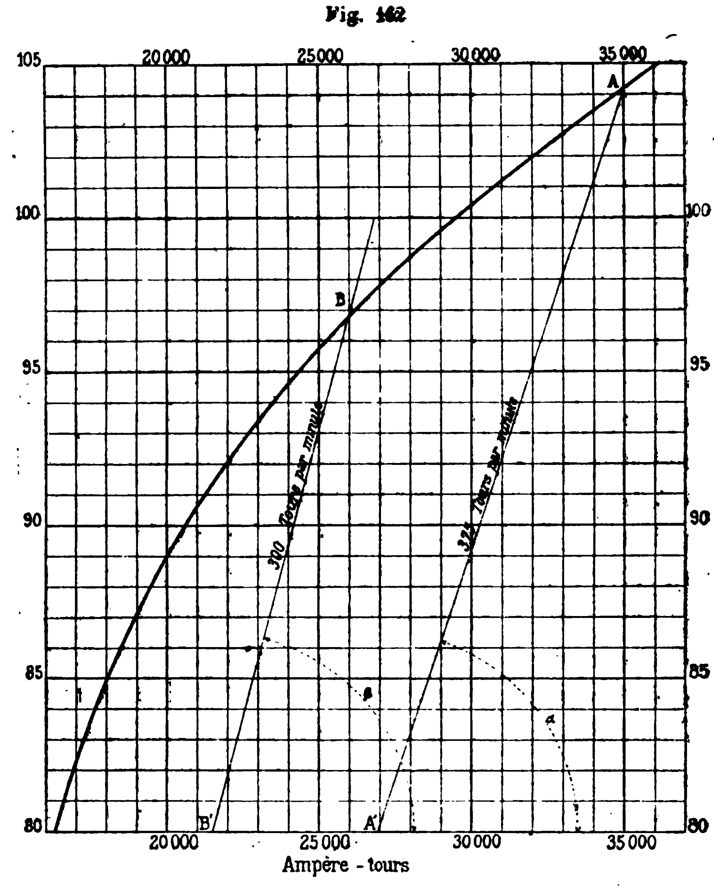
La résistance de l'enroulement shunt pour les 4 noyaux est de 119 ohms ; celle de l'enroulement série est de 0,0025 ohm.

Cette machine, construite par les Ateliers d'Oerlikon, est destinée à fournir un courant extérieur de 360 ampères, sous une différence de potentiel de 550 volts, à la vitesse de 375 tours par minute.

Le calcul des dérivations magnétiques, fait d'après la méthode indiquée précédemment (**108**), a donné

$$\frac{2}{\mathcal{R}_0} = 90.$$

Fig. 162



Le tableau ci-après résume les calculs relatifs à la détermination de 5 points de cette caractéristique, dont la *fig.* 162 donne le tracé entre $\frac{E_0}{n} = 80$ volts et $\frac{E_0}{n} = 105$ volts.

Détails du calcul de la caractéristique (fig. 162)

$p = p_1 = 2$ N = 480 $\frac{2}{\mathcal{R}_0} = 90$

$S_1 = 1530$; $S_2 = 1721$; $S_3 = 2115$ cm²
$S_4 = 2102$; $S_5 = 1419$; $S_6 = 1320$ cm²

$l_1 = 52$; $2l_2 = 5{,}2$; $2l_3 = 2$ cm.
$2l_4 = 7$; $2l_5 = 60$; $l_6 = 115$ cm.

$\frac{E_0}{n} =$	80	90	100	102	105
$\Phi = \frac{E}{n}\frac{10^8}{480} =$	16.667.000	18.750.000	20.833.000	21.250.000	21.875.000
$\mathcal{B}_1$	10.900	12.270	13.620	13.890	14.300
$\mathcal{B}_2$	9 700	10.910	12.110	12.350	12.710
$\mathcal{B}_3$	7.920	8.870	9 850	10.050	10.340
$\mathcal{H}_1 l_1$	338	598	988	1.108	1.300
$2\mathcal{H}_2 l_2$	24	34	55	61	70
$2\mathcal{H}_3 l_3$	15.840	17.740	19.700	20.100	20.680
$\mathcal{F}_1 =$	16.202	18.372	20.743	21.269	22.050
$\Phi_0 = \frac{2}{\mathcal{R}_0}\mathcal{F}_1 =$	1.458.000	1.653.000	1.867.000	1.914.000	1.985.000
$\Phi_0 + \Phi =$	18.125.000	20.403.000	22.700.000	23.164.000	23 860.000
$\mathcal{B}_4$	8.620	9.710	10.820	11 020	11.350
$\mathcal{B}_5$	12.770	14.380	16.000	16.320	16.810
$\mathcal{B}_6$	13.730	15.460	17.200	17.550	18.070
$2\mathcal{H}_4 l_4$	63	71	85	89	97
$2\mathcal{H}_5 l_5$	1.200	2.040	3.600	4.140	5.520
$\mathcal{H}_6 l_6$	3.058	5.405	12.650	14 950	17 825
$\mathcal{F}_2 =$	4.321	7.516	16.335	19.179	23.442
$\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2 =$	20.523	25.888	37.078	40.448	45.492
$A = \frac{10}{4\pi}(\mathcal{F}_1 + \mathcal{F}_2) =$	16.330	20.600	29.510	32.190	36.200

111. Courbes d'aimantation. — Les *fig.* 163 à 166 donnent des exemples de courbes d'aimantation et correspondent à des échantillons moyens d'acier doux coulé, de tôle, et de fonte grise applicables à la construction des dynamos.

A l'aide de ces courbes on obtient immédiatement pour chaque métal, la force magnétisante $\mathcal{H} = \frac{\mathcal{B}}{\mu}$ correspondant à une valeur donnée $\mathcal{B}$ de l'induction.

Le produit $\mathcal{H}l$ de la force magnétique par la longueur moyenne des lignes de force, détermine la force magnéto-motrice nécessaire pour obtenir cette induction $\mathcal{B}$, dans la partie de circuit magnétique que l'on considère.

Pour les *fig.* 163, 164, 166, les courbes inférieures correspondent aux valeurs de $\mathcal{H}$ comprises entre 0 et 30 gauss (échelle inférieure des abscisses), les courbes supérieures aux valeurs comprises entre 0 et 300 gauss (échelle supérieure des abscisses).

La courbe de la *fig.* 165, établie d'après les expériences d'Ewing et de du Bois, fait suite à celles de la *fig.* 164 et permet de déterminer la force magnétomotrice nécessaire au passage du flux dans les dents du noyau lorsque l'induction atteint ou dépasse 20 000 unités.

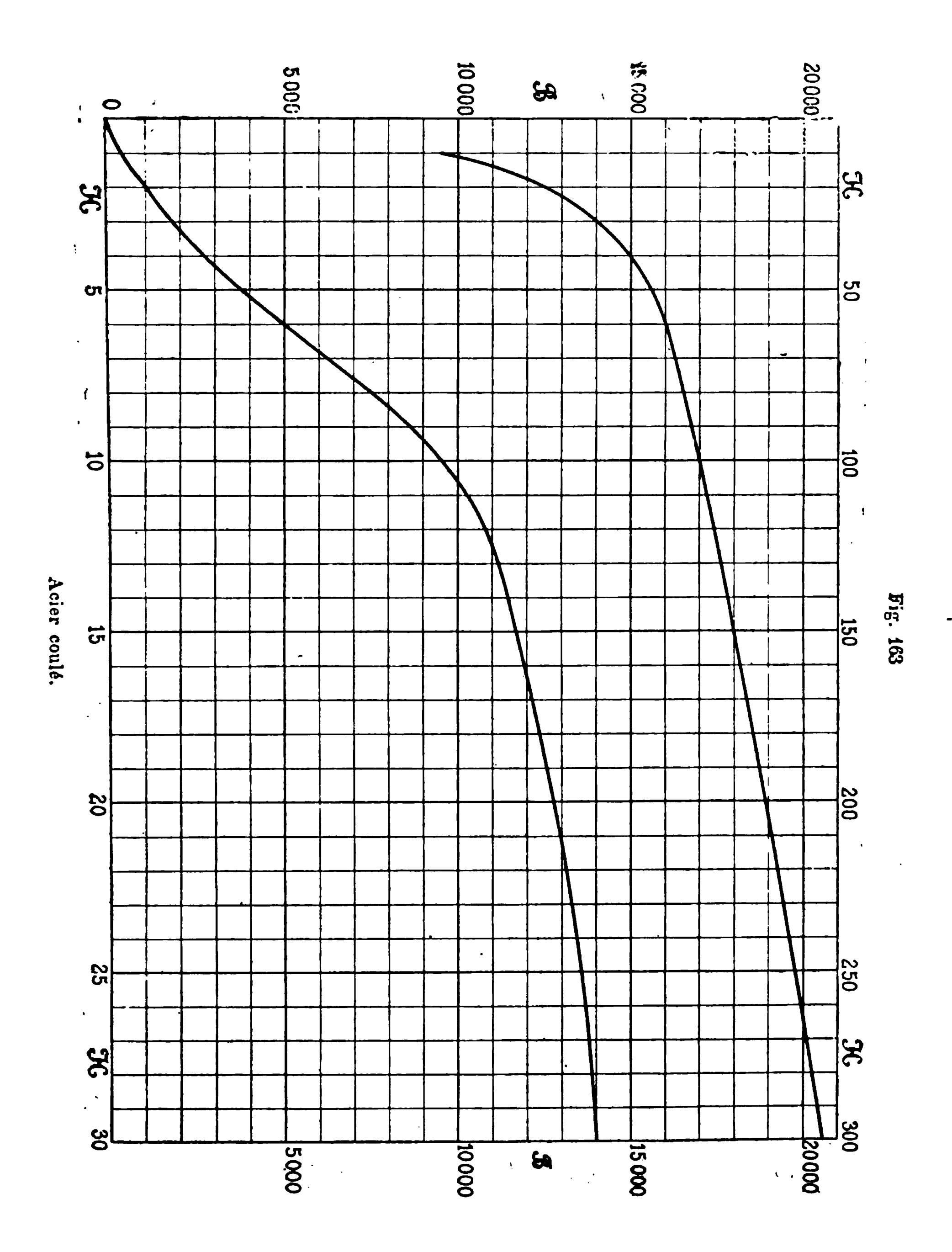


Fig. 163

Acier coulé.

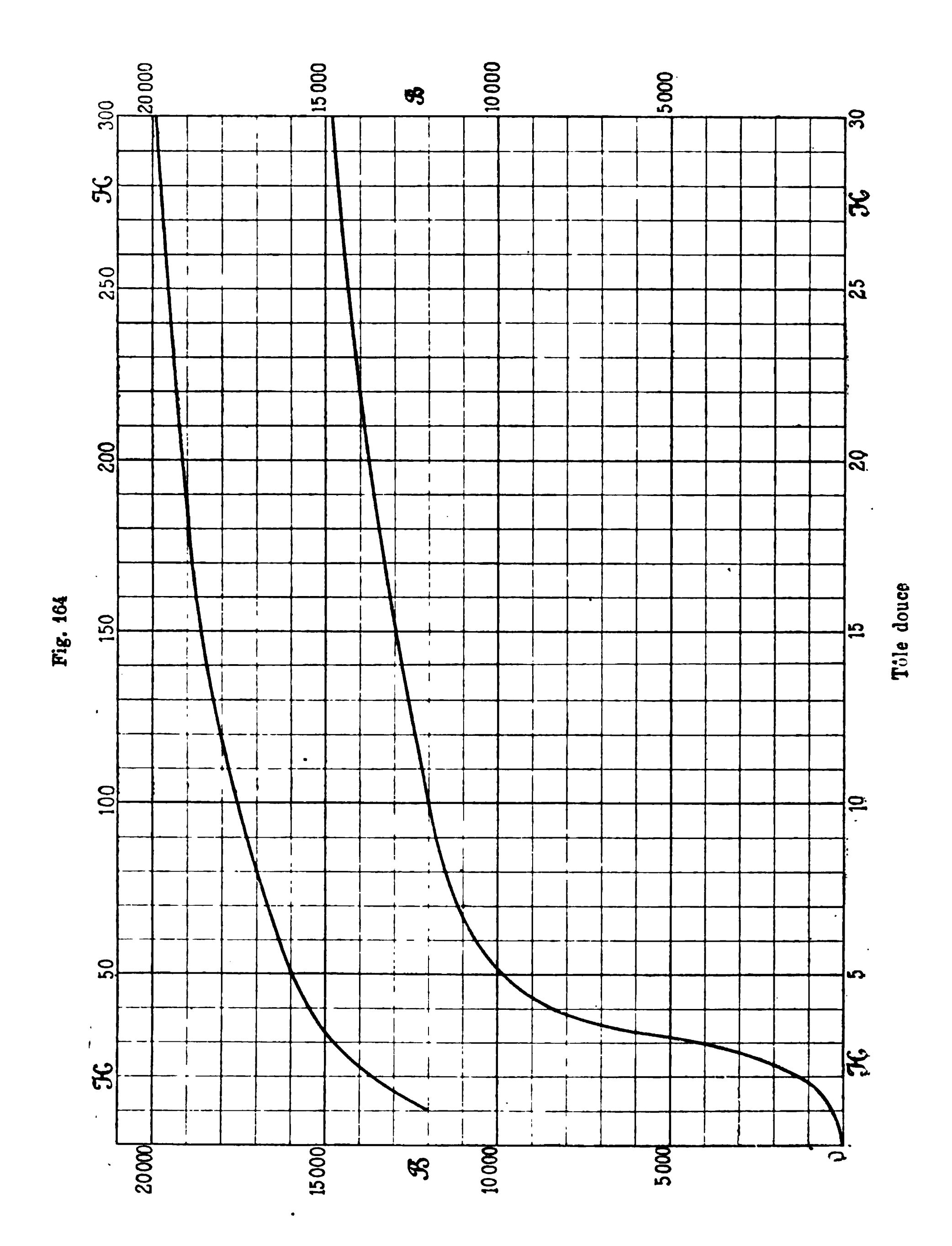

20 000
15 000
𝔅
10 000
5 000
300
250
200
150
100
50
ℋ
30
25
20
15
10
5
0
Tôle douce

Fig. 164

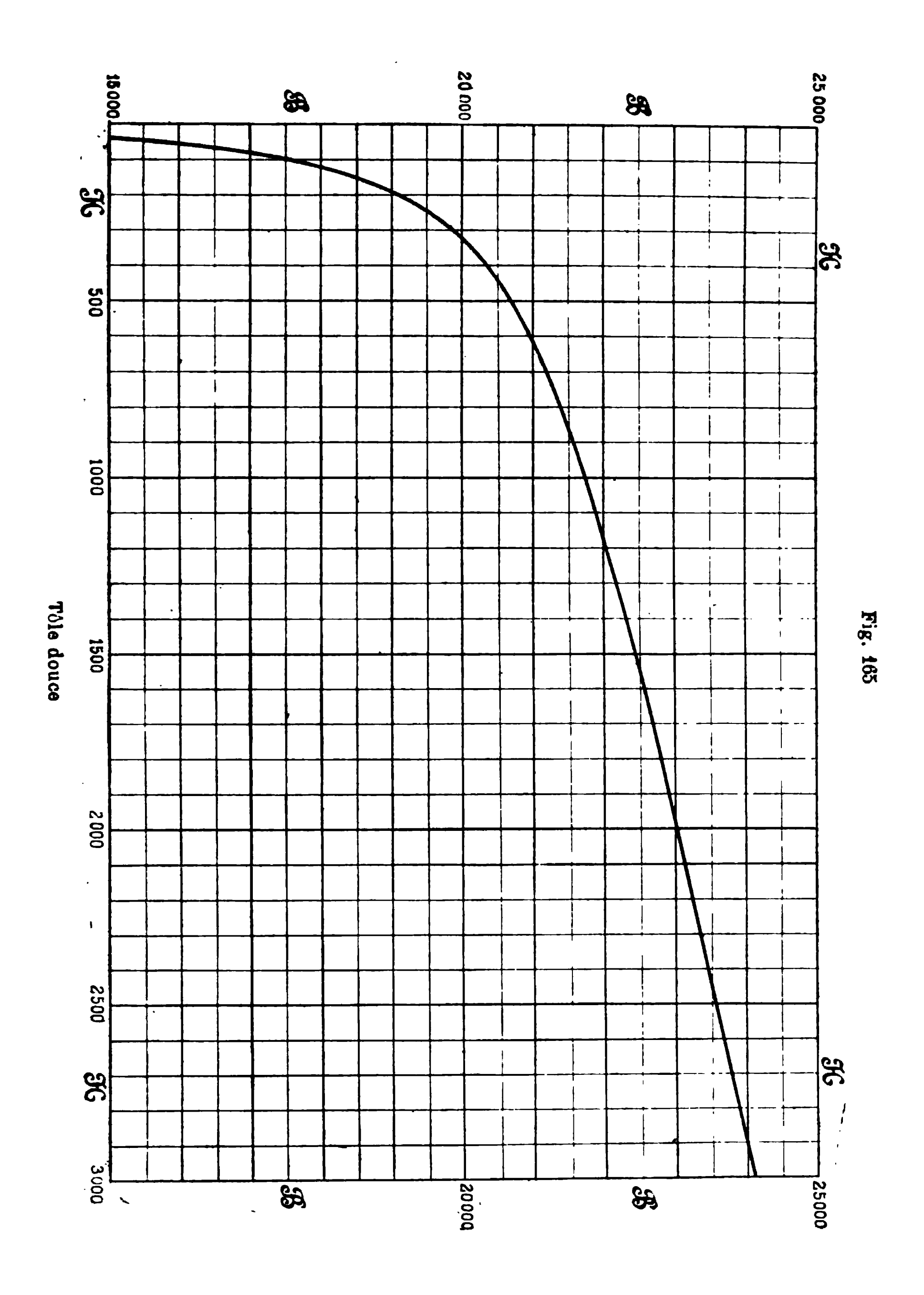
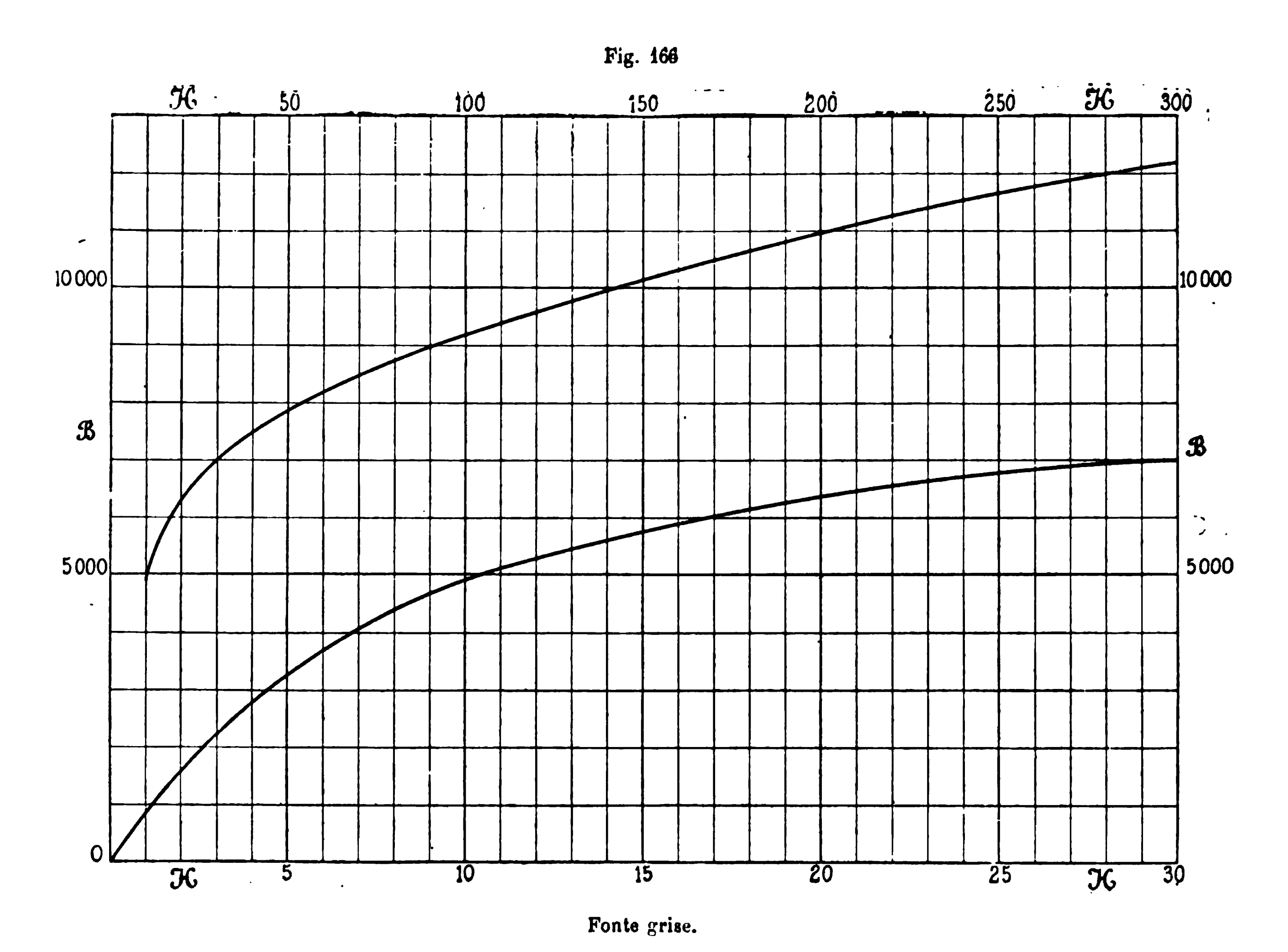

15000
20 000
25 000
𝔅
𝔅
ℋ
500
1000
1500
2 000
2500
3 000
Tôle douce
20000
25000

Fig. 165

Fig. 168



Fonte grise.

CARACTÉRISTIQUES EXTERNES

112. Détermination expérimentale. — La caractéristique externe (**105**) se trace en prenant comme abscisse l'intensité du courant extérieur et comme ordonnée la différence de potentiel aux bornes.

Les grandeurs à mesurer sont :

le nombre de tours par seconde,

l'intensité du courant inducteur,

l'intensité du courant extérieur,

la différence de potentiel aux bornes.

Afin de pouvoir modifier à volonté le débit de la machine, on réunit les bornes de la machine au moyen d'une résistance extérieure variable, constituée soit par des conducteurs métalliques ou des lampes à incandescence groupées parallèlement, soit par un rhéostat à liquide.

La forme de la caractéristique externe varie avec le mode d'excitation des inducteurs.

113. Excitation indépendante. — On donne aux inducteurs une excitation déterminée en les reliant à un générateur indépendant (dynamo ou batterie d'accumulateurs). Le courant d'aimantation se règle par un rhéostat intercalé dans le circuit des inducteurs ; son intensité doit être maintenue constante pendant la durée des mesures.

La dynamo ayant pris sa vitesse de régime, on mesure la différence de potentiel aux bornes, d'abord à circuit ouvert, puis successivement pour des valeurs décroissantes de la résistance extérieure jusqu'à ce que le courant ait atteint son intensité maximum. A chaque variation du courant extérieur, on devra, s'il y a lieu, modifier le calage des balais de manière que la commutation se fasse sans étincelles.

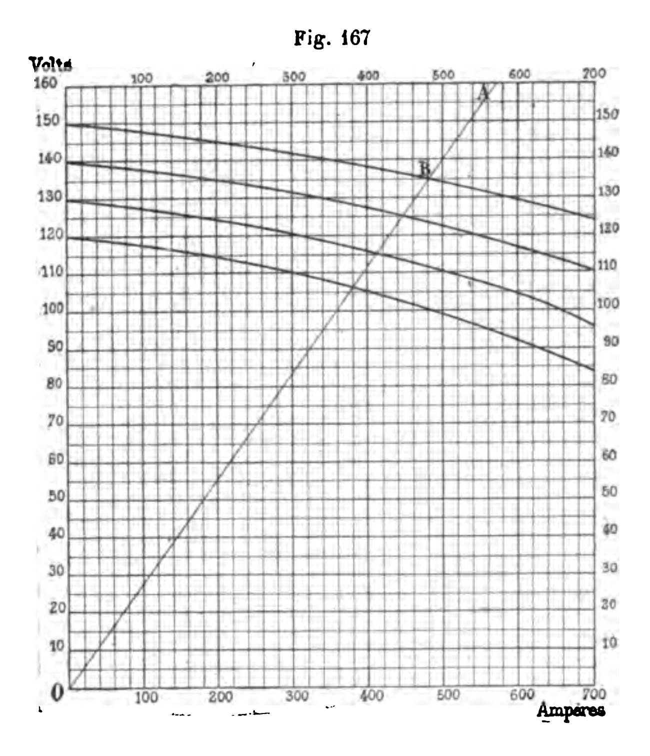
Si la vitesse angulaire de la machine, au moment de la lec-

ture, est un peu différente de la vitesse de régime, on corrigera la différence de potentiel observée U′, de manière à la ramener à la valeur U qu'elle aurait à la vitesse normale, au moyen de la proportion évidente

$$\frac{U + rI}{n} = \frac{U' + rI}{n'}.$$

En portant en abscisse et en ordonnée les valeurs correspondantes de I et de U, on tracera la caractéristique de la machine fonctionnant à la vitesse de 60n tours par minute, avec un courant d'excitation i (*fig.* 167).

Fig. 167



Dynamo à excitation indépendante. Caractéristiques externes.

L'ordonnée à l'origine (I = o) est la force électromotrice de la machine à circuit ouvert.

Si, par l'extrémité de cette ordonnée, on mène une droite

parallèle à l'axe des abscisses, la différence des ordonnées de la droite et de la courbe, pour une même abscisse I, mesurera la réaction d'induit $E_0 - U$ correspondant à une intensité donnée du courant extérieur.

A chaque valeur du courant d'excitation i correspond une caractéristique distincte.

114. Excitation en série. — Une machine dont les inducteurs sont montés en série avec l'induit ne peut être auto-excitatrice qu'en circuit fermé.

A circuit ouvert, la différence de potentiel aux bornes se réduit à celle qui est développée par le magnétisme rémanent des inducteurs; elle est toujours très faible. La machine ne peut s'amorcer et débiter un courant que lorsque la résistance extérieure a été suffisamment réduite. En la diminuant de plus en plus, on augmente progressivement le débit de la machine.

Si la vitesse observée est différente de la vitesse normale, on corrigera comme précédemment la différence de potentiel observée.

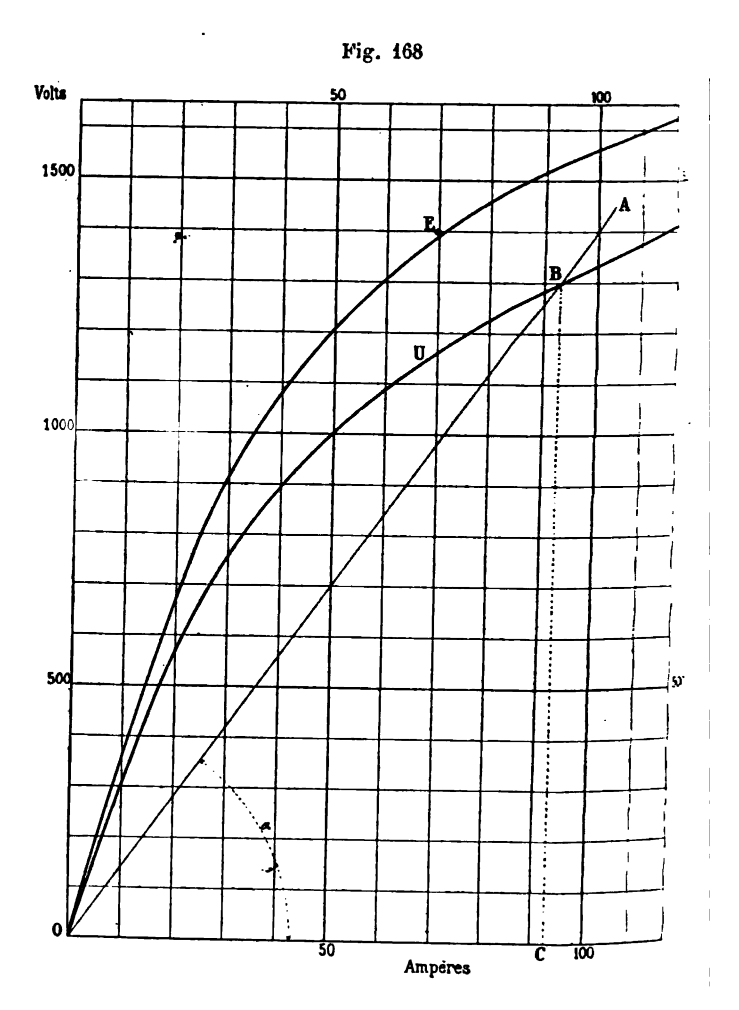
En traçant sur l'épure (*fig.* 168, p. 296) la caractéristique externe et la caractéristique à circuit ouvert pour la même vitesse angulaire, on voit que la différence des ordonnées relatives à une même abscisse mesure la réaction d'induit $E_0 - U$ à ce régime.

Par l'origine menons une droite OA qui coupera la caractéristique externe en B; l'ordonnée $BC = U$ est la différence de potentiel aux bornes lorsque l'intensité du courant extérieur $I = OC$. Le triangle rectangle OBC donne

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U}{I} = R \text{ résistance du circuit extérieur.}$$

Si la résistance R augmente, la droite OA se rapprochera de l'axe des ordonnées, et lorsqu'elle arrivera à être tangente à la caractéristique, U et I seront nuls, la machine sera *désamorcée*.

Fig. 168



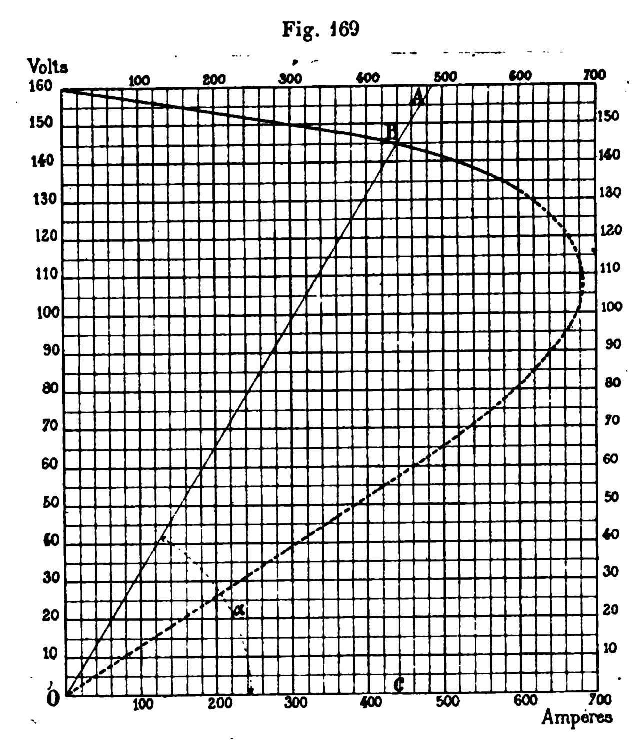
Dynamo excitée en série.
Caractéristique à circuit ouvert (E_0).
Caractéristique externe en circuit fermé (U).

Cette valeur de R, pour laquelle la machine cesse d'être auto-excitatrice, s'appelle la *résistance critique* à la vitesse donnée.

De même, lorsqu'on met en route une dynamo excitée en série en partant d'une résistance extérieure infinie, on peut observer une valeur de la résistance extérieure pour laquelle la machine s'amorce brusquement en donnant immédiatement une différence de potentiel élevée.

Comme la partie initiale de la caractéristique diffère peu d'une droite, le régime ne devient stable que lorsque la droite OA coupe la caractéristique au-delà du coude de la courbe.

Fig. 169



Dynamo excitée en dérivation. Caractéristique externe.

115. Excitation en dérivation (*fig.* 169). — La machine étant mise en route à circuit ouvert, la force électromo-

trice induite par le magnétisme rémanent des inducteurs donne naissance à un courant très faible qui passe en totalité autour des électro-aimants dont la force magnétomotrice augmente ainsi graduellement et, au bout d'un temps très court, le courant d'aimantation atteint son intensité maximum pour laquelle on mesure la différence de potentiel aux bornes. Ce premier point de la courbe se trouve sur l'axe des ordonnées puisque, le circuit extérieur étant ouvert, le courant y est nul.

Après avoir déterminé ce premier point pour la vitesse normale de la machine, on diminue graduellement la résistance extérieure R en observant chaque fois les valeurs simultanées de n, i, I, U.

Comme l'intensité du courant inducteur est proportionnelle à U, la force électromotrice induite n'est plus simplement proportionnelle au nombre de tours, et il est nécessaire de maintenir la vitesse angulaire de la machine constante pendant la durée de l'expérience.

Lorsque la résistance extérieure est nulle, $U = RI = 0$; la caractéristique aura donc un second point sur l'axe des ordonnées à l'origine.

A partir de la valeur maximum de U, pour $R = \infty$, l'intensité augmente à mesure que la résistance extérieure diminue; la différence de potentiel aux bornes décroît; il en est de même pour le courant inducteur $i = \frac{U}{r_s}$; la réaction d'induit augmente et la courbe s'infléchit rapidement vers l'axe des abscisses. Si l'on continue à diminuer la résistance extérieure, le courant, après avoir atteint un maximum, diminue et s'annule pour $R = 0$.

La *fig.* 169 montre la forme générale de cette courbe.

Par l'origine des coordonnées, menons la droite OA qui coupe la caractéristique en B ; nous aurons

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U}{I} = R.$$

Quand la résistance extérieure, R, diminue, la droite OA se rapproche de l'axe des abscisses et lorsqu'elle sera tangente à la courbe, la machine sera désamorcée.

La dynamo excitée en dérivation ne peut donc débiter un courant que si la résistance extérieure dépasse une certaine valeur limite, que l'on appelle la *résistance critique* pour la vitesse donnée.

On voit que la partie inférieure de la courbe, qui diffère peu d'une droite, correspond à un régime instable ; si la résistance extérieure diminue, la machine se désamorce ; si elle augmente, le point figuratif de la différence de potentiel aux bornes s'élève rapidement. Sur la branche supérieure, au contraire, l'équilibre est stable, et c'est la seule qu'il y a lieu de considérer dans les applications.

116. Tracé de la caractéristique externe au moyen de la caractéristique à circuit ouvert. — Au lieu de déterminer la caractéristique externe d'une machine par l'observation directe, il est plus simple de la tracer en partant de la caractéristique à circuit ouvert.

Le problème consiste à construire, pour une vitesse angulaire donnée, la courbe définie par l'équation

$$U = kE_0 - rI$$

au moyen de la fonction connue

$$E_0 = nf(A),$$

et de la fonction

$$k = \cos\varphi - \frac{\sin\varphi}{2\pi},$$

dont la valeur est déterminée par la relation

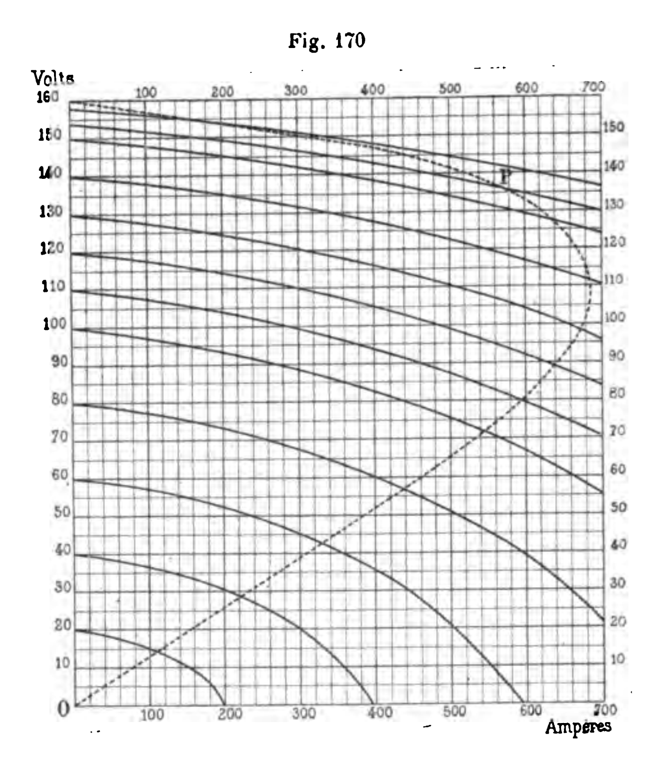
$$\sin\varphi = \frac{NI_1}{4pp_1A}.$$

117. Excitation indépendante. — La vitesse angulaire de la machine étant fixée, à chaque valeur du courant d'aimantation correspond une caractéristique externe particulière. Soit i l'intensité du courant d'aimantation ; la caractéristique à circuit ouvert donnera la valeur de E_0 pour un nombre d'ampère-tours $A = Mi$.

Attribuons au courant extérieur des valeurs croissantes à partir de zéro, et soit I une de ces valeurs; le facteur k, étant déterminé par le rapport $\frac{I}{i}$, est connu, ainsi que la résistance intérieure de la machine, et l'on obtient immédiatement

$$U = kE_0 - rI.$$

Fig. 170



On déterminera ainsi autant de points que l'on voudra de chaque caractéristique indépendante à tracer (*fig.* 170). Il

est facile de voir que ces courbes sont des arcs d'ellipse.

Posons

$$\frac{4pp_1\mathrm{A}}{\mathrm{N}} = a.$$

Comme $I_1 = I$, nous aurons

$$\sin\varphi = \frac{I}{a}, \qquad \cos\varphi = \frac{\sqrt{a^2 - I^2}}{a};$$

et l'équation de la caractéristique externe se mettra sous la forme

$$U = \frac{E_0\sqrt{a^2 - I^2}}{a} - \frac{E_0 I}{2\pi a} - rI,$$

ou, en groupant les termes,

$$\frac{\left[U + \left(r + \frac{E_0}{2\pi a}\right)I\right]^2}{E_0^2} + \frac{I^2}{a^2} = 1.$$

C'est l'équation d'une ellipse dont les ordonnées, U, s'obtiendront en retranchant des ordonnées de l'ellipse,

$$\frac{y^2}{E_0^2} + \frac{I^2}{a^2} = 1,$$

les ordonnées correspondantes de la droite

$$y = \left(r + \frac{E_0}{2\pi a}\right)I.$$

118. Excitation en série. — Le courant inducteur étant le même que le courant extérieur, on aura

$$A = MI.$$

Le coefficient k est constant et connu.

En prenant comme variable indépendante l'intensité extérieure, la caractéristique à circuit ouvert donnera la valeur de

$$\frac{E_0}{n} = f(A),$$

correspondant à l'intensité I, et la différence de potentiel aux bornes sera donnée par l'équation

$$(1) \qquad U = nkf(A) - rI.$$

On obtiendra ainsi la caractéristique externe.

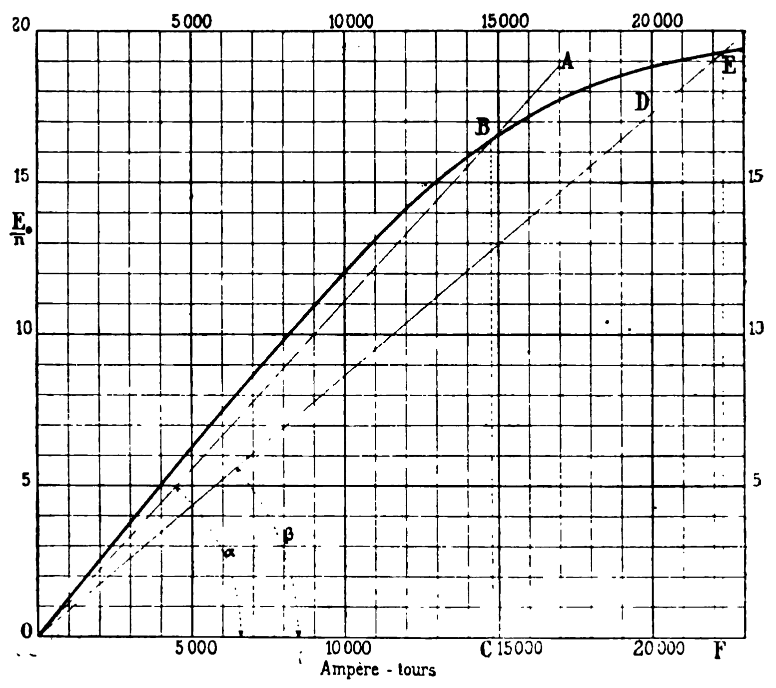
R étant la résistance extérieure, on a aussi $U = RI$ et, par conséquent,

$$(R + r)I = nkf(A).$$

En divisant les deux membres par $MI = A$, il vient

$$(2) \qquad \frac{1}{n}\frac{R + r}{kM} = \frac{f(A)}{A}.$$

Fig. 171



Par l'origine des coordonnées (*fig.* 171), menons la droite OA qui coupera la courbe en B ; le triangle OBC donne

$$(3) \qquad \operatorname{tg} \alpha = \frac{f(A)}{A} = \frac{1}{n}\frac{R + r}{kM}.$$

r, k, M étant constants, si n diminue ou si R augmente, l'angle α croitra et lorsque la droite OA ne rencontre plus la courbe, la machine ne donne plus de courant.

En menant la tangente à l'origine et mesurant son coefficient angulaire, on pourra, au moyen de l'équation (3), déterminer la limite inférieure de la vitesse angulaire pour laquelle la machine s'amorce sur une résistance extérieure donnée, ou la plus grande valeur que l'on peut donner à cette résistance extérieure lorsque la vitesse de rotation est fixée.

119. Excitation dérivée. — Soit P (*fig.* 170) un point de la caractéristique cherchée; l'ordonnée U du point P satisfait à l'équation

$$U = kE_0 - rI.$$

La machine étant excitée en dérivation, on doit avoir

$$U = r_s i,$$

et par conséquent

$$(1) \qquad r_s i = kE_0 - rI. \text{ [1]}$$

Si le courant inducteur, i, était fourni par un générateur indépendant et maintenu constant, la machine donnerait à circuit ouvert la même force électromotrice

$$E_0 = nf(Mi).$$

Nous pouvons tracer, pour cette valeur particulière du courant inducteur, la caractéristique externe

$$(2) \qquad U = kE_0 - rI.$$

[1] Rigoureusement il faudrait écrire (**104**) $(r_s + r)i = kE_0 - rI$, mais comme $\frac{r}{r_s}$ doit toujours être très petit, la chute de potentiel ri est parfaitement négligeable à côté de $r_s i$.



Pour une même intensité du courant extérieur, le coefficient k a la même valeur dans les deux équations; on aura donc

$$U = r_s i,$$

c'est-à-dire que le point P est déterminé par l'intersection de la droite

$$y = r_s i,$$

avec la caractéristique indépendante,

$$U = kE_0 - rI.$$

On voit que, pour tracer la caractéristique externe d'une dynamo excitée en dérivation, il suffit de considérer cette machine comme étant excitée par un générateur indépendant, et de tracer les caractéristiques externes pour un certain nombre de valeurs, i_1, i_2,..., du courant inducteur. Les intersections respectives des droites, $y = r_s i$, avec les courbes de même indice se trouvent sur la caractéristique cherchée, dont on peut ainsi déterminer autant de points qu'il est nécessaire (*fig.* 170).

L'ordonnée maximum de la caractéristique s'obtient de la manière suivante, au moyen de la caractéristique à circuit ouvert (*fig.* 171).

Pour $I = 0$ l'équation (1) donnera

$$r_s i = kE_0 = nkf(Mi),$$

et, en divisant les deux membres par Mi,

$$\frac{1}{n}\frac{r_s}{kM} = \frac{f(Mi)}{Mi}. \qquad (3)$$

La valeur numérique du premier membre étant connue, on mènera par l'origine (*fig.* 171) la droite OD dont le coefficient angulaire

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{1}{n}\frac{r_s}{kM}.$$

Le triangle OEF déterminé par l'intersection de OD avec la courbe, donne

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{f(Mi)}{Mi} = \frac{1}{n} \frac{r_{,}}{kM};$$

$EF = \frac{E_0}{n}$ sera la force électromotrice à circuit ouvert correspondant à l'excitation Mi, c'est-à-dire l'ordonnée maximum de la caractéristique externe lorsque la machine s'excite elle-même.

Si l'on modifie la résistance $r_{,}$ du circuit dérivé au moyen d'un rhéostat, les points d'intersection des droites $y = r_{,}i$ avec les caractéristiques indépendantes changeront, et, pour chaque valeur donnée à $r_{,}$ on obtiendra une caractéristique externe différente; il en sera de même si l'on modifie la vitesse angulaire.

On trouve ainsi que la dynamo, dont la caractéristique à circuit ouvert est représentée *fig.* 162, p. 286, donne en auto-excitation 650 volts à 375 tours par minute et 485 volts à 300 tours.

On peut, le plus souvent, se dispenser de faire le tracé complet de la caractéristique externe pour l'excitation dérivée, et les courbes tracées pour différentes valeurs de l'excitation, considérée comme indépendante, suffisent en général pour résoudre directement les différents problèmes qui se posent dans l'étude des dynamos à excitation dérivée.

En mesurant sur l'épure de la caractéristique à circuit ouvert le coefficient angulaire de la tangente à l'origine de la courbe, on pourra, comme nous l'avons expliqué pour l'excitation en série, déterminer les conditions nécessaires pour que la machine s'amorce en s'excitant elle-même.

Les constantes de la dynamo, dont la caractéristique à circuit ouvert est donnée *fig.* 171 et dont les caractéristiques

externes indépendantes sont représentées *fig.* 170, sont les suivantes :

$$2p = 2p_1 = 6 ; N = 360 ; r = r_1 = 0{,}006 \text{ ohm} ; M = 2\,000 ;$$
$$r_s = 14{,}4 \text{ ohms}.$$

En auto-excitation, cette machine ne s'amorcera que lorsque la vitesse de rotation sera supérieure à 360 tours par minute. A la vitesse normale de 500 tours par minute, elle peut donner 160 volts à circuit ouvert.

CHAPITRE XI

—

RÉGULATION ET COUPLAGE DES DYNAMOS A COURANT CONTINU

RÉGULATION

120. Objet de la régulation. — Dans les distributions d'énergie électrique les appareils, qui utilisent le courant, sont reliés aux générateurs électriques suivant deux modes différents.

Lorsque tous les appareils récepteurs doivent fonctionner avec la même intensité de courant, ils peuvent être montés en série, les uns à la suite des autres. Dans ce cas, le courant de ligne doit être maintenu constant, quel que soit le nombre des récepteurs en service.

Lorsque les récepteurs doivent fonctionner à un voltage déterminé, c'est l'intensité du courant qui varie avec le nombre des appareils, et la différence de potentiel, sous laquelle se fait l'émission du courant, doit être maintenue constante quel que soit le nombre des appareils alimentés.

Dans le premier cas, les dynamos doivent être réglées de manière à fournir un *courant constant* ; dans le second cas, elles doivent maintenir aux bornes une *différence de potentiel constante.*

DYNAMOS A COURANT CONSTANT

121. Modes de régulation. — Les dynamos qui doivent fournir un courant constant sont généralement excitées en série, quelquefois, mais plus rarement, par un générateur indépendant.

La machine étant établie pour débiter, à pleine charge, un courant d'intensité déterminée, la régulation aura pour but de maintenir ce courant constant lorsque la puissance à transmettre diminue.

Quelles que soient les formes sous lesquelles doit être utilisée l'énergie électrique transmise dans le circuit extérieur, comme toutes ces formes sont équivalentes, on suppose, pour simplifier les formules, que toute cette énergie est transformée en chaleur. On peut ainsi substituer aux récepteurs réels, quels qu'ils soient, une résistance, R, telle que le produit, RI^2 soit égal à la puissance consommée ; le produit RI sera la différence de potentiel nécessaire pour surmonter les forces contre-électromotrices développées par les récepteurs (8) et vaincre la résistance des conducteurs intermédiaires.

Si le courant est constant, lorsque la puissance à transmettre décroit, la différence de potentiel, $RI = U$, et la résistance, R, diminuent dans le même rapport.

L'expression de la différence de potentiel aux bornes,

$$U = RI = nkf(A) - rI,$$

qui donne

$$I = \frac{nkf(A)}{R + r},$$

montre que la régulation peut se faire en modifiant soit la vitesse de rotation, soit le nombre des ampère-tours inducteurs et le calage des balais.

122. Régulation par la vitesse de rotation. — Lorsque le moteur, qui entraîne la dynamo, peut fonctionner à vitesse variable, on règle le courant par la vitesse angulaire du moteur; c'est la méthode la plus simple et la plus rationnelle.

L'intensité du courant étant fixée, on aura pour une valeur donnée de R

$$n = \frac{(R + r)I}{kf(A)}.$$

La régulation est automatique, si la dynamo est commandée par une machine à vapeur fonctionnant à pression et à détente constantes, *sans régulateur de vitesse*.

En effet, la pression de vapeur étant constante, le couple moteur le sera également et, si le couple résistant développé par la dynamo augmente, parce que l'intensité du courant tend à s'accroître, la machine à vapeur ralentira jusqu'à ce que l'intensité ait repris sa valeur normale avec une tension plus faible; l'inverse se produira, si le courant tend à diminuer. Dans les deux cas, la dépense de vapeur reste proportionnelle au travail développé.

Avec une turbine, le réglage est moins précis, parce que le couple moteur d'une turbine varie avec sa vitesse; cependant, lorsque les variations de la résistance extérieure sont peu importantes, la régulation se fait encore avec une approximation suffisante et l'on ne règle à la main que lorsque les variations dépassent certaines limites. On peut d'ailleurs rendre la régulation automatique en commandant le vannage par un servo-moteur soumis à l'action d'un régulateur électrique dans lequel passe le courant de ligne.

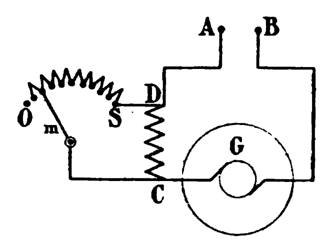
123. Dynamos à vitesse constante. — Lorsque le moteur actionnant la dynamo doit fonctionner à vitesse constante, comme ce serait par exemple le cas pour un moteur à

gaz, la régulation se fait en agissant soit sur le champ magnétique, soit sur le calage des balais.

Si l'excitation est faite par un générateur indépendant, on règle le courant inducteur en faisant varier la puissance de l'excitatrice soit à la main, soit au moyen d'un régulateur électrique.

Si la machine est auto-excitée en série, on règle le champ au moyen d'un rhéostat monté en dérivation entre les extrémités C et D de l'enroulement inducteur (*fig.* 172).

Fig. 172



r_2 étant la résistance de l'enroulement inducteur, x celle du shunt, le courant qui passe dans l'enroulement des électro-aimants sera déterminé par la condition

$$x(I - i) = r_2 i,$$

qui donne

$$i = \frac{x}{r_2 + x} I.$$

Lorsque la manette, m, du rhéostat est placée sur le plot mort, O, on aura $x = \infty$, et $i = I$; lorsqu'elle est placée à l'extrémité S, on aura $x = 0$ et par conséquent $i = 0$.

Au lieu d'agir sur le courant inducteur on pourrait faire varier le nombre des tours de fil dans lesquels passe le courant total, et modifier ainsi les ampère-tours inducteurs.

Pour un même nombre d'ampère-tours, les deux modes donnent lieu à la même dépense de puissance.

Avec le rhéostat shunt, elle sera

$$r_2 i^2 + x(I - i)^2 = r_2 I i.$$

Avec un nombre de tours de fil variable, comme, à égalité de champ, $M_1 I = M i$, la puissance absorbée sera

$$\frac{M_1}{M} r_2 I^2 = r_2 I i,$$

comme dans le premier cas.

Cette deuxième disposition, qui a l'inconvénient de compliquer un peu la construction des inducteurs, est plus rarement employée que la première.

L'intensité à donner au courant inducteur, pour une certaine valeur de la puissance à transmettre, peut se déterminer de la manière suivante :

Soit A le nombre des ampère-tours nécessaires pour maintenir le courant I dans la résistance extérieure R.

La caractéristique à circuit ouvert fournit la valeur de la force électromotrice induite

$$E_0 = nf(A),$$

et l'équation de la caractéristique externe,

$$RI = nkf(A) - rI,$$

détermine la valeur de la résistance, R, dans laquelle la force électromotrice induite peut maintenir le courant I.

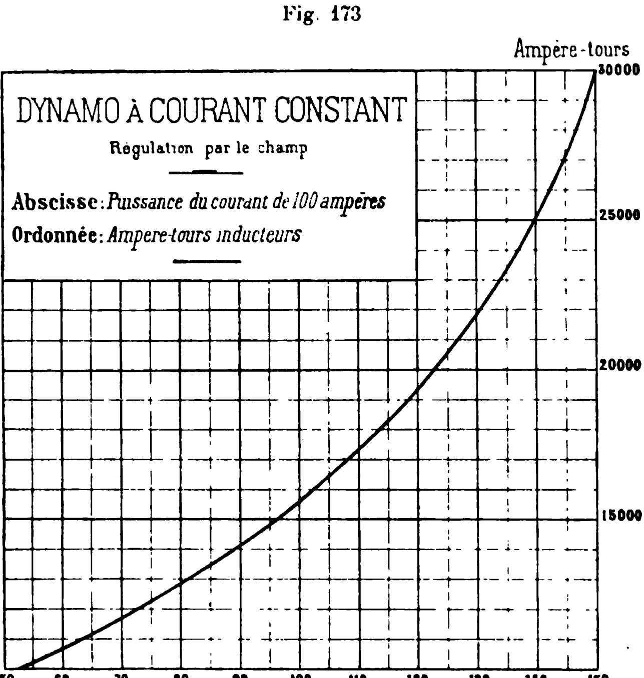
En calculant les résistances R_1, R_2,..., correspondant à un certain nombre de valeurs A_1, A_2,..., des ampère-tours inducteurs, on trace la courbe (*fig.* 173), dont les ordonnées fourniront immédiatement le nombre d'ampère-tours correspondant à une valeur donnée de la puissance extérieure, $RI^2 = UI$, prise comme abcisse.

R étant connu, on en déduit

$$i = \frac{A}{M},$$

ce qui permettra de calculer la valeur de la résistance du shunt pour les différents régimes auxquels s'applique ce mode de régulation.

Fig. 173



La régulation du courant par l'affaiblissement du champ inducteur ne peut se faire que dans certaines limites déterminées par les constantes de la dynamo et, pour pouvoir marcher à faible charge, sans étincelles, avec une vitesse de rotation constante, il faut faire varier le voltage aux bornes en déplaçant les balais.

Nous avons vu (**97**) que la différence de potentiel aux bornes de la dynamo est maximum, lorsque la commutation se fait dans le plan neutre du champ résultant de l'action combinée du courant inducteur et du courant induit, c'est-à-dire lorsque

$$\psi = \frac{1}{p} \arcsin \frac{\Phi'}{\Phi}.$$

Cette différence de potentiel décroit à mesure que ψ augmente. Pour une vitesse angulaire constante et un nombre donné d'ampère-tours inducteurs, le décalage, correspondant à une valeur R, de la résistance extérieure, sera déterminé par l'équation (chap. IX, p. 268)

$$\cos p\psi = \frac{(R + r)I}{nf(A)} + \frac{\sin \varphi}{2\pi}.$$

La Compagnie de l'Industrie Electrique, de Genève, qui a installé plusieurs distributions à courant constant, emploie les deux modes de régulation que nous venons d'indiquer, toutes les fois que les dynamos doivent fonctionner à vitesse constante. De la pleine charge aux trois quarts de la charge, la régulation se fait par le champ au moyen d'un rhéostat shunt; au-dessous le régulateur agit sur le décalage des balais.

Le régulateur se compose d'un électro-aimant, excité par le courant de ligne, dont l'armature met en mouvement un moteur qui déplace, dans un sens ou dans l'autre, soit la manette mobile du rhéostat, soit le porte-balais.

La régulation du courant par affaiblissement du champ et le décalage des balais exige des machines à très faible réaction d'induit avec un grand nombre de touches au collecteur; elle est toujours difficile à réaliser, sans production d'étincelles, lorsque la puissance développée par la dynamo doit varier dans des limites très étendues.

La solution la plus simple à laquelle on doit donner la préférence, toutes les fois qu'elle est réalisable, est celle qui résulte de l'emploi de moteurs à vitesse variable actionnant des dynamos excitées en série (**122**).

DYNAMOS A POTENTIEL CONSTANT

124. Modes de régulation. — Les dynamos employées dans les distributions à potentiel constant sont à excitation dérivée ou à excitation composée.

Les dynamos à excitation indépendante peuvent également être réglées à potentiel constant, mais elles sont moins souvent employées parce que leur installation est plus coûteuse que celle des dynamos shunt, à cause de l'excitatrice.

La régulation des dynamos excitées en dérivation se fait soit en modifiant la vitesse angulaire, soit en agissant sur le champ inducteur.

L'enroulement compound a pour but de rendre la dynamo auto-régulatrice à vitesse constante.

125. — Régulation par la vitesse de rotation. — La différence de potentiel aux bornes étant fixée, le nombre de tours correspondant à une puissance déterminée $\mathfrak{P} = UI$, s'obtient directement par la formule

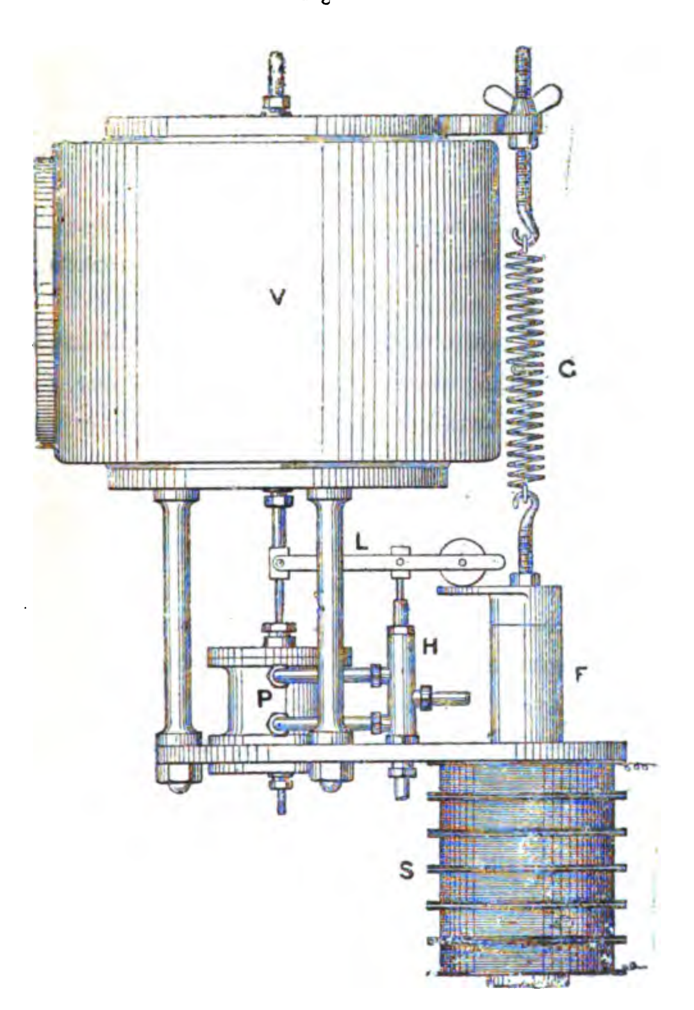
$$n = \frac{U + rI}{kf(A)}.$$

Ce mode de régulation est peu employé dans les distributions à potentiel constant ; il peut cependant être utilisé avec avantage dans quelques cas.

La *fig.* 174 représente un régulateur automatique d'admission de vapeur, applicable à ce mode de régulation.

Il se compose du solénoïde S, placé en dérivation entre les deux points dont la différence de potentiel doit être maintenue constante. Le noyau F, en fer doux, est en équilibre sous l'action du ressort G et de la force magnétique due au courant qui


Fig. 174



Régulateur automatique d'admission de vapeur (Willans).

traverse le solénoïde. Si la différence de potentiel varie, le noyau se déplacera en agissant sur le levier L. Ce levier actionne le tiroir H en communication avec un réservoir d'eau, placé à la partie supérieure de l'atelier, qui commande le piston P relié à la soupape d'admission de vapeur V, de telle sorte que le travail moteur varie en raison de l'énergie électrique fournie au circuit extérieur.

126. Régulation par le champ. — La dynamo est construite pour maintenir aux bornes une différence de potentiel U lorsque la machine travaille à pleine charge.

Pour un débit moindre la différence de potentiel aux bornes tendra à augmenter; et on la ramènera à sa valeur normale en diminuant l'intensité du courant inducteur au moyen d'un rhéostat.

La résistance, x, que doit avoir le rhéostat pour une intensité donnée du courant extérieur, peut se déterminer au moyen des caractéristiques de la machine.

Proposons nous, par exemple, de maintenir une différence de potentiel constante de 130 volts aux bornes de la dynamo, dont la *fig.* 171 représente la caractéristique à circuit ouvert et la *fig.* 170 les caractéristiques externes à 500 tours par minute.

Les constantes de cette machine sont

$$N = 360 \qquad r = 0,006 \qquad M = 2000 \qquad r_s = 14,4 \text{ ohms.}$$

Sur la *fig.* 170 menons la droite, U = 130 volts, parallèle à l'axe des abscisses; l'intersection de cette droite avec l'ordonnée de 600 ampères se trouve sur la courbe qui a pour ordonnée maximum U = 150,5 volts. On trouvera de même l'ordonnée maximum de chacune des courbes qui passent par les points d'intersection de la droite, U = 130 volts, avec les ordonnées des différentes intensités, et, à l'aide

de la caractéristique à circuit ouvert, on pourra écrire le tableau suivant.

I	E_0	A	i
600	150,5	17.800	8,90
500	146,6	16.800	8,40
400	142,7	15.960	7,98
300	138,9	15 240	7,62
200	135,3	14.600	7,30
100	132,5	14.100	7,05
0	130	13.660	6,83

La différence de potentiel aux bornes étant de 130 volts, la résistance totale du circuit inducteur sera, dans chaque cas, déterminée par la condition

$$(14,4 + x)i = 130 \text{ volts.}$$

Au débit maximum, $I = 600$ ampères,

$$x = 0,2 \text{ ohm.}$$

A vide, $I = 0$,

$$x = 4,6 \text{ ohms.}$$

Le nombre des sections du rhéostat et la résistance de chacune d'elles se déterminent de manière que la tension aux bornes puisse être réglée à 1 % près.

127. Régulation pour charge et vitesse variables. — Dans l'exemple précédent, nous avons admis que la vitesse de rotation de la machine était constante. Il peut arriver cependant que cette vitesse se modifie avec la charge.

Supposons, par exemple, que la dynamo fait 500 tours à pleine charge, et qu'à vide elle en fait 550.

Pour que la différence de potentiel aux bornes soit constante, quels que soient le débit et la charge, on devra calculer la machine de manière qu'elle fournisse une tension de

130 volts, avec le débit maximum, à la vitesse minimum de 500 tours par minute, et calculer ensuite le rhéostat régulateur de manière que la différence de potentiel aux bornes soit encore égale à 130 volts lorsque, le débit étant nul, la dynamo fait 550 tours par minute.

Pour

$$\frac{E_0}{n} = \frac{130 \times 60}{550} = 14,18 \text{ volts},$$

la caractéristique à circuit ouvert donne A = 12.100 ampère-tours, ce qui correspond à un courant inducteur

$$\iota = 6,05 \text{ ampères.}$$

On en déduit que la résistance du rhéostat

$$x = 7,1 \text{ ohms.}$$

128. Régulateur automatique. — Le plus souvent le rhéostat régulateur est manœuvré à la main, d'après les indications d'un voltmètre relié aux bornes de la dynamo ; mais, dans les installations importantes, il peut être avantageux d'employer un régulateur automatique.

Les dispositions variées, qui ont été imaginées dans ce but, dérivent toutes du même principe, et il suffira d'en décrire une.

Le fonctionnement de l'appareil est indiqué schématiquement par la *fig.* 175.

Il se compose de trois parties : le rhéostat R, inséré dans le circuit inducteur de la dynamo D, le relai actionnant le curseur du rheostat et le solénoïde régulateur S qui commande le relai.

Les extrémités du solénoïde S sont attachées aux points A et B, entre lesquels la différence de potentiel doit être maintenue constante. Une résistance r permet de régler, une fois pour toutes, l'intensité du courant qui passe dans le solénoïde en vertu de la différence de potentiel des points A et B.

A l'intérieur du solénoïde se trouve un cylindre de fer doux, F, dont l'extrémité inférieure est attachée par une articulation sur le levier L.

Le ressort à boudin G, dont la tension est réglée par une vis, maintient le levier L à égale distance des contacts *b* et *b'*, lorsque le courant qui traverse le solénoïde correspond à la différence normale de potentiel ; la tension du ressort fait alors équilibre à l'action de la pesanteur et à celle du champ magnétique produit en S par le courant.

Fig. 175

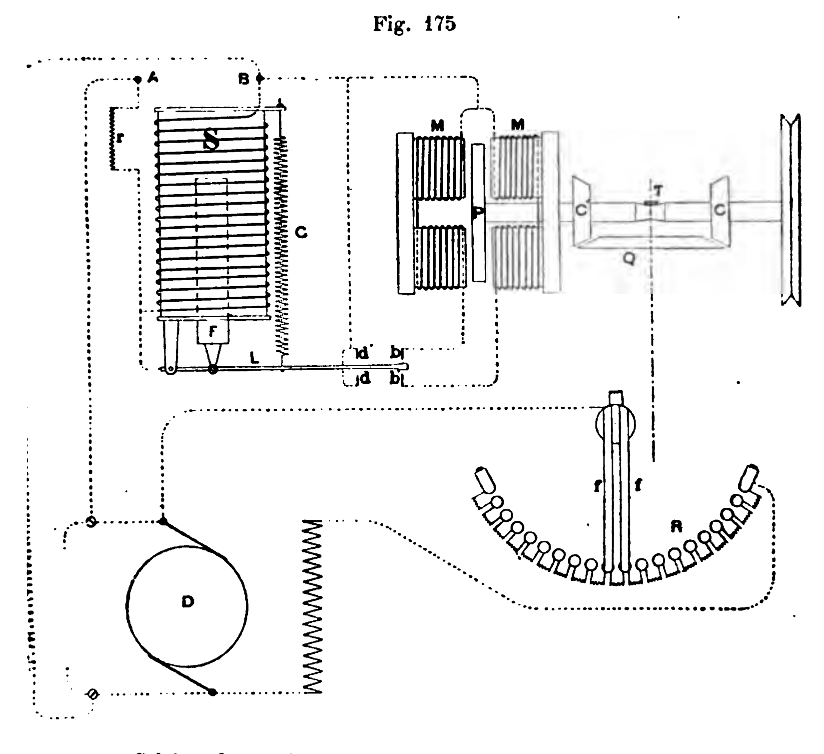
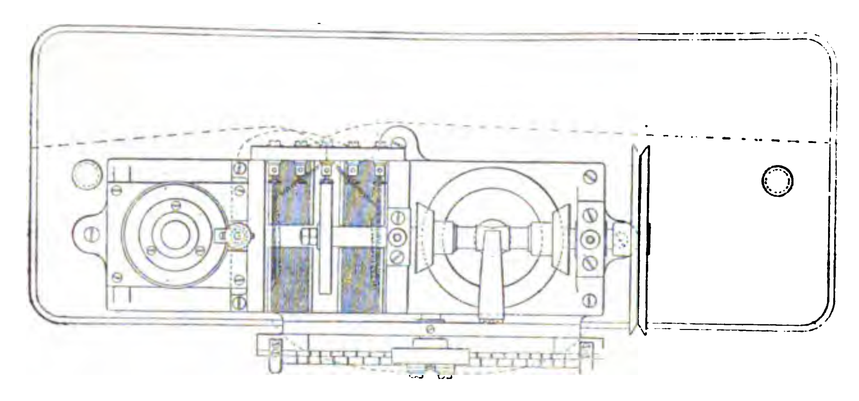


Schéma du régulateur automatique de potentiel (Thury).

Si la différence de potentiel varie dans un sens ou dans l'autre, l'intensité du courant change dans le solénoïde et l'équilibre est rompu ; le noyau F déplace le levier L, dont l'extrémité viendra buter sur l'un des contacts *b* ou *b'* et

Fig. 176



Régulateur automatique de potentiel (Thury). Élévation et plan.

fermera le circuit de l'un des électro-aimants M ou M'. Le disque de fer doux, P, sera attiré et, en se déplaçant, entraînera l'arbre qui peut glisser longitudinalement dans ses paliers.

Cet arbre, qui est animé d'un mouvement continu de rotation, porte deux cônes de friction C et C'; lorsque P est attiré par M, le cône C vient porter sur la roue d'angle Q qu'il entraîne dans son mouvement ; si c'est l'électro-aimant M' qui est excité, Q sera entraîné en sens inverse par le cône C'.

Le mouvement de la roue Q est transmis par un pignon et une vis tangente au curseur du rhéostat R ; la résistance du rhéostat augmente dans le premier cas et diminue dans le second.

Le mouvement de curseur continue jusqu'à ce que la différence de potentiel ait été ramenée à sa valeur normale ; le levier L reprend alors sa position horizontale sous l'action du ressort antagoniste G, et le courant du relai étant rompu, le disque P revient à sa position d'équilibre sous l'action du ressort plat T ; la roue Q reste immobile.

Les vis de butée *d* et *d'* ont pour but de supprimer le courant dans le relai, lorsque le curseur *ff* arrive à fin de course, soit d'un côté soit de l'autre. A ce moment le levier L établit la communication entre *b* et *d* ou entre *b'* et *d'*, et le relai est mis en court circuit. Les oscillations du noyau F sont amorties par un piston qui plonge dans un cylindre plein d'huile.

La *fig.* 176 représente l'ensemble de l'appareil en élévation et en plan.

129. Rhéostat pour tension et débit variables. — Dans quelques applications, par exemple pour la charge des accumulateurs, il est nécessaire de pouvoir faire varier la tension aux bornes entre certaines limites. Le problème se résout de la même manière que les précédents.

La machine est construite de manière à fournir le voltage maximum avec le débit maximum et le rhéostat se calcule de manière à obtenir le voltage minimum avec le débit minimum.

130. Excitation compound. — En examinant les caractéristiques externes des dynamos à excitation simple, on voit que, lorsque le débit augmente, la différence de potentiel diminue avec l'excitation indépendante ou dérivée, tandis qu'elle augmente lorsque l'excitation est faite en série.

En combinant ces deux modes, c'est-à-dire en adoptant l'excitation *compound* (**49**) on pourra rendre la différence de potentiel aux bornes indépendante du débit.

Pour obtenir ce résultat, on règle l'excitation dérivée (ou indépendante) de manière que la machine donne, à circuit ouvert, la différence de potentiel normale. Si l'on enroule, en outre, sur les inducteurs un nombre convenable de spires en série avec l'induit, dans lesquelles passera tout le courant, et disposées de manière que la force magnétomotrice de cet enroulement s'ajoute à celle de l'excitation principale, le flux inducteur augmentera avec le débit et, si l'enroulement auxiliaire a été convenablement calculé, l'accroissement de la force électromotrice induite pourra compenser la chute de potentiel produite par la réaction d'induit.

Soient

U, la différence de potentiel à maintenir aux bornes,

I_1, le débit maximum.

On déterminera, comme précédemment, au moyen des caractéristiques indépendantes, le nombre d'ampère-tours, A_1, nécessaire pour obtenir la différence de potentiel, U, avec le débit maximum et, pour ce régime, on aura

$$(1) \qquad k = \frac{U - rI_1}{nf(A_1)} = \cos \varphi_1 - \frac{\sin \varphi_1}{2\pi}.$$

La machine devant être autorégulatrice, les balais seront calés dans la même position à tous les régimes; on aura donc, pour un débit inférieur au régime maximum, en remplaçant sin φ par sa valeur,

$$(2) \qquad U = nf(A)\cos\varphi_1 - \left[\frac{n}{2\pi}\frac{N}{4pp_1}\frac{f(A)}{A} + r\right]I.$$

C'est l'équation de la caractéristique externe pour une excitation constante de A ampère-tours, avec un calage constant; cette caractéristique est donc une droite.

A circuit ouvert, on doit avoir

$$(3) \qquad U = nf(A_o)\cos\varphi_1,$$

et la caractéristique à circuit ouvert fera connaître le nombre d'ampère-tours, A_o, nécessaire pour obtenir, à vide, la différence de potentiel, U, avec le calage donné.

Désignons par

M, le nombre de tours de l'enroulement en dérivation pour un champ;

M', le nombre de tours de l'enroulement en série.

M et M' devront satisfaire aux deux équations

$$(4) \qquad \frac{MU}{r_s} + M'I_1 = A_1$$

$$(5) \qquad \frac{MU}{r_s} = A_o.$$

On en déduit

$$(6) \qquad M'I_1 = A_1 - A_o.$$

Pour avoir M il faut calculer r_s.

Appelons

L, la longueur moyenne d'une spire de l'enroulement dérivé;

s, la section du fil en millimètres carrés;

ρ, la résistance d'un fil de cuivre de un mètre de longueur et de un millimètre carré de section.

Toutes les bobines de l'enroulement dérivé étant montées en série et traversées par le même courant, on aura

$$(7) \qquad r_s = \frac{pML\rho}{s}.$$

En multipliant les deux termes par $i = \frac{U}{r_s}$, il vient

$$(8) \qquad s = pL\rho \frac{A_o}{U}.$$

Comme, pour obtenir le nombre d'ampère-tours, $Mi = A_o$, avec la différence de potentiel U, on doit avoir

$$r_s i < U,$$

on voit que, pour l'enroulement en dérivation, la section minimum du fil est déterminée par les dimensions des noyaux, la différence de potentiel aux bornes et le nombre des ampère-tours ; l'intensité du courant inducteur et le nombre de spires sont indéterminés. Mais, en général, on fixe la limite supérieure de la perte admissible par l'effet Joule dans les inducteurs, et l'intensité, i, du courant inducteur sera déterminée par cette condition : on en déduira le nombre, M, des spires de l'enroulement dérivé pour deux pôles conjugués.

Si la section du fil employé pour cet enroulement est un peu supérieure à celle qui est indiquée par le calcul, on intercalera dans le circuit une résistance, x, déterminée par la condition

$$(9) \qquad x = \frac{MU}{A_o} - r_s.$$

Le calcul précédent suppose que la vitesse de rotation de la dynamo est invariable ; en réalité elle diminue un peu lorsque la charge augmente, soit parce que le moteur tend à ralentir, soit parce que le glissement de la courroie augmente. Pour en tenir compte, on donnera à l'enroulement en série un nombre de spires légèrement supérieur à celui qui est

indiqué par le calcul et, à la mise en marche, on réglera expérimentalement le nombre des ampère-tours en série, en shuntant l'enroulement par une résistance convenable.

131. Dynamos hypercompound. — Au lieu de maintenir constante la différence de potentiel aux bornes de la dynamo, il peut être nécessaire de la maintenir constante en un point situé à une certaine distance de l'usine génératrice ; c'est ce qui a lieu, en particulier, dans la distribution de l'énergie électrique pour l'éclairage d'une ville ou pour l'alimentation d'une ligne de tramways.

Dans ce cas, l'enroulement en série doit être calculé de manière à compenser la réaction d'induit augmentée de la chute de potentiel sur la ligne entre l'usine génératrice et le point où la différence de potentiel doit être maintenue constante. Les dynamos dont l'enroulement inducteur satisfait à cette condition sont désignées sous le nom d'*hypercompound*.

R, étant la résistance de la ligne entre l'usine génératrice et le point donné,

I_1, le débit maximum,

les enroulements inducteurs devront être calculés de manière à donner aux bornes une différence de potentiel :

U à circuit ouvert,
$U_1 = U + RI_1$ à pleine charge.

Ces conditions déterminent les ampère-tours A_0 et A_1 nécessaires aux deux régimes, et les nombres de spires, M et M', des deux enroulements devront satisfaire aux équations

$$\frac{MU}{r_s} = A_0 \tag{10}$$

$$\frac{MU_1}{r_s} + M'I_1 = A_1 \tag{11}$$

On en déduit

(12) $$M'I_1 = A_1 - \frac{U_1}{U} A_o.$$

La puissance, Ui, absorbée par l'excitation dérivée, ét[illegible] fixée, on aura

(13) $$M = \frac{A_o}{i},$$

et la section minimum du fil de l'enroulement dérivé se[illegible] donnée comme précédemment (**130**), par la formule

(14) $$s = pL\rho \frac{A_o}{U}.$$

Les dynamos hypercompound sont généralement pourv[illegible] de deux rhéostats de réglage, l'un en série avec l'enroulem[illegible] dérivé, l'autre en dérivation sur l'enroulement en série.

COUPLAGE DES DYNAMOS A COURANT CONTINU

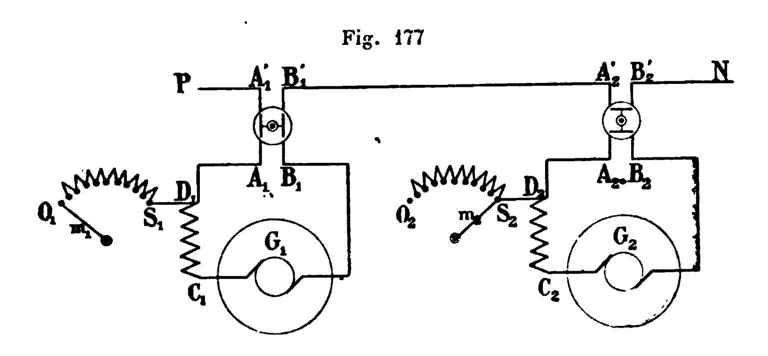
132. Objet. — Il est toujours avantageux de faire travailler les dynamos et leurs moteurs aussi près que possible de leur puissance normale et, lorsque la consommation d'énergie doit varier dans des limites étendues, il sera nécessaire de prévoir l'emploi d'un certain nombre de groupes électrogènes distincts que l'on fera travailler ensemble ou séparément, suivant les exigences du service.

Dans les distributions à courant constant, le facteur variable étant la différence de potentiel qui maintient le courant, les dynamos se grouperont en série.

Dans les distributions à potentiel constant, c'est l'intensité du courant qui varie ; le groupement se fait en parallèle.

133. Montage en série. — Pour monter en série les dynamos excitées en série ou par un générateur indépendant, il suffit de relier le pôle positif d'une machine au pôle négatif

Fig. 177



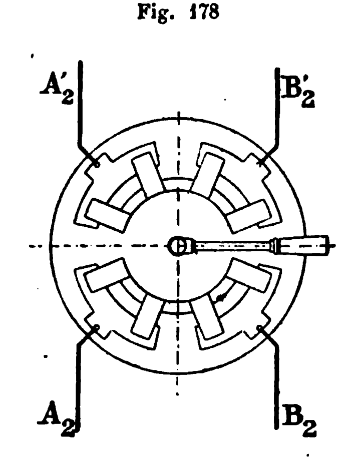
Montage en série de deux dynamos excitées en série.

de la suivante (*fig.* 177) ; les deux bornes extrêmes sont réunies par le conducteur extérieur.

Avec cette disposition la différence de potentiel des points P et N est la somme des différences de potentiel produites par chacune des machines qui doivent être construites de manière à fournir normalement la même intensité de courant.

Au repos la machine est isolée du circuit général et maintenue en court circuit par un interrupteur (*fig.* 178). Les bornes A'_2, B'_2 de la ligne sont également en court circuit et il n'existe aucune communication entre la ligne et la machine.

Fig. 178



Interrupteur de court-circuit, machine au repos.

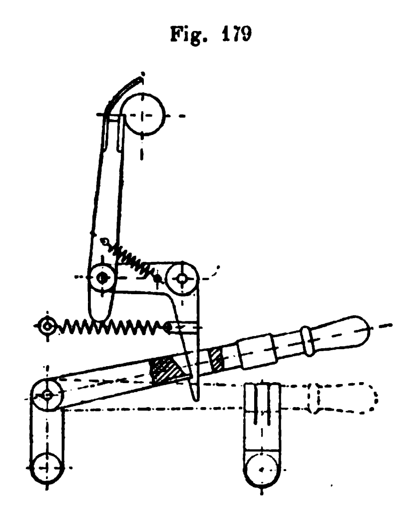
L'appareil maintient le court circuit de la machine et de la ligne jusqu'au moment où la génératrice peut être reliée à la ligne sans interruption de courant.

Pour supprimer une machine on fait la même manœuvre en sens inverse.

Une génératrice dont le moteur s'arrête accidentellement fonctionnera comme récepteur et tournera en sens inverse (Chap. XII). Pour éviter cet accident il est nécessaire de munir chaque génératrice d'un déclencheur automa-

tique (*fig.* 179), qui permet également de supprimer un groupe par le simple arrêt de la machine motrice. Au premier tour en sens inverse le déclencheur fonctionne et met la génératrice en court circuit. Le groupe étant arrêté, le surveillant isole complètement la génératrice par la manœuvre de l'interrupteur de court circuit.

Fig. 179



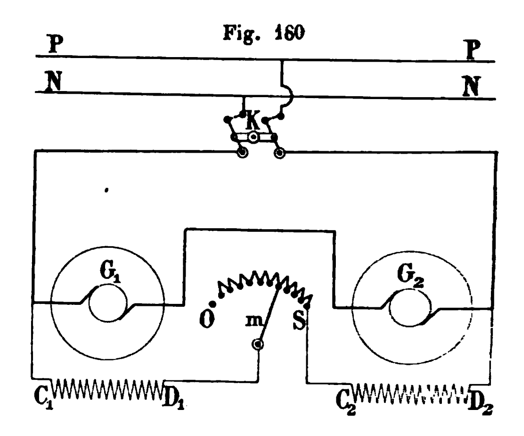
Déclencheur automatique.

Le montage en série de deux dynamos shunt est utilisé dans les distributions à potentiel constant pour doubler la différence de potentiel sous laquelle se fait l'émission du courant variable. Les deux dynamos sont généralement actionnées par le même moteur, et l'ensemble est équivalent à un groupe électrogène unique de force électromotrice double.

Le couplage se fait en réunissant d'une façon permanente le pôle négatif de G_1 au pôle positif de G_2 (*fig.* 180); les deux enroulements inducteurs sont montés en série et traversés par le même courant. Les deux champs étant égaux et les machines ayant même vitesse angulaire, leurs forces électromotrices

seront égales; la régulation du potentiel se fait par un rhé-
commun aux deux inducteurs.

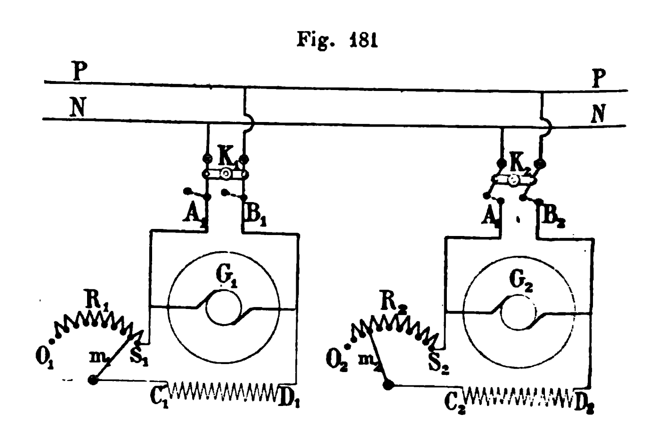
Fig. 180



Montage en série de deux dynamos shunt.

134. Montage en parallèle. — Le groupement en parallèle des dynamos shunt a une grande importance pratique pour les distributions à potentiel constant.

Fig. 181



Montage en parallèle de deux dynamos shunt.

Soient P et N (*fig.* 181) les deux conducteurs sur lesquels doivent être groupées les dynamos qui alimentent le réseau.

La dynamo G_1 étant en marche, proposons-nous de lui adjoindre la génératrice G_2.

L'interrupteur K_2 étant ouvert, on met en route la dynamo G_2 à sa vitesse de régime ; ensuite, au moyen du rhéostat R_2, on règle le champ de manière à obtenir aux bornes de la dynamo, fonctionnant à circuit ouvert, une différence de potentiel égale à celle qui existe entre les conducteurs P et N. On peut alors fermer l'interrupteur bipolaire K_2 et, aussitôt après, diminuer peu à peu la résistance du rhéostat pour augmenter graduellement le débit de la machine G_2 jusqu'à ce qu'elle fournisse son contingent du courant total.

Pour retirer une machine du circuit on affaiblit graduellement son champ au moyen du rhéostat et, lorsqu'elle ne donne plus de courant, on ouvre l'interrupteur bipolaire et l'on arrête la machine.

La manœuvre est la même quel que soit le nombre des génératrices alimentant le réseau.

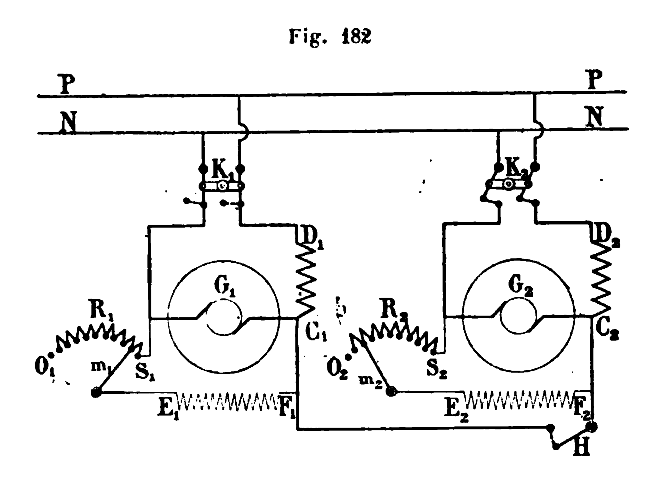
Dans quelques usines on préfère prendre l'excitation des dynamos sur les deux conducteurs généraux P et N au lieu de la prendre individuellement aux balais. Dans ce cas il est très important de ne mettre les dynamos en route que lorsque l'excitation est faite.

Le groupement en parallèle de plusieurs dynamos excitées en dérivation comporte différents appareils de contrôle et de sécurité que nous aurons à décrire en faisant l'étude des distributions à potentiel constant.

Pour grouper parallèlement deux dynamos compound on procède d'une manière analogue. La dynamo G_2 (*fig.* 182) est mise en route à circuit ouvert et réglée de manière à donner aux bornes une différence de potentiel égale à celle du réseau. On ferme ensuite l'interrupteur K_2 puis l'interrupteur H de manière à réunir directement les deux points C_1 et C_2.

Le conducteur qui joint ces deux points, et dont la résistance doit être plus faible que celle de l'enroulement série, a pour but d'égaliser les forces électromotrices des deux machines et d'assurer la stabilité de leur fonctionnement.

Fig. 182



Montage en parallèle de deux dynamos compound

Pour montrer la nécessité de cette disposition, supposons que, H étant ouvert, l'une des dynamos, par exemple G_1, développe une force électromotrice plus élevée que G_2, le courant qui passera de G_1 en G_2 étant de sens contraire à celui qui circule normalement dans l'enroulement en série de G_2, l'écart des forces électromotrices s'accroît jusqu'au moment où la polarité des inducteurs est inversée. La machine G_2 continuant à tourner dans le même sens, son courant s'inverse également; les deux machines fonctionneraient alors en série sur les conducteurs qui les réunissent, c'est-à-dire en court circuit.

Mais si les points C_1 et C_2 sont réunis par un conducteur de très faible résistance, lorsque la force électromotrice de G_1 s'élève, le courant qu'elle envoie en G_2 renforce le courant

d'excitation de cette machine et rétablit l'équilibre des forces électromotrices.

En plaçant un ampère-mètre sur la barre d'égalisation on pourra mesurer l'intensité du courant de compensation qui passe d'une machine dans l'autre. L'excitation dérivée et l'allure des deux machines doivent être réglées de manière que ce courant de compensation soit nul ou, en tout cas, très faible.

CHAPITRE XII

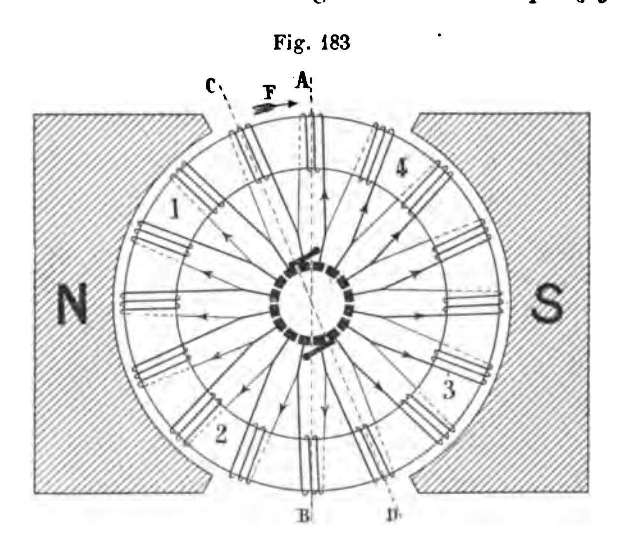
—

MOTEURS ÉLECTRIQUES A COURANT CONTINU

135. Réversibilité des dynamos. Sens de rotation. — Une dynamo à courant continu est réversible, c'est-à-dire susceptible de transformer l'énergie électrique en travail mécanique.

Considérons, pour fixer les idées, une dynamo bipolaire dont les bornes sont reliées à un générateur électrique (*fig.* 183).

Fig. 183



Si la dynamo est excitée en série, le courant du générateur passera en totalité autour de l'électro-aimant et dans l'ar-

mature ; si elle est à excitation dérivée, une partie seulement du courant passe dans l'armature; l'autre partie circule autour des électro-aimants.

Dans tous les cas, dès que la dynamo a été mise en communication avec le générateur électrique, il se développe dans les électro-aimants deux pôles de noms contraires, dont l'orientation dépendra du sens dans lequel le courant circule autour du noyau, et le courant, qui passe dans l'armature mobile, tendra à se déplacer dans le champ de l'électro-aimant.

Supposons que le courant traverse l'armature dans la direction indiquée par les flèches, et cherchons le sens du mouvement de rotation en appliquant la règle de Maxwell (**28**).

Les sections situées dans les quadrants 1 et 3, qui reçoivent le flux par leurs faces négatives, tendent à se déplacer dans le sens de la flèche F, de manière à embrasser le flux maximum ; les sections des quadrants 2 et 4 se déplaceront dans le même sens de manière à diminuer le flux qui pénètre par les faces positives. L'armature prendra donc un mouvement de rotation que l'action des balais et du collecteur rend continu.

Il en sera évidemment de même pour une machine multipolaire.

Le travail du déplacement du courant dans le champ (**28**),

$$d\mathfrak{T} = \mathrm{I}d\Phi,$$

est positif lorsque la dynamo fonctionne comme moteur, négatif lorsqu'elle fonctionne comme génératrice.

Par conséquent, si les pôles de la dynamo ne changent pas, le sens de rotation de la machine, fonctionnant comme moteur, sera inverse de celui qu'elle doit avoir pour produire le même courant lorsqu'elle fonctionne comme génératrice.

Pour que le moteur tourne dans le même sens que la génératrice, il faut, *en conservant les mêmes pôles, inverser le sens du courant dans l'armature*, ou bien *inverser les pôles en conservant le même courant dans l'armature*. Si l'on

inverse simultanément les pôles et le courant d'armature, le moteur et la génératrice tournent en sens contraires.

Appliquons cette règle aux différents modes d'excitation.

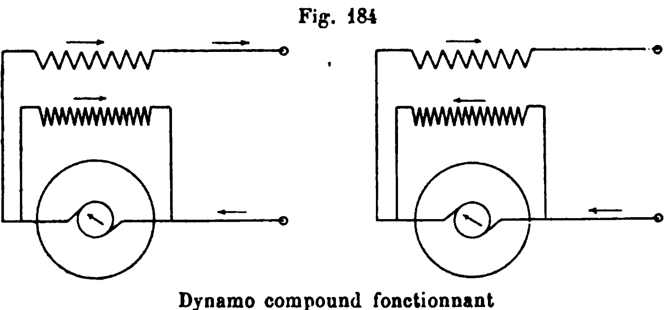
1. *Excitation indépendante.* — Les pôles étant invariables, si le sens de circulation du courant est le même dans les deux cas, le mouvement de rotation du moteur sera inverse de celui de la génératrice.

2. *Excitation en série.* — Une dynamo-série, montée pour s'amorcer et fonctionner en génératrice dans un sens déterminé, tournera à contre-sens lorsqu'elle fonctionne comme moteur, quel que soit d'ailleurs le sens du courant qu'elle reçoit, parce que les pôles sont inversés en même temps que le courant d'armature.

3. *Excitation en dérivation.* — Une dynamo-shunt tournera dans le même sens, comme moteur et comme génératrice, parce que, si le courant qui passe dans l'armature est de même sens dans les deux cas, ceux qui circulent autour des électro-aimants sont de sens contraires. Les pôles du moteur et de la génératrice ne peuvent avoir la même orientation que si le courant d'armature du moteur est inverse de celui qui est produit par la génératrice.

4. *Excitation compound.* — Lorsqu'une dynamo compound, montée en génératrice, fonctionne comme moteur, les ampère-

Fig. 184



Dynamo compound fonctionnant
comme génératrice — comme moteur

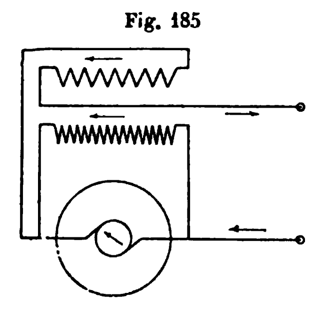
tours en série agissent en sens inverse des ampère-tours en dérivation (*fig.* 184).

Si le courant qui passe dans la machine est très intense, l'excitation en série l'emportera sur l'excitation en dérivation; la dynamo compound se comportera alors comme une dynamo-série et tournera à contre-sens.

Avec un courant d'intensité moindre, elle fonctionnera comme une dynamo-shunt et tournera dans le même sens comme génératrice et comme moteur.

Pour que le sens de rotation ne soit pas subordonné à l'intensité du courant moteur, il faut changer les connexions de l'enroulement en série (*fig.* 185) de façon que les actions des deux enroulements soient concordantes.

Fig. 185



Moteur compound avec enroulements inducteurs concordants.

136. Angle de calage des balais. — Nous savons que lorsqu'une dynamo fonctionne comme génératrice, il faut, pour éviter les étincelles, donner de l'avance aux balais; lorsqu'elle fonctionnera comme moteur, il faudra, au contraire, caler les balais en arrière de la ligne neutre du champ des électro-aimants.

Soient (*fig.* 186)

C_1, D_1, C_2, D_2,... les positions à donner aux balais d'un moteur multipolaire;

ψ, l'angle de calage en arrière de la ligne neutre OA_1;

α, l'angle de la génératrice P avec le plan OA_1 pris comme origine du mouvement,

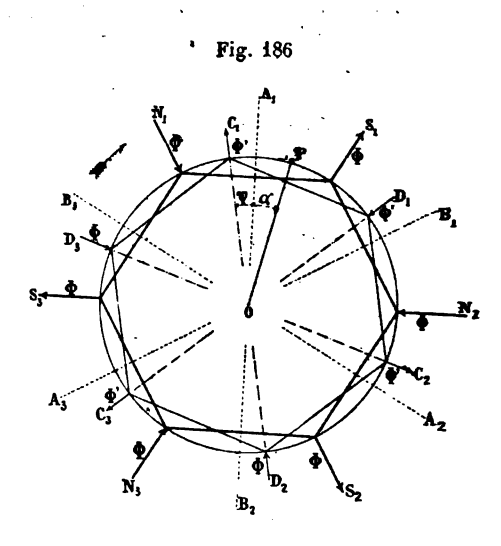
i', l'intensité du courant qui circule en P.

La puissance développée par ce courant dans la géné-trice P a pour expression

$$\frac{d\mathfrak{T}}{dt} = \frac{i' d\Phi_1}{dt}. \tag{1}$$

Φ_1 étant la somme algébrique du flux émis par l'électro-aimant et du flux développé par le courant d'armature à travers le plan OP.

Fig. 186



Pour que l'armature tourne dans le sens de la flèche (en s'éloignant de N_1) il faut que le courant circule de O vers P (de l'avant vers l'arrière du tableau) ; le flux émanant de N traverse donc OP dans le sens négatif et la composante normale de ce flux sera

$$-\frac{\Phi}{2} \cos p\alpha.$$

Les pôles développés par le courant d'armature sont situés sous les balais ; le flux intérieur est donc parallèle à la corde

C_1D_1 et, comme il traverse toujours le plan du courant dans le sens positif, sa composante normale sera

$$+\frac{\Phi'}{2}\sin p(\alpha+\psi).$$

On aura donc

$$\Phi_1 = -\frac{\Phi}{2}\cos p\alpha + \frac{\Phi'}{2}\sin p(\alpha+\psi),$$

et, comme $\frac{d\alpha}{dt} = 2\pi n$, la puissance développée par le courant i', dans la génératrice P, sera

$$\frac{d\mathcal{T}_1}{dt} = \pi p n i'[\Phi \sin p\alpha + \Phi' \cos p(\alpha+\psi)]. \tag{2}$$

Pour que le travail du courant soit constamment positif, il faut que les balais soient fixés dans une position telle que l'inversion du courant se produise au moment où $d\mathcal{T}_1$ va s'annuler et changer de signe.

$d\mathcal{T}_1$ devant être nul pour $\alpha = -\psi$ et $\alpha = \frac{\pi}{p} - \psi$, l'équation (2) donne

$$\psi = \frac{1}{p}\arcsin\frac{\Phi'}{\Phi},$$

condition identique à celle qui a été trouvée pour la dynamo fonctionnant comme génératrice (**97**); mais il faut remarquer que, pour la *génératrice*, ψ est un angle d'*avance*, tandis que, pour le *moteur*, c'est un angle de *retard*.

137. Force contre-électromotrice du moteur. — Lorsque la génératrice P passe de C_1 en D_1, c'est-à-dire lorsque α varie de $-\psi$ à $\frac{\pi}{p} - \psi$, la valeur moyenne de la puissance, pendant ce déplacement, sera

$$\frac{d\mathcal{T}}{dt} = 2pni'\Phi\cos p\psi.$$

Si l'enroulement de l'armature comprend N génératrices réunies de manière à offrir au courant I_1, qui traverse l'armature, $2p_1$ circuits parallèles, on aura

$$i' = \frac{I_1}{2p_1},$$

et la puissance développée par le déplacement du courant I_1 dans le champ des inducteurs sera

$$\frac{d\mathfrak{T}}{dt} = \frac{p}{p_1} nN\Phi I_1 \cos p\psi.$$

Elle est égale au produit de l'intensité du courant moteur par la force électromotrice que la dynamo développerait comme génératrice (**97**) si le champ et la vitesse de rotation étaient les mêmes dans les deux cas.

Cette force électromotrice est dirigée en sens inverse de celle qui maintient le courant et s'appelle la *force contre-électromotrice* du moteur.

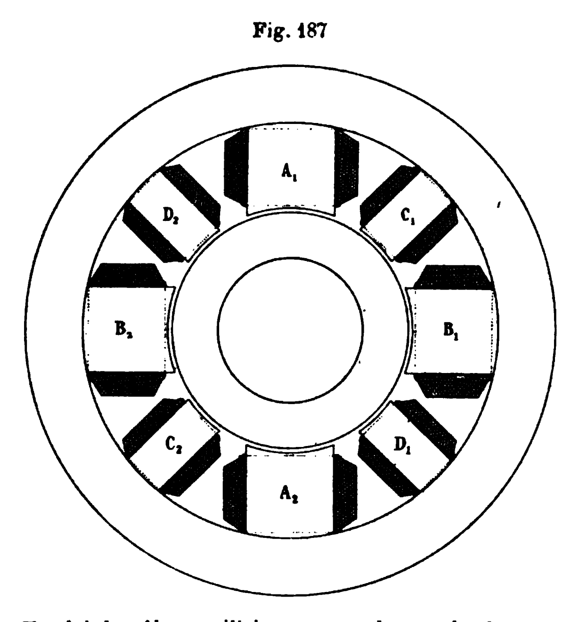
138. Influence de l'hystérésis sur l'angle de calage. — Par suite de l'hystérésis l'induction dans le noyau de tôle n'est pas parallèle à la ligne des pôles ; elle est inclinée dans le sens du mouvement.

Lorsque la dynamo fonctionne comme génératrice, les plans de commutation sont calés en avance ; le décalage apparent est augmenté (**98**) ; tandis que dans le moteur, dont les balais sont calés en retard, l'angle d'hystérésis diminue le décalage apparent.

En donnant à l'induction dans le noyau une valeur suffisamment élevée, on pourra même, en diminuant le rapport $\frac{\Phi'}{\Phi}$, annuler le décalage apparent et faire tourner le moteur dans un sens ou dans l'autre sans qu'il soit nécessaire de déplacer les balais.

139. Inducteurs auxiliaires. — On peut supprimer complètement le décalage des balais par le procédé de MM. Sautter et Harlé qui consiste à intercaler entre les inducteurs principaux A_1, B_1, A_2, B_2 (*fig.* 187) des inducteurs auxiliaires

Fig. 187



Emploi de pôles auxiliaires pour redresser le champ.

C_1, D_1, C_2, D_2 excités en série avec l'armature de manière que le flux émis par ces pôles soit dirigé en sens inverse de celui du courant d'armature.

Si nous désignons par Φ'' le flux correspondant à un de ces pôles auxiliaires, le plan mobile OP (*fig.* 186) sera traversé par le flux

$$\Phi_1 = -\frac{\Phi}{2}\cos p\alpha + \frac{\Phi' - \Phi''}{2}\cos p(\alpha + \psi),$$

et le travail élémentaire du courant aura pour expression

$$d\mathfrak{T} = \frac{pi'}{2}\left[\Phi \sin p\alpha + (\Phi' - \Phi'')\cos p(\alpha + \psi)\right]d\alpha.$$

Le travail devant s'annuler pour $\alpha = -\psi$, il faut que l'angle de calage satisfasse à la condition

$$\sin p\psi = \frac{\Phi' - \Phi''}{\Phi}.$$

Si l'enroulement de ces inducteurs auxiliaires est calculé de manière que $\Phi'' = \Phi'$, l'angle de calage sera nul, quelle que soit l'intensité du courant d'armature, puisque Φ'' et Φ' sont l'un et l'autre proportionnels à ce courant, et l'on pourra changer le sens de rotation sans déplacer les balais.

140. Commutation. — Les phénomènes, auxquels donne lieu l'inversion du courant sous les balais, sont les mêmes que lorsque la dynamo fonctionne en génératrice, et les conditions à observer, pour que la commutation se fasse sans étincelles, sont identiques.

Pendant la période d'établissement du courant dans une section, l'énergie intrinsèque correspondante est fournie par le générateur du courant moteur.

Lorsque le courant décroît, avant de changer de sens, il se développe dans la section en commutation une force électromotrice de self-induction qui prolonge la durée du courant décroissant. Comme elle agit dans le même sens que celle du courant moteur, l'énergie potentielle du courant qui disparaît retourne à la source du courant moteur, si la commutation se fait sans étincelles.

La puissance qui se transforme ainsi, pendant la commutation, en prenant alternativement la forme potentielle et la forme cinétique, se calculera de la même manière que pour une génératrice (**102**) et aura pour expression

$$\frac{dW}{dt} = \frac{p}{p_1} \frac{nN\Phi'}{2\pi} I_1 = \frac{p}{p_1} \frac{nN\Phi \sin \varphi}{2\pi} I_1 = \frac{E_0 \sin \varphi}{2\pi} I_1.$$

C'est-à-dire que cette puissance est égale au produit de l'intensité du courant moteur par la force électromotrice de self-induction

$$\frac{E_0 \sin \varphi}{2\pi}.$$

141. Différence de potentiel aux bornes de moteur. — La différence de potentiel, U, nécessaire pour maintenir le courant dans l'armature du moteur sera la somme de trois termes :

1. Force contre-électromotrice du moteur, $E_0 \cos p\psi$.
2. Force électromotrice de self-induction, $\frac{E_0 \sin \varphi}{2\pi}$.
3. Force électromotrice nécessaire pour maintenir le courant I_1 dans la résistance r.

On devra donc avoir

$$(1) \qquad U = E_0\left(\cos p\psi + \frac{\sin \varphi}{2\pi}\right) + rI_1,$$

que nous représenterons par la formule abrégée

$$(1^{bis}) \qquad U = k_1 E_0 + rI_1,$$

en posant

$$\cos p\psi + \frac{\sin \varphi}{2\pi} = k_1.$$

Si les balais sont calés dans la position qui correspond à la puissance maximum (**136**), c'est-à-dire si $p\psi = \varphi$, on aura

$$k_1 = \cos \varphi + \frac{\sin \varphi}{2\pi} \text{ [1]}.$$

---

[1] On trouvera à la fin de ce chapitre une table des valeurs de $k_1 = \cos \varphi + \frac{\sin \varphi}{2\pi}$, pour les valeurs de $\sin \varphi = \frac{NI_1}{4pp_1A}$ comprises entre 0 et 0,60.

On remarquera que $k_1 = 1$ pour $\sin \varphi = 0$ et $\sin \varphi = 0,31045$ et qu'il passe par un maximum égal à 1,01259 pour $\sin \varphi = 0,15718$.

Pour $\sin \varphi > 0,31045$, k_1 est plus petit que l'unité et décroit indéfiniment.

142. Puissance électrique totale. Puissance utile. — U étant la différence de potentiel aux bornes de moteur, et I l'intensité totale du courant, la puissance électrique qui lui est fournie sera

$$\mathfrak{P}_1 = UI.$$

Si le moteur est excité en série, la totalité du courant I passe dans l'armature ; si le moteur est excité en dérivation par un courant i, le courant d'armature sera

$$I_1 = I - i.$$

En remplaçant U par son expression en fonction de la force contre-électromotrice du moteur (**141**), on aura

$$\mathfrak{P}_1 = k_1E_0I_1 + rI_1^2 + Ui.$$

Le premier terme du second membre,

$$k_1E_0I_1 = \mathfrak{P},$$

représente la puissance électromagnétique du courant qui traverse l'armature : le second et le troisième terme représentent la puissance absorbée par l'effet Joule dans l'armature et dans l'inducteur.

La puissance mécanique disponible sur l'arbre du moteur sera toujours moindre que la puissance développée par le courant ; la différence représente la puissance absorbée par les frottements, l'hystérésis et les courants de Foucault. Comme elle ne dépend que de la vitesse de rotation et de l'intensité du champ dans lequel se déplace l'armature, on pourra la déterminer en mesurant la puissance nécessaire pour faire fonctionner le moteur, sans charge extérieure, avec la même vitesse angulaire, la même différence de potentiel aux bornes, et le même calage qu'en marche normale. En désignant par I_0 le courant nécessaire pour faire fonctionner

le moteur à vide dans les conditions ci-dessus, la puissance disponible sur l'arbre, ou puissance utile, sera

$$\mathcal{P}_2 = k_1 E_0 (I_1 - I_0)$$

et, en remplaçant E_0 par sa valeur

$$E_0 = \frac{p}{p_1} nN\Phi = nf(A),$$

on pourra mettre l'expression de la puissance utile sous la forme

$$\mathcal{P}_2 = nk_1(I_1 - I_0)f(A).$$

143. Couple moteur. Couple utile. — Désignons par F la forme tangentielle exercée par le courant sur l'armature, et par a la distance du point d'application de cette force à l'axe de rotation ; le moment de la force par rapport à l'axe sera

$$C = aF.$$

Ce moment de rotation s'appelle le *couple moteur*.

Le travail accompli en une seconde par la force F, c'est-à-dire la puissance électromagnétique du courant sera

$$\mathcal{P} = 2\pi nC.$$

Comme l'on a aussi (**142**)

$$\mathcal{P} = k_1 E_0 I_1 = nk_1 I_1 f(A),$$

l'expression du couple moteur sera

$$C = \frac{k_1 I_1 f(A)}{2\pi}.$$

La valeur du *couple utile* se déduira, de même, de l'expression de la puissance utile et l'on aura

$$C_2 = \frac{k_1(I_1 - I_0)f(A)}{2\pi}.$$

144. Détermination de la caractéristique interne d'un moteur. — La caractéristique interne du moteur, c'est-à-dire la courbe dont les ordonnées représentent la force contre-électromotrice totale du moteur en fonction du nombre d'ampère-tours pris comme abscisse, à une vitesse angulaire déterminée, n'est autre chose que la caractéristique à circuit ouvert de la même dynamo fonctionnant comme génératrice dans les mêmes conditions, et pourra être tracée expérimentalement par la méthode indiquée (**106**).

Au lieu d'actionner la machine par un moteur mécanique, on peut, après avoir excité les électro-aimants par une source indépendante et réglé le nombre d'ampère-tours, faire tourner l'armature en y lançant un courant d'intensité convenable, de manière à faire fonctionner la dynamo comme moteur sans charge extérieure, en réglant la vitesse angulaire par la différence de potentiel aux bornes.

En désignant par I_0 l'intensité du courant nécessaire pour la marche à vide, on aura

$$U = k_1 E_0 + rI_0$$

et comme, au régime de la marche à vide, les balais pourront être calés dans les plans neutres, l'on aura

$$f(A) = \frac{E_0}{n} = \frac{U - rI_0}{n}.$$

Lorsqu'on dispose d'une source électrique convenable, cette manière de déterminer expérimentalement la caractéristique à circuit ouvert, est la plus simple et la plus rapide.

145. Étude du fonctionnement des moteurs à courant continu. — Les deux éléments qui caractérisent le fonctionnement d'un électromoteur sont le couple utile et la vitesse angulaire.

Le couple utile nécessaire est déterminé par la nature du travail que doit exécuter l'outil actionné et par le rapport des vitesses de rotation de l'arbre du moteur et de celui de l'outil.

Les dispositions à prendre pour régler la vitesse de rotation diffèrent selon que le moteur est excité en série ou en dérivation et qu'il est alimenté par un courant constant ou sous une différence de potentiel constante.

L'étude des différentes questions, qui se présentent dans les applications des électromoteurs à courant continu, se fait au moyen des formules que nous venons d'établir, et que nous groupons ci-après, pour en faciliter l'emploi.

Différence de potentiel aux bornes du moteur (**141**)

(1) $$U = nk_1 f(A) + rI_1.$$

Puissance électrique totale (**142**)

(2) $$\mathfrak{P}_1 = UI = nk_1 I_1 f(A) + rI_1^2 + Ui.$$

Puissance électromagnétique du courant (**142**)

(3) $$\mathfrak{P} = n_1 k_1 I_1 f(A).$$

Puissance utile (**142**)

(4) $$\mathfrak{P}_2 = nk_1(I_1 - I_0) f(A).$$

Couple moteur (**143**)

(5) $$C = \frac{k_1 I_1 f(A)}{2\pi}.$$

Couple utile (**143**)

(6) $$C_2 = \frac{k_1(I_1 - I_0) f(A)}{2\pi}.$$

Intensité du courant moteur

En éliminant $f(A)$ entre les équations (1) et (4), on obtient l'intensité du courant nécessaire pour développer une puissance utile donnée $\mathfrak{P}_2$

(7) $$I_1 = I_0 + \frac{(U - rI_0) - \sqrt{(U - rI_0)^2 - 4\mathfrak{P}_2 r}}{2r},$$

(8) $$I = I_1 + \frac{U}{r_e}.$$

La formule (5) détermine aussi le maximum de la puissance utile que pourra développer le moteur, lorsque la différence de potentiel aux bornes est fixée, puisqu'il est évident que l'on doit avoir

$$\mathfrak{P}_2 < \frac{(U - rI_0)^2}{4r}. \tag{9}$$

Les grandeurs électriques, qui entrent dans ces formules, étant exprimées en unités usuelles (ohm, volt, ampère, seconde), les puissances seront données en watts et les couples en joules.

La puissance en chevaux-vapeur s'obtiendra en divisant le nombre de watts par 736 watts = 1 cheval-vapeur.

Pour avoir les couples en kilogrammètres, on divisera le nombre de joules par 9,81 joules = 1 kilogrammètre.

Pour avoir la vitesse angulaire en nombre de tours par minute, on prendra $n' = 60\,n$.

Lorsqu'on fait l'étude du fonctionnement d'un moteur en vue d'une exploitation spéciale, il est souvent plus commode d'adopter des unités différentes.

C'est ainsi, par exemple, que, pour les moteurs de traction, il est d'usage de définir le couple moteur par l'effort de traction développé à la jante des roues, et les vitesses de rotation en kilomètres par heure.

Désignons par

d, le diamètre des roues en mètres ;

$\frac{1}{m}$, le facteur de réduction de vitesse résultant de la transmission de mouvement entre le moteur et l'essieu ;

v, la vitesse en kilomètres par heure ;

F, l'effort de traction en kilogrammes à la jante des roues.

Nous aurons

$$v = 3{,}6\,\frac{\pi d}{m}\,n \text{ kilomètres par heure}$$

et

$$F = \frac{2m}{d}\,\frac{C_2}{9{,}81} \text{ kilogrammes.}$$

Pour le moteur d'un appareil de levage on définirait de même le couple par le poids soulevé et la vitesse de rotation par l'élévation en mètres par minute ou par seconde.

MOTEURS EXCITÉS EN SÉRIE

146. Courant constant. — L'intensité du courant étant constante dans l'inducteur et dans l'induit, le couple moteur

$$C = \frac{k_1 f(A)}{2\pi} I$$

est invariable ; le moteur ne peut démarrer que si ce couple est supérieur au couple résistant; il prend alors la vitesse pour laquelle les deux couples se font équilibre. Si la charge décroit, le moteur s'accélère jusqu'à ce que l'équilibre soit rétabli. Il en résulte qu'un moteur-série, alimenté par un courant constant, ne peut être utilisé sans réglage que lorsque sa charge doit rester constante, comme par exemple lorsqu'il actionne un ventilateur, une pompe ou un élévateur à charge constante.

Toutes les fois que le couple résistant est susceptible de variations, ce qui est le cas le plus fréquent, il faut avoir recours à une régulation de la vitesse que l'on obtient en modifiant le champ ou le calage des balais.

Le champ se règle par une résistance variable montée en dérivation sur l'enroulement inducteur (**123**) ; l'armature est traversée par le courant total, tandis que l'inducteur ne reçoit que le courant nécessaire pour produire le champ correspondant au couple utile. C'est le mode de réglage le plus employé; mais il ne permet pas de faire varier la charge du moteur dans des limites très étendues, à cause des étincelles qui se produisent au collecteur et le mettraient promptement hors de service. Si le moteur doit fonctionner quelquefois à très faible charge, il est préférable de régler la vitesse par le décalage des balais.

Pour la pleine charge, les balais sont fixés dans la position correspondant à la puissance maximum du moteur ; lorsque la charge diminue et que la vitesse augmente, le régulateur à boules déplace le collier des porte-balais de manière à diminuer le couple moteur en augmentant l'angle de calage.

Comme il est souvent utile, notamment au moment du démarrage, de pouvoir disposer d'un couple moteur supérieur au couple normal, les deux modes de réglage, que nous venons d'indiquer, peuvent être combinés de la manière suivante :

Le moteur est réglé pour développer le couple normal avec un nombre d'ampère-tours moindre que celui qui correspond au passage de la totalité du courant dans l'enroulement inducteur qui est alors shunté par une résistance de réglage. Lorsque la charge diminue la vitesse est réglée par le décalage des balais ; lorsquelle dépasse sa valeur normale, le réglage est fait par le champ dont on augmente l'intensité.

Fig. 188

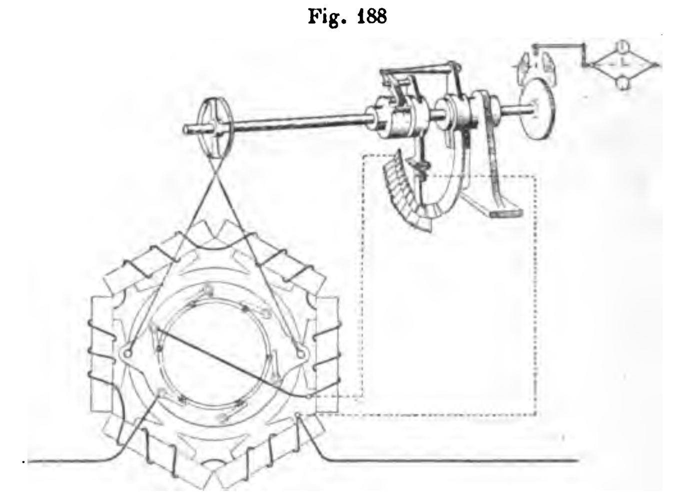


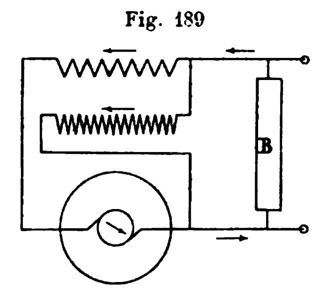
Schéma du régulateur automatique de vitesse.

La *fig.* 188 indique la disposition générale de ce double mode de régulation tel qu'il est employé par la Compagnie de l'Industrie Electrique de Genève.

Le réglage automatique est obtenu par un tachymètre agissant sur un double encliquetage qui commande le curseur du rhéostat shunt et le plateau des porte-balais.

Lorsque le décalage des balais, produit par le régulateur, correspond à la position normale de pleine charge, il s'arrête et le réglage s'achève par le curseur du rhéostat qui n'agit qu'au moment des coups de collier pour permettre la surexcitation du moteur.

Fig. 189



Réglage par accumulateurs.

Pour les moteurs de faible puissance on peut employer un mode de réglage basé sur l'emploi d'une batterie d'accumulateurs montée en dérivation entre les balais du moteur et agissant comme volant (*fig.* 189). Le moteur est à excitation compound; la batterie B est formée d'un nombre d'éléments tel que sa force électromotrice fasse équilibre à la différence de potentiel qui s'établit aux bornes lorsque le moteur fonctionne à pleine charge.

Dans ces conditions l'alimentation est faite exclusivement par le courant de ligne et la batterie ne reçoit et ne fournit rien. Lorsque la charge du moteur diminue et que la vitesse augmente, la différence de potentiel aux bornes augmente ainsi que l'excitation dérivée et la batterie se charge par l'excédent de courant disponible; l'énergie ainsi accumulée peut être utilisée en cas de coup de collier.

Au repos le moteur est isolé du circuit général par un

interrupteur de court circuit (*fig.* 178, p. 328). Pour mettre le moteur en marche il suffit d'ouvrir l'interrupteur; mais comme il se produit, au moment de la fermeture du circuit, une étincelle assez forte due à la self-induction du moteur, il convient, surtout pour les moteurs puissants, d'ajouter à l'interrupteur un pare-étincelles (*fig.* 190) monté en série avec le moteur.

Fig. 190

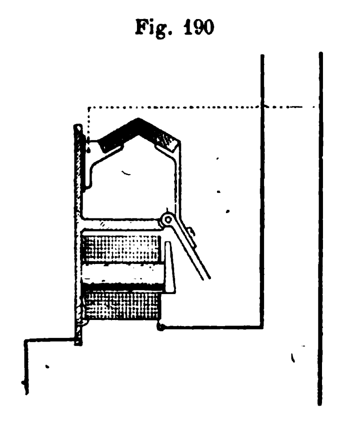


Schéma du pare-étincelles.

Deux blocs de charbon, dont l'un est fixé à l'armature mobile d'un électro-aimant, sont reliés aux deux bornes du moteur ; dans la position de repos ils sont au contact et maintiennent la communication entre les deux bornes, de telle sorte qu'au moment de la manœuvre de l'interrupteur il ne se produit aucune étincelle ; mais le courant, qui traverse alors l'électro-aimant, produit l'attraction de l'armature, écarte les blocs entre lesquels jaillit l'étincelle de fermeture et le moteur se met en marche ; on évite ainsi l'usure de l'interrupteur et il suffit de remplacer de temps en temps les blocs de charbon.

Comme, dans une distribution à courant constant, tous les récepteurs sont montés en série sur la ligne, il est nécessaire de munir chacun d'eux d'un *bye-pass* automatique qui

mettra en court-circuit la portion de la ligne qui absorberait accidentellement une différence de potentiel exagérée : par exemple si le conducteur est rompu ou si un moteur prend une vitesse trop grande.

Fig. 191

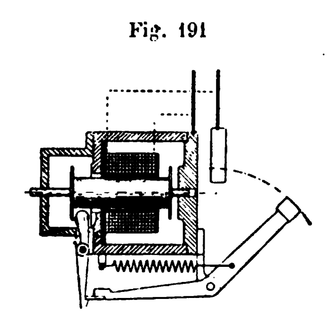


Schéma du bye-pass automatique.

Cet appareil (*fig.* 191) est composé d'un interrupteur à enclenchement commandé par un électro-aimant, à armature libre, excité par une dérivation prise entre les extrémités de la portion de circuit à protéger. La limite de voltage qu'il importe de ne pas dépasser étant fixée, on règle au moyen d'un rhéostat la résistance du circuit de l'électro-aimant de manière que, pour les voltages inférieurs, le courant qui passe autour du noyau soit insuffisant pour déplacer l'armature de l'électro-aimant. Si la limite est dépassée, l'électro-aimant fait jouer le déclenchement de l'interrupteur et la boucle, dans laquelle s'est produit l'accident, est mise en court-circuit automatiquement.

147. Différence de potentiel constante. — La différence de potentiel qui maintient le courant dans le moteur excité en série étant constante, on voit que l'intensité

$$I = \frac{U - nk_1 f(A)}{r},$$

sera maximum pour $n = 0$, c'est-à-dire au démarrage.

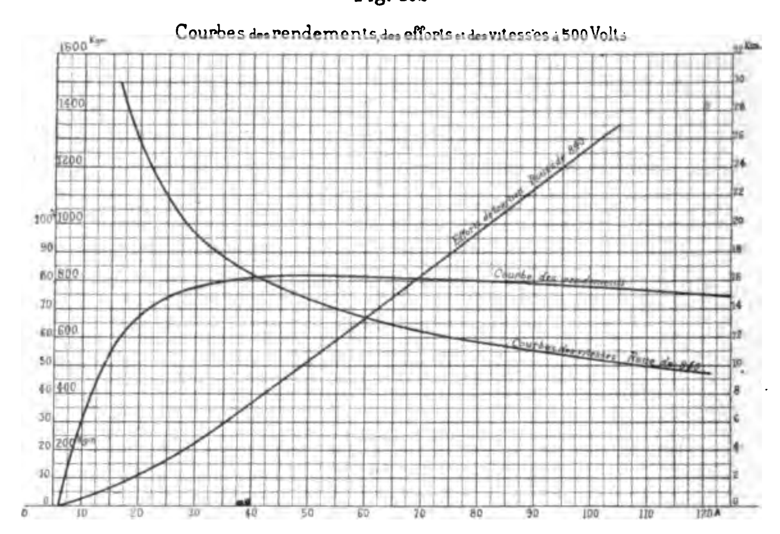
La résistance intérieure, *r*, étant toujours très petite, l'intensité de ce courant dépasserait beaucoup celle que les conducteurs intérieurs peuvent transmettre sans être endommagés. Il faudra donc limiter le courant qui passe dans le moteur en intercalant dans le circuit une *résistance de démarrage* que l'on diminue progressivement à mesure que la force contre-électromotrice du moteur augmente.

Pour étudier le fonctionnement du moteur sous des charges différentes, on trace, au moyen de la caractéristique à circuit ouvert, les courbes définies par les équations (**145**)

$$C_2 = \frac{k_1(I - I_0)f(A)}{2\pi}, \qquad n = \frac{U - rI}{k_1 f(A)},$$

en prenant comme abscisse l'intensité du courant moteur.

Fig. 192



Caractéristiques mécaniques d'un moteur excité en série.

La *fig.* 192 donne le tracé de ces courbes pour un moteur de tramway type TH. 2, de la C[ie] Thomson-Houston, fonctionnant sous une différence de potentiel de 500 volts.

L'effort de traction en kilogrammes et la vitesse en kilo-

mètres par heure correspondent à des roues de $0^m,840$ de diamètre avec une réduction de vitesse de $\frac{15}{69} = \frac{1}{4,6}$ entre le moteur et l'essieu.

La courbe des rendements donne le rapport de la puissance mécanique utile à la puissance totale du courant.

On voit que les efforts moteurs sont sensiblement proportionnels au courant.

Quand l'effort résistant diminue, la vitesse s'accélère ; la force contre-électromotrice augmente et l'intensité du courant diminue ainsi que l'effort de traction ; c'est une condition favorable à la stabilité de marche du moteur ; mais elle n'est pas suffisante parce que $f(A)$ diminue en même temps que le courant et n augmentera.

Si les inducteurs sont saturés, $f(A)$ diminuera beaucoup moins vite que I, et la vitesse variera d'abord très peu ; mais à mesure que l'induction diminue, le flux décroît presque aussi rapidement que le courant et la vitesse augmente beaucoup. Le moteur excité en série, dont la charge varie, devra donc être pourvu d'un régulateur de vitesse.

Comme l'intensité du courant ne dépend que du couple moteur, on pourra maintenir le nombre de tours constant en introduisant dans le circuit une résistance auxiliaire, R, telle que

$$U - (r + R)I = nk_1 f(A).$$

La résistance R peut se déterminer de la manière suivante :

La courbe des vitesses donnant

$$\frac{U - rI}{k_1 f(A)} = n_1,$$

pour avoir

$$\frac{U - (r + R)I}{k_1 f(A)} = n,$$

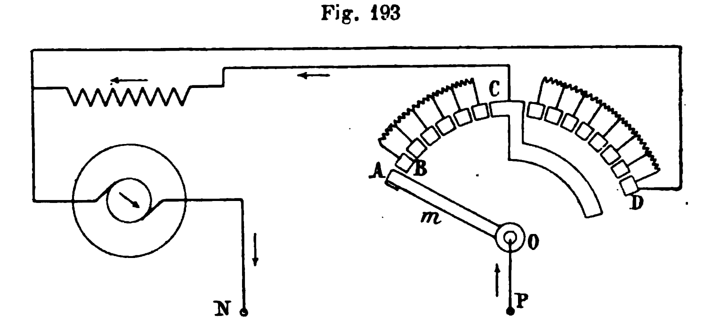
on devra prendre

$$R = \frac{U - rI}{I}\left(1 - \frac{n}{n_1}\right).$$

Le rhéostat de démarrage permet de régler très exactement la vitesse, en la diminuant lorsqu'elle tend à dépasser sa valeur normale. Pour l'augmenter il faut affaiblir le champ en shuntant les inducteurs, de manière à diminuer $f(A)$.

La *fig.* 193 montre la disposition qui peut être adoptée pour le réglage de la vitesse dans les deux sens.

Fig. 193



Rhéostat de démarrage et régulateur de vitesse.

Au repos, le curseur du rhéostat étant sur le plot mort A, le courant ne passe pas ; pour démarrer, après avoir amené le curseur en B, on diminue peu à peu la résistance intercalée jusqu'à ce que la vitesse de régime soit établie. Lorsque le curseur est en C, la résistance en série avec le moteur est supprimée et, pour augmenter encore la vitesse, on devra continuer à déplacer la manette dans le même sens, entre C et D, de manière à affaiblir le courant inducteur.

Ce mode de réglage est très simple et très exact ; c'est celui qui est employé le plus souvent ; malheureusement il donne lieu à une perte de travail par l'effet Joule dans la résistance de réglage, et cette perte peut devenir importante si le moteur doit souvent fonctionner au-dessous de sa puissance normale.

On peut éviter cet inconvénient en réglant la vitesse par le courant d'excitation de la manière suivante :

Au lieu de réaliser le nombre d'ampère-tours correspondant à la puissance maximum en faisant passer la totalité du courant moteur autour des inducteurs, on donnera à l'enroulement des électro-aimants un nombre de spires tel que l'on obtienne ces ampère-tours avec un courant $I' < I$, en shuntant cet enroulement par une résistance s, de manière à avoir

$$MI' = \frac{s}{s + r_2} MI = A.$$

Lorsque le courant moteur diminuera, on pourra, en modifiant la résistance du shunt, donner à A une valeur telle que n reste constant.

Ainsi, par exemple, si l'enroulement inducteur a été prévu pour donner le flux maximum avec la moitié du courant maximum, la vitesse pourra être maintenue constante entre la pleine charge et la demi-charge du moteur, au moyen du shunt seul, sans qu'il soit nécessaire d'introduire une résistance en série.

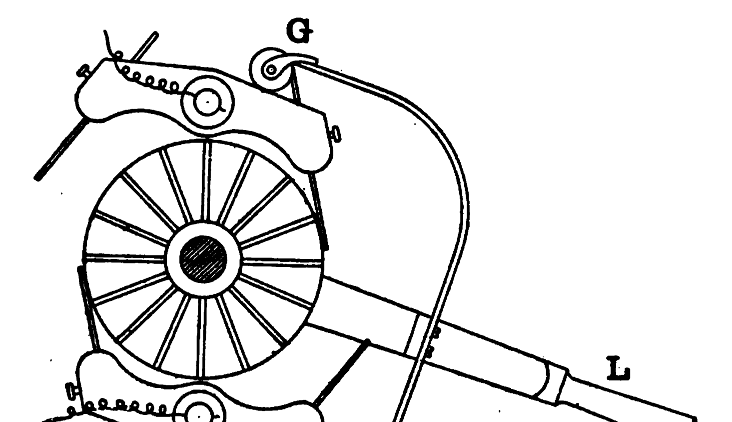
Au lieu de faire passer dans la totalité de l'enroulement une fraction $\frac{1}{m}$ du courant moteur, on peut sectionner l'enroulement et faire passer le courant total dans $\frac{M}{m}$ spires, m étant variable.

Pour un nombre donné d'ampère-tours, la résistance intérieure de la machine et la puissance absorbée par l'effet Joule seront les mêmes dans les deux cas ; mais le sectionnement de l'enroulement inducteur complique un peu la construction du moteur et la méthode du shunt est préférable.

La régulation de la vitesse, par l'un ou l'autre des deux modes que nous venons de décrire, peut être faite à la main d'après les indications d'un tachymètre monté sur le moteur, ou bien automatiquement en commandant le rhéostat par un régulateur à boules.

148. Inversion du sens de rotation. — Pour changer le sens de la rotation d'un moteur il faut changer le sens du courant dans l'induit ou dans les inducteurs (**135**). De plus, si les balais ne sont pas dans le plan neutre, il faudra les déplacer de manière qu'ils soient toujours calés en arrière de la ligne neutre. C'est en général dans l'armature que se fait l'inversion du courant, et les deux opérations peuvent être effectuées simultanément par la manœuvre du levier de changement de marche L (*fig.* 194) qui agit sur les porte-balais

Fig. 194



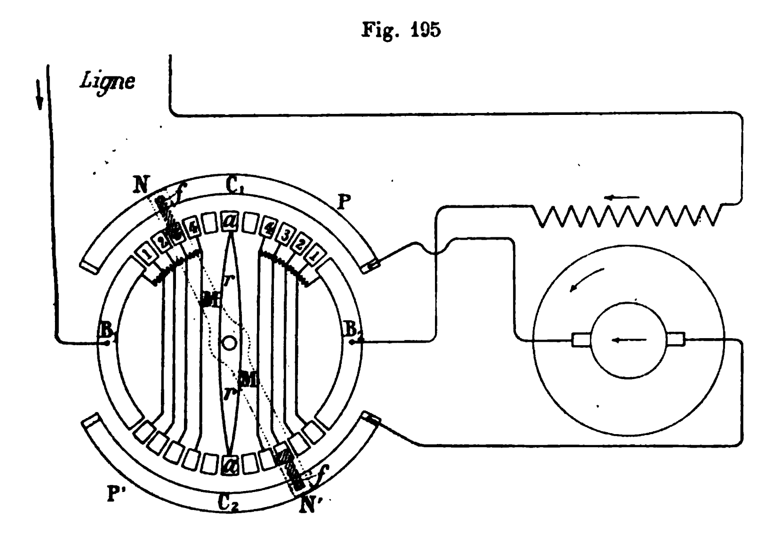
Changement du sens de rotation avec manœuvre des balais.

d'un moteur bipolaire par l'intermédiaire de deux galets G G en matière isolante. En déplaçant le levier L on fera appuyer sur le collecteur l'une ou l'autre des deux paires de balais, de manière a changer le sens du courant dans l'induit, et, comme l'angle compris entre les deux balais qui sont montés sur un des supports est égal à $\pi - 2\psi$, les balais prennent chaque fois la position qui leur convient en arrière du plan neutre.

Cette disposition n'est plus employée que rarement, car les moteurs que l'on construit maintenant sont étudiés de manière à supprimer le décalage et, avec des balais en charbon appuyant normalement sur le collecteur, il suffira de renverser le sens du courant dans l'induit.

La *fig.* 195 indique la disposition d'un inverseur de courant, avec résistances de démarrage et de réglage, pour un moteur de pont roulant (Ateliers du Creusot).

Fig. 195



Appareil de mise en marche avec changement du sens de rotation.

Ce rhéostat inverseur est formé de deux parties semblables dont chacune correspond à un sens de rotation déterminé. Chaque moitié comprend un certain nombre de résistances pouvant être successivement introduites dans le circuit du moteur ou supprimées.

Le levier de manœuvre MM, isolé, porte à chaque extrémité une palette métallique, *f*, qui établit par contact la communication des segments métalliques C_1 et C_2 avec les plots entre lesquels sont montées les résistances.

On voit que lorsque le levier MM se trouve sur la ligne des

plots a a, le courant est interrompu ; en l'amenant dans la position NN′ on fait démarrer le moteur dans le sens de la flèche sur des résistances décroissantes ; en ramenant le levier sur la ligne aa on supprime de nouveau le courant. Mais en général l'inertie des pièces mobiles prolongera plus ou moins le mouvement du moteur après la rupture du courant et, si l'on réunit les deux balais par une résistance de court circuit, rr, la force électromotrice induite par le magnétisme rémanent donnera naissance à un courant intérieur dirigé de manière à s'opposer au mouvement et le moteur stoppera.

En déplaçant le levier MM du côté PP′, on changera le sens du courant dans l'induit et, comme le courant inducteur circule toujours dans le même sens, le moteur démarrera et tournera en sens inverse de la flèche.

149. Différence de potentiel variable. — Pour une valeur donnée du couple moteur, le courant et les ampère-tours sont déterminés. Le nombre de tours par seconde,

$$n = \frac{U - rI}{k_1 f(A)},$$

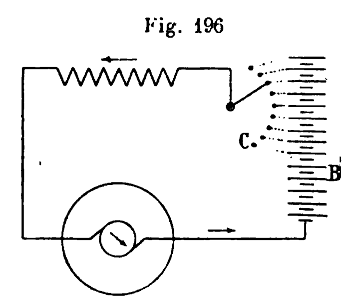
sera donc proportionnel à $U - rI$ et, comme rI est très petit, le nombre de tours sera sensiblement proportionnel à la différence de potentiel sous laquelle le courant entre dans le moteur.

Si le moteur est branché sur une batterie d'accumulateurs B (*fig.* 196), on pourra donc régler la vitesse en faisant varier le nombre des éléments actifs au moyen du commutateur C et il ne sera plus nécessaire d'employer un rhéostat de réglage.

Avec une différence de potentiel extérieure constante, on pourra modifier la tension sous laquelle fonctionne le moteur en disposant sur l'armature deux enroulements semblables, munis chacun d'un collecteur, et constituant, dans

le même champ magnétique, deux induits indépendants qui pourront être groupés en série ou en parallèle. S'ils sont réunis en série, chacun d'eux fonctionnera sous une différence de potentiel égale à la moitié de la différence de potentiel

Fig. 196



Moteur alimenté sous une différence de potentiel variable.

extérieure ; s'ils sont montés en parallèle, chacun d'eux sera soumis à la différence de potentiel totale. Ce dispositif comporte en outre un rhéostat de démarrage et de réglage dont le rôle est le même que pour les moteurs simples.

MOTEURS EXCITÉS EN DÉRIVATION

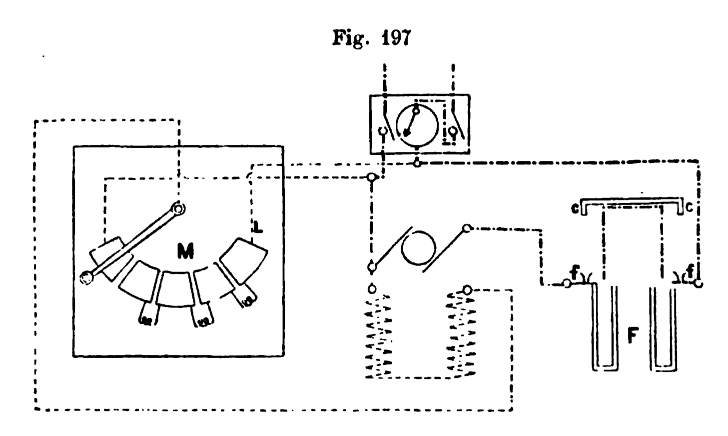
150. Courant constant. — Lorsque le moteur est au repos, la différence de potentiel qui s'établit aux bornes est celle qui correspond à la résistance intérieure de l'induit ; le courant inducteur qui en résulte sera très faible. Il faudra donc faire démarrer le moteur à vide ou introduire une résistance à la suite de l'induit, de manière à créer, entre les deux extrémités de l'enroulement dérivé, une chute de potentiel suffisante pour obtenir immédiatement le courant d'excitation nécessaire au démarrage en charge. Une fois le moteur lancé, la différence de potentiel aux balais augmente avec la vitesse et la résistance auxiliaire peut être graduellement supprimée.

Bien qu'il soit possible d'obtenir ainsi la pleine excitation au démarrage, les moteurs à excitation dérivée ne peuvent pas être utilisés sur une distribution à courant constant. Il est facile de voir, en effet, qu'une diminution de la charge entraînera une augmentation du couple moteur, puisque le courant d'excitation augmente avec la vitesse, et, inversement, si le couple résistant augmente, le couple moteur diminuera, et le régime du moteur sera absolument instable.

151. Différence de potentiel constante. — Lorsqu'un moteur-shunt est alimenté à potentiel constant, le champ inducteur sera également constant, et le couple moteur sera maximum au démarrage ; il diminue à mesure que la vitesse augmente.

Pour que l'intensité du courant ne soit pas excessive au moment de la mise en route, il faut employer un rhéostat de démarrage. Ce rhéostat peut être formé par des fils métalliques ou par une résistance liquide.

Fig. 197



Connexions d'un moteur shunt avec rhéostat de démarrage à liquide.

La *fig.* 197 indique les connexions d'un moteur shunt avec rhéostat de démarrage à liquide. Cet appareil est formé par deux auges en tôle, remplies d'une solution étendue de carbonate de sodium, dans lesquelles on fait plonger une feuille

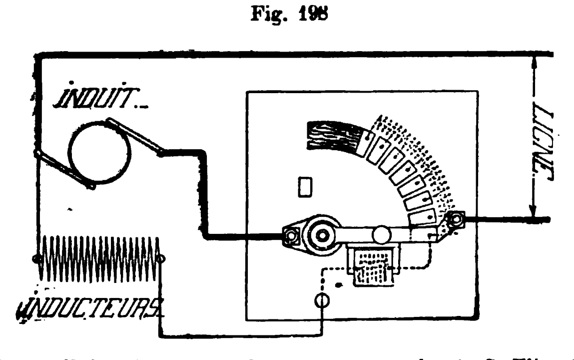
de tôle recourbée en ∩. On modifie la résistance intercalée dans le circuit en faisant varier la surface d'électrodes immergée. Pour supprimer la résistance de démarrage, on engage les rebords *cc* du couvercle métallique dans les pinces à ressort *ff*.

Pour mettre la machine en route, après avoir fermé l'interrupteur bipolaire, on manœuvre le rhéostat M pour exciter les inducteurs, puis on abaisse graduellement les électrodes mobiles du rhéostat de démarrage, en suivant des yeux l'aiguille de l'ampèremètre, de manière à arriver à fond de course lorsque le moteur a pris sa vitesse de régime.

Pour arrêter le moteur, on fait la manœuvre inverse : après avoir relevé les électrodes, on ramène le curseur du rhéostat M dans la position indiquée sur la *fig.* 197 ; les inducteurs étant alors en court circuit, on ouvre l'interrupteur bipolaire.

Les rhéostats à liquide sont moins coûteux que les rhéostats métalliques, surtout pour les moteurs de grande puissance ; mais ils ont l'inconvénient d'être encombrants te d'exiger un certain entretien, de sorte que le plus souvent on donne la préférence aux résistances métalliques, malgré leur prix plus élevé.

Fig. 198



Appareil de mise en marche pour moteur shunt (G. Elison).

La *fig.* 198 montre la disposition d'un démarreur métallique simple, sans régulateur de champ.

La manette est constamment rappelée sur le plot mort au moyen d'un ressort fixé sur l'axe de rotation. Pour mettre le moteur en route, on déplace lentement la manette de gauche à droite de manière à supprimer graduellement les résistances de démarrage ; dès que le courant commence à pénétrer dans l'armature, le champ se trouve excité; le courant d'excitation passe dans un électro-aimant qui immobilise la manette du rhéostat lors qu'elle est arrivée au bout de sa course. Si, par accident, l'excitation est interrompue, la manette, n'étant plus retenue par l'électro-aimant, revient automatiquement sur le plot mort et le moteur s'arrête. On voit que le démarreur forme un circuit fermé avec l'inducteur et l'induit, de sorte que la mise hors circuit du moteur se fait à peu près sans étincelles.

Fig. 199 Fig. 200

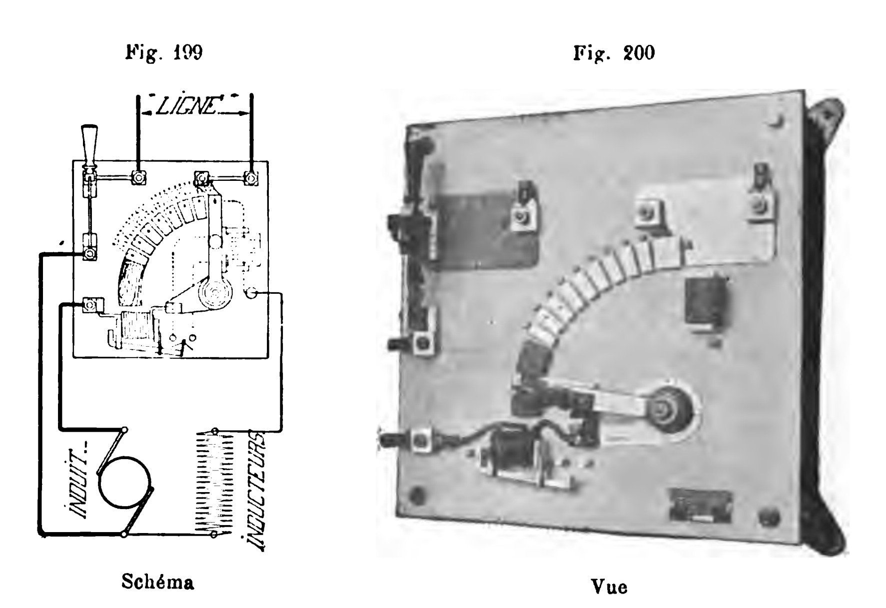


Schéma Vue

Appareil de mise en mise en marche pour moteur shunt avec déclencheur automatique en cas de surcharge (G. Elison).

Le démarreur, représenté par les *fig.* 199 et 200, dont le principe est le même que le précédent, est muni en outre

d'un interrupteur à main et d'une bobine de protection contre une surcharge accidentelle du moteur.

Lorsque l'intensité du courant qui arrive au moteur dépasse la limite prévue, l'armature de cette bobine se déplace de manière à mettre en court circuit l'enroulement de l'électro-aimant supérieur. La manette du rhéostat, n'étant plus retenue, revient automatiquement sur le plot mort et le moteur s'arrête. Le démarreur est muni en outre de deux plombs de sûreté fusibles, un sur chaque pôle.

L'étude du fonctionnement d'un moteur shunt sous des charges différentes se fait au moyen des caractéristiques mécaniques définies par les équations

$$n = \frac{U - rI_1}{k_1 f(A)}$$

et

$$C_2 = \frac{k_1(I_1 - I_0)f(A)}{2\pi} \qquad \text{ou} \qquad \mathfrak{P}_2 = nk_1(I_1 - I_0)f(A).$$

Ces courbes se construisent au moyen de la caractéristique à circuit ouvert de la même manière que pour un moteur excité en série ; mais leur forme est un peu différente.

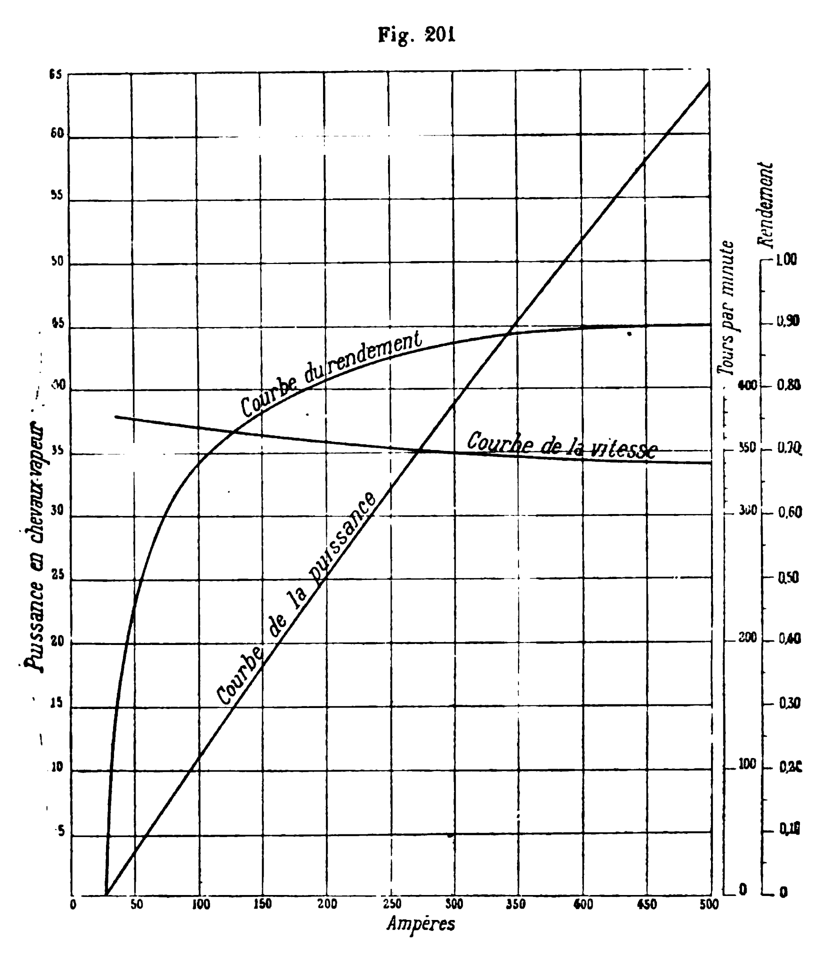
La *fig.* 201 donne le tracé de ces courbes pour un moteur de 60 chevaux fonctionnant sous une différence de potentiel de 110 volts, avec calage constant des balais, à la vitesse normale de 360 tours par minute.

La différence de potentiel sous laquelle est alimenté le moteur étant constante, si la résistance des inducteurs ne change pas, $f(A)$ sera constant, et la vitesse de rotation n'est affectée par les fluctuations de la charge qu'en raison de la réaction d'induit. S'il est nécessaire de maintenir la vitesse absolument constante, il faut monter en série avec les inducteurs un rhéostat de réglage au moyen duquel on pourra

augmenter l'intensité du courant inducteur pour diminuer la vitesse, et la diminuer pour accélérer le moteur.

Les moteurs à excitation dérivée, alimentés sous une différence de potentiel constante, sont donc parfaitement appropriés aux applications dans lesquelles la vitesse doit rester constante malgré les variations de la puissance consommée.

Fig. 201



Caractéristiques mécaniques d'un moteur shunt.

Si, pour une cause quelconque, le couple résistant appliqué au moteur change de signe, la vitesse augmente et, comme

le courant inducteur ne change pas de sens, le courant qui circule dans l'armature

$$I_1 = \frac{U - nk_1 f(A)}{r}$$

diminue rapidement pour s'inverser dès que la force contre-électromotrice de la machine l'emporte sur la tension extérieure; la dynamo devient alors génératrice et fonctionne comme frein en fournissant de l'énergie au réseau.

Cette récupération d'énergie n'est pas réalisable avec un moteur excité en série, parce que, $f(A)$ changeant de signe en même temps que I, la force électromotrice du moteur viendrait s'ajouter à celle de la distribution pour augmenter l'intensité du courant de circulation dans le moteur.

Pour changer le sens de rotation d'un moteur-shunt on renversera le sens du courant dans l'induit, comme pour le moteur série (*fig.* 195), en reliant les deux extrémités de l'enroulement dérivé aux points B_1 et B_2 de manière qu'en aucun cas on ne puisse lancer le courant dans l'induit avant que le champ ne soit excité.

La régulation de la vitesse de rotation du moteur-shunt peut être rendue automatique par l'addition d'un enroulement

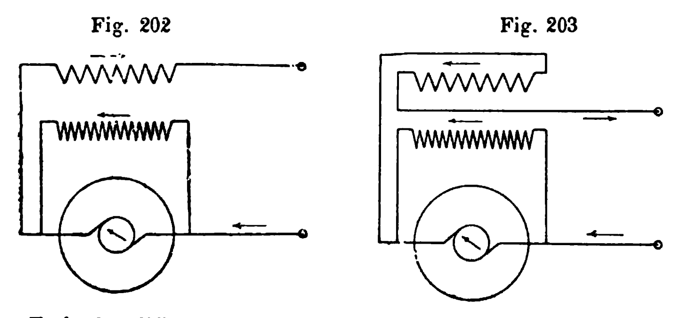


Fig. 202 — Excitation différentielle.

Fig. 203 — Enroulements inducteurs concordants.

ment inducteur, en série avec l'induit, dont l'action affaiblira celle de l'enroulement en dérivation (*fig.* 202) à mesure que l'intensité du courant moteur augmentera.

Le nombre de tours de l'enroulement en série peu déterminé expérimentalement, ou calculé au moyen caractéristique à circuit ouvert, comme pour une génér

L'installation d'un moteur compound se fait de la m manière que celle d'un moteur shunt ; mais, pour em une inversion accidentelle de la polarité des inducteu moment de la mise en route et augmenter le coup démarrage, il est nécessaire d'ajouter un comm (*fig.* 204) permettant d'inverser le courant dans l'indu en série.

Fig. 204

Commutateur inverseur.

Au démarrage on dirige ce courant de manière que les d enroulements agissent dans le même sens (*fig.* 203) et, lors le moteur a pris sa vitesse de régime, on rétablit le cour de l'enroulement en série dans le sens normal (*fig.* 202).

MOTEURS A COURANT CONTINU

Table des valeurs numériques du facteur

$$k_1 = \cos \varphi + \frac{\sin \varphi}{2\pi}$$

sin φ	cos φ	k_1	sin φ	cos φ	k_1
0,01	0,999.95	1,001.54	0,31	0,950.74	1,000.07
0,02	0,999.80	1,002 98	0,32	0,947.42	0,998.35
0,03	0,999.55	1,004.32	0,33	0,943 98	0,996.50
0,04	0,999.20	1,005.57	0,34	0,940.43	0,994.54
0,05	0,998.75	1,006.71	0,35	0,936.75	0,992.45
0,06	0,998.20	1,007.75	0,36	0,932.95	0,990.25
0.07	0,997.55	1,008.69	0 37	0,929,03	0,987.92
0,08	0,996.79	1,009.53	0,38	0,924.99	0,985.46
0,09	0,995.94	1,010.27	0,39	0,920.81	0,982.89
0,10	0.994.99	1,010.90	0,40	0,916.52	0,980.18
0,11	0,993.93	1,011.44	0,41	0,912,09	0,977.34
0.12	0,992 77	1,011.87	0,42	0,907.52	0,974 37
0,13	0,991.51	1,012.20	0,43	0,902.83	0,971.27
0,14	0,990.15	1,012.43	0,44	0,898 00	0,968.03
0,15	0,988.69	1,012.56	0,45	0,893.03	0,964.65
0,16	0,987.12	1,012.58	0,46	0,887.92	0,961 13
0,17	0,985.44	1,012.50	0,47	0,882.67	0,957.47
0,18	0,983 67	1,012.31	0,48	0,877.27	0,953.66
0,19	0,981 78	1,012.02	0,49	0,871.72	0,949.71
0,20	0,979.80	1,011.63	0,50	0,866.03	0,945.60
0,21	0,977.70	1,011.12	0,51	0,860.17	0,941.34
0,22	0,975.50	1,010.51	0,52	0,854.17	0,936.93
0,23	0,973.19	1,009.80	0,53	0.848.00	0,932.35
0,24	0,970.77	1,008.97	0,54	0,841.67	0,927.61
0,25	0,968.25	1,008.03	0.55	0,835.16	0,922.70
0,26	0,965.61	1,006.99	0,56	0,828,49	0,917.62
0,27	0,962.86	1,005.83	0,57	0,821.64	0,912.36
0,28	0,960.00	1,004.56	0,58	0,814.62	0,906.93
0,29	0,957.03	1,003.18	0,59	0,807.40	0,901.30
0,30	0,953.94	1.001.69	0,60	0,800.00	0,895.49

CHAPITRE XIII

MESURE DU RENDEMENT DES DYNAMOS A COURANT CONTINU

152. Expression du rendement. — Le rendement d'une dynamo génératrice est le rapport entre la puissance électrique disponible aux bornes de la machine et la puissance mécanique dépensée pour l'actionner.

Le rendement d'un moteur électrique est le rapport entre la puissance mécanique disponible sur l'arbre et la puissance électrique dépensée pour actionner le moteur.

Désignons par

$\mathcal{P}_1$, la puissance fournie à la machine,

$\mathcal{P}_2$, la puissance recueillie.

La différence

$$\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_2 = \mathcal{P}_0$$

sera la puissance dissipée pendant la transformation, et le rendement de la machine peut-être exprimé par l'un ou l'autre des trois rapports équivalents

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_2}{\mathcal{P}_1} = \frac{\mathcal{P}_1 - \mathcal{P}_0}{\mathcal{P}_1} = \frac{\mathcal{P}_2}{\mathcal{P}_2 + \mathcal{P}_0}.$$

Il pourra donc être déterminé soit *directement* en mesurant les valeurs simultanées des deux termes du rapport, soit

ndirectement en mesurant la puissance initiale et la puissance erdue, ou la puissance utile et la puissance perdue.

La méthode indirecte donne des résultats plus précis que a méthode directe.

En effet, si nous désignons par $d\mathfrak{P}_1$, $d\mathfrak{P}_2$, $d\mathfrak{P}_0$ les erreurs l'observation sur les valeurs de $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$, $\mathfrak{P}_0$, l'erreur relative qui en résulte sur le rendement sera

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{d\mathfrak{P}_2}{\mathfrak{P}_2} - \frac{d\mathfrak{P}_1}{\mathfrak{P}_1},$$

pour la première méthode,

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{\mathfrak{P}_0}{\mathfrak{P}_1 - \mathfrak{P}_0}\left(\frac{d\mathfrak{P}_1}{\mathfrak{P}_1} - \frac{d\mathfrak{P}_0}{\mathfrak{P}_0}\right),$$

pour la deuxième,

$$\frac{d\eta}{\eta} = \frac{\mathfrak{P}_0}{\mathfrak{P}_2 + \mathfrak{P}_0}\left(\frac{d\mathfrak{P}_2}{\mathfrak{P}_2} - \frac{d\mathfrak{P}_0}{\mathfrak{P}_0}\right),$$

pour la troisième.

Si le rendement de la dynamo est de 0,90, on aura $\mathfrak{P}_0 = 0,1\ \mathfrak{P}_1$ et les erreurs relatives, dans les trois cas, seront

$$\frac{d\mathfrak{P}_2}{\mathfrak{P}_2} - \frac{d\mathfrak{P}_1}{\mathfrak{P}_1}; \qquad \frac{1}{9}\left(\frac{d\mathfrak{P}_1}{\mathfrak{P}_1} - \frac{d\mathfrak{P}_0}{\mathfrak{P}_0}\right); \qquad \frac{1}{10}\left(\frac{d\mathfrak{P}_2}{\mathfrak{P}_2} - \frac{d\mathfrak{P}_0}{\mathfrak{P}_0}\right).$$

Si les quantités $\mathfrak{P}_1$, $\mathfrak{P}_2$, $\mathfrak{P}_0$ peuvent être déterminées avec le même degré d'exactitude, la deuxième et la troisième méthode donneront une erreur relative 9 à 10 fois moindre que la première.

La méthode indirecte permet, en outre, comme nous le verrons dans la suite, de déterminer les deux termes du rapport au moyen de mesures électriques, dont le degré de précision est bien plus grand que celui des mesures mécaniques.

Il se présente, néanmoins, des cas où l'emploi de la méthode directe devient nécessaire, en particulier lorsqu'on veut éprouver la solidité et le bon fonctionnement de la dynamo dans les conditions où elle sera utilisée.

MÉTHODES DIRECTES

153. Rendement d'un moteur. — Le rendement d'un moteur se détermine en mesurant simultanément

la puissance $\mathfrak{P}_1 = UI$ fournie au moteur,

le couple mécanique, C_2, développé sur l'arbre du moteur,

le nombre de tours par seconde, n.

La puissance mécanique développée par le moteur sera $\mathfrak{P}_2 = 2\pi n C_2$, et le rendement cherché sera donné par le rapport

$$\eta = \frac{\mathfrak{P}_2}{\mathfrak{P}_1}.$$

Après avoir déterminé le rendement pour différents régimes, on pourra tracer la courbe des rendements en prenant comme abscisse l'intensité du courant lorsque le moteur doit fonctionner à potentiel constant, et la puissance mécanique utilisable lorsque le moteur est à courant constant.

Avant de procéder aux mesures on doit faire fonctionner la dynamo pendant un temps suffisant pour que les différents organes aient pris leurs températures de régime.

La puissance électrique fournie au moteur se détermine soit au moyen d'un wattmètre, soit en mesurant les valeurs correspondantes de la différence de potentiel aux bornes et de l'intensité du courant moteur.

Le couple mécanique développé sur l'arbre se détermine au moyen d'un frein d'absorption décrit plus loin.

La vitesse de rotation, qui doit être maintenue constante pendant la durée des essais, se mesure en général au moyen d'un tachymètre préalablement étalonné avec un compteur de tours.

Lorsque le moteur a une faible puissance, la puissance absorbée par le tachymètre ou par le compteur de tours n'est pas négligeable, et, dans ce cas, il faut avoir recours à un autre procédé pour mesurer la vitesse de rotation.

En montant sur l'arbre une poulie dont la surface a été recouverte de noir de fumée et en approchant un diapason en vibration dont l'une des branches porte un style très fin qui appuie légèrement à la surface de la poulie, on obtient sur le noir de fumée un tracé des vibrations du diapason. Si l'on déplace légèrement le diapason d'une manière continue, on obtiendra ce tracé pour plusieurs tours consécutifs du moteur. Connaissant le nombre de vibrations exécutées par le diapason en une seconde, on déterminera la vitesse de rotation en comptant le nombre de vibrations pour un tour du moteur.

On peut employer comme tachymètre une petite magnéto dont l'induit est monté sur l'arbre du moteur. La force électromotrice, à circuit ouvert, étant proportionnelle au nombre de tours par seconde, il suffira de relier les bornes de la magnéto à un voltmètre apériodique dont les déviations seront constamment proportionnelles à la vitesse de rotation. La constante de l'instrument, c'est-à-dire le nombre par lequel on devra multiplier la déviation du voltmètre pour avoir le nombre de tours par seconde, se détermine expérimentalement au moyen d'un compteur de tours.

154. Rendement d'une génératrice. — Le rendement d'une génératrice se détermine en mesurant simultanément

le couple mécanique appliqué sur l'arbre de la génératrice;

le nombre de tours par seconde;

la puissance électrique fournie par la génératrice dans un rhéostat dont on fait varier convenablement la résistance.

La vitesse angulaire et la puissance électrique se mesurent comme pour un moteur.

Lorsque la machine motrice a une faible vitesse on peut fixer un compteur de tours sur l'arbre, et noter le nombre de tours pour une série d'essais effectués au même régime. En divisant ce nombre par le temps on obtient la vitesse moyenne avec une plus grande exactitude que par l'observation directe du nombre de tours sur le tachymètre.

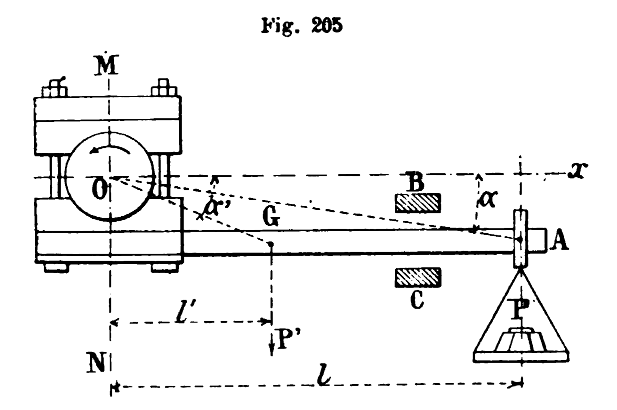
Le couple mécanique appliqué à la génératrice se mesure au moyen d'un dynamomètre de transmission ou par l'une des méthodes indiquées ci-après.

Le rendement de la génératrice doit être déterminé pour différents régimes en modifiant convenablement la résistance du rhéostat employé pour absorber l'énergie électrique débitée par la génératrice.

Il est utile de répéter plusieurs fois l'ensemble des essais pour chaque régime afin de prendre des moyennes et de réduire les erreurs accidentelles auxquelles sont sujettes les observations de cette nature.

155. Dynamomètre d'absorption. — La puissance mécanique disponible sur un arbre moteur peut être mesurée

Fig. 205



au moyen d'un dynamomètre d'absorption à frottement, dont le frein de Prony (*fig.* 205) est le type primitif.

Il se compose de deux mâchoires en bois qui enveloppent une poulie en fonte solidaire de l'arbre moteur. Une des mâchoires est munie d'un levier dont l'extrémité porte un crochet auquel est suspendu un plateau de balance.

Les mâchoires du frein étant serrées sur la poulie et la machine en marche dans le sens de la flèche, le levier du frein viendra buter contre le taquet d'arrêt B. Le travail absorbé par le frottement étant convenablement réglé par le serrage des écrous de manière que la machine prenne une vitesse uniforme, on ajoute des poids sur le plateau pour ramener le levier dans sa position horizontale entre les deux taquets B et C. A ce moment le couple moteur, C, sera équilibré par l'action des poids qui agissent sur le levier du frein.

Soient :

P, le poids du plateau et de sa charge, appliqué en A ;

P′, le poids propre du frein, dont le centre de gravité est en G ;

l, l', les distances des points A et G à la verticale MN passant par l'axe de rotation O.

On aura

$$C = Pl + P'l'$$

ou

$$C = (P + p)l$$

en prenant

$$p = \frac{P'l'}{l}.$$

On détermine le poids, p, une fois pour toutes, en suspendant le frein à une corde passant par la ligne d'axe MN et en faisant appuyer l'extrémité A du levier sur le plateau d'une balance que l'on équilibre par des poids placés dans l'autre plateau.

La puissance étant égale au produit du couple moteur par la vitesse angulaire, on aura

$$\mathfrak{P} = 2\pi n(P + p)l.$$

Les poids, P et p, étant exprimés en kilogrammes, la longueur, l, en mètres, et n' étant le nombre de tours que fait l'arbre en une minute, on aura

$$\mathfrak{P} = \frac{n'(P + p)l}{716,2} \text{ chevaux-vapeur.}$$

Les surfaces de contact du frein doivent être continuellement arrosées avec de l'eau contenant en dissolution 10 °/₀ environ de savon ; néanmoins il est assez difficile d'obtenir un frottement constant et il faut souvent modifier, pendant l'expérience, le serrage des boulons. Aussi est-il nécessaire d'établir deux butoirs solides, B et C, qui arrêtent le levier lorsqu'il oscille trop violemment. On diminue les secousses en mettant sous l'un des écroux une ou plusieurs rondelles de caoutchouc séparées par des disques de tôle.

Pour que l'équilibre du frein soit stable, il faut que, lorsque le couple moteur varie, le levier se déplace de manière à rétablir l'équilibre.

Désignons par

a et a' les longueurs OA et OG ;

α et α' les angles de ces droites avec l'horizontale Ox ;

nous aurons

$$l = a \cos \alpha \qquad l' = a' \cos \alpha'$$

et, par conséquent,

$$C = Pa \cos \alpha + P'a' \cos \alpha'. \tag{1}$$

Si le couple C varie de dC, les angles α et α' varieront



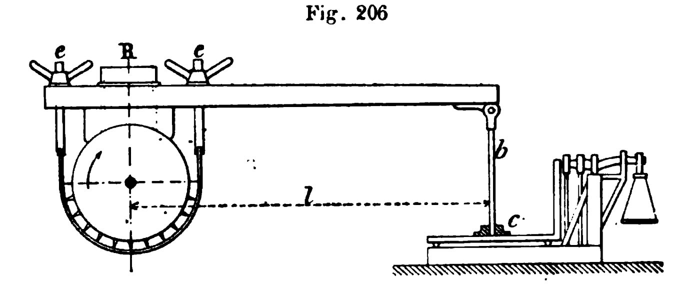
également; comme $\alpha' - \alpha$ est constant, on aura $d\alpha' = d\alpha$, et par conséquent

$$(2) \qquad dC = -(Pa \sin \alpha + P'a' \sin \alpha')d\alpha.$$

Pour que l'équilibre soit stable, il faut que les variations de l'angle α soient de mêmes signes que celles du couple.

On voit que cette condition est remplie par la disposition de la *fig.* 205; elle ne le serait plus si le levier était placé au-dessus de l'axe de rotation.

Fig. 206



On remplace le plus souvent les mâchoires par une bande de fer garnie de tasseaux en bois dur (*fig.* 206). Cette bande se termine par deux tiges filetées serrées sur le levier du frein par des écroux à oreilles, *e e*; R est un réservoir pour la lubrification.

On peut faire appuyer le levier sur le plateau d'une bascule par une béquille, *b*, dont la partie inférieure porte sur une crapaudine, *c*; dans ce cas le levier doit, évidemment, être placé au-dessus de l'arbre pour que l'équilibre soit stable.

Avec une valeur donnée du couple moteur, le frein sera d'autant plus sensible que, pour un même accroissement du poids d'équilibre, P, la variation, $d\alpha$, de l'angle sera plus grande.

Comme, pour une valeur donnée de C, l'équation (1) donne par différentiation

$$d\alpha = \frac{l}{Pa \sin \alpha + P'a' \sin \alpha'} dP,$$

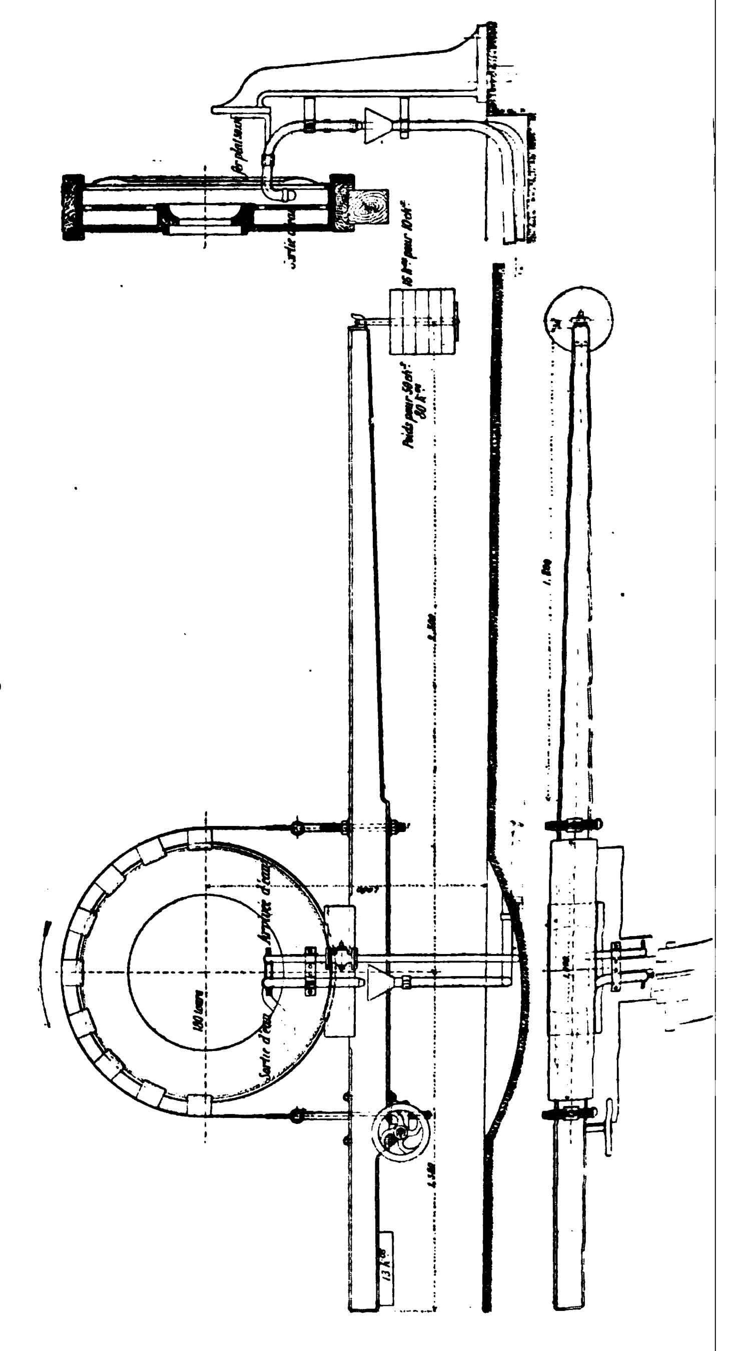


Fig. 207

voit qu'il sera avantageux d'augmenter la longueur du er, et de rendre $P'a' \sin \alpha'$ nul, en équilibrant le frein par contrepoids. Cette disposition est indiquée sur la *fig.* 207 représente un frein employé par la Compagnie Parisienne Gaz pour l'essai des moteurs à gaz.

a poulie, sur laquelle doit être monté le frein, est munie ne joue destinée à maintenir l'eau employée pour rafraîchir jante. Cette eau s'applique à la surface intérieure de la ulie, par la force centrifuge, dès que la vitesse à la périérie satisfait à la condition

$$\frac{mv^2}{r} > P$$

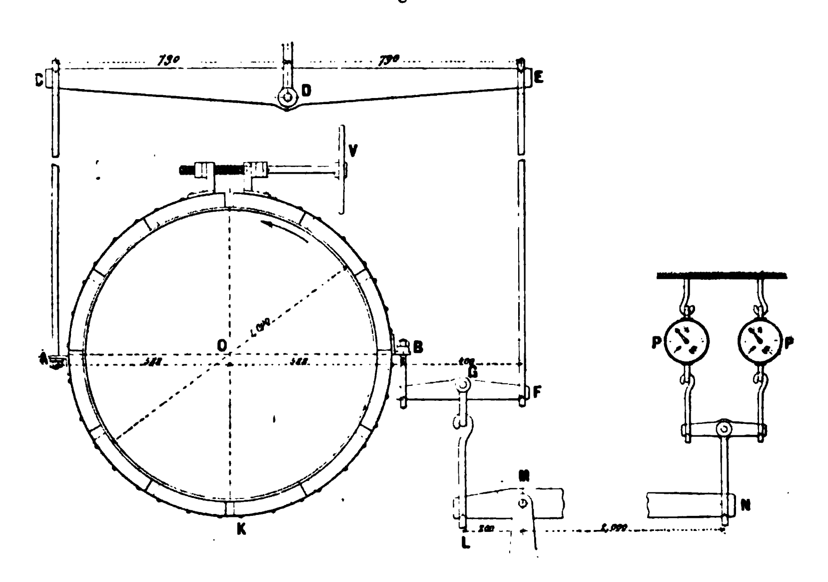
est à-dire, comme $v = \frac{2\pi n' r}{60}$ et que $m = \frac{P}{g}$, lorsque le ombre de tours par minute

$$n' > \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{r}}$$

our $r = 0^m,500$ on doit avoir $n' > 42,3$, et l'on commencera injecter de l'eau à l'intérieur de la poulie lorsque la vitesse ngulaire de la machine dépassera 50 tours par minute. L'eau haude est extraite d'une façon continue par un tuyau dont l'orifice est dirigé contre le courant d'eau ; la quantité d'eau employée est de 1 litre environ par seconde et par mètre carré de surface frottante.

Le bras de levier OA (*fig.* 205), à l'extrémité duquel agit le poids P destiné à équilibrer l'effort moteur, étant incliné sur l'horizontale, l'action du poids P donne lieu à une résultante, parallèle à OA, qui agit sur le coussinet du palier. Cette action produit, au contact de la surface flottante, un effort variable dont le moment diminue la valeur apparente de l'effort moteur, de sorte que le travail évalué au frein représente seulement le travail moteur diminué du travail de frottement que nous venons de signaler.

Fig. 208



Frein à couple de M. Hillairet.

LÉGENDE

O, arbre moteur.
AKB, collier du frein.
V, volant de serrage du collier.
CE, fléau oscillant autour du point fixe D.
CA, EF, tiges d'attache.
BF, balancier d'attelage.
GL, tige d'attache.
LN, levier de réduction des efforts, oscillant en M.
P, P, pesons.

Ce moment parasite est essentiellement variable, puisqu'il est proportionnel : 1° à la charge variable du frein ; 2° au coefficient de frottement des surfaces en contact, variable lui-même avec l'état du graissage. Il est impossible de l'évaluer exactement à chaque instant pendant le cours d'une série d'essais. On est donc, en général, conduit à négliger, par nécessité, la valeur d'un terme qui peut atteindre, dans certains cas, jusqu'à 4 ou 5 pour 100 de la quantité à mesurer.

Cette cause d'erreur dans les mesures dynamométriques a été éliminée par M. Hillairet, au moyen de la disposition suivante qu'il désigne sous le nom de *frein à couple,* et qui est représentée en détail sur la *fig.* 208.

On remarquera que, grâce à cette disposition, le couple résistant peut équilibrer exactement le couple moteur en supprimant toute résultante de translation.

L'emploi du peson facilite beaucoup les essais des puissances variables parce qu'il permet de faire varier l'effort en modifiant le serrage du collier. L'ensemble des fléaux et des tiges occupe une position sensiblement fixe dans l'espace, puisque la course du ressort du peson n'est que quelques millièmes de la longueur du bras de levier MN.

Ce dispositif a été réalisé par M. Hillairet pour la mesure du rendement d'une transmission électrique à Domène (Isère).

Les dimensions du frein employé pour ces essais sont :

Diamètre de la poulie	1.000	mm.
Largeur de la jante	400	»
OA = OB	599	»
LM	200	»
MN	2.000	»

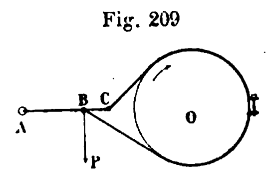
En N sont attelés deux pesons de 100 kgr. chacun.

La tare du balancier BF et de la tige GL était de 24 kilogrammes et la tare du levier LN était donnée par le déplacement initial des pesons à vide ; elle était de 15 kilogrammes.

Le collier étant graissé et la jante arrosée, à l'intérieur, d'une façon continue, les essais ont pu se prolonger pendant plusieurs heures. La puissance maximum, mesurée par ce frein, a été de 300 chevaux avec une vitesse angulaire de 240 tours par minute.

Pour les moteurs de faible puissance, il n'est pas très facile de maintenir le frein en état d'équilibre par le serrage des mâchoires lorsque le coefficient de frottement varie pendant l'essai, et il est plus commode d'employer une disposition de réglage automatique, telle que celle d'Appoldt, dont la *fig.* 209 indique le principe.

Fig. 209



Les extrémités de la bande du frein sont articulées en B et en C sur un levier mobile autour de l'axe A.

L'effort résistant, égal et opposé à l'effort moteur, est la différence des tensions T_1 et T_2, qui s'exercent aux points C et B, équilibrée par l'action du poids P.

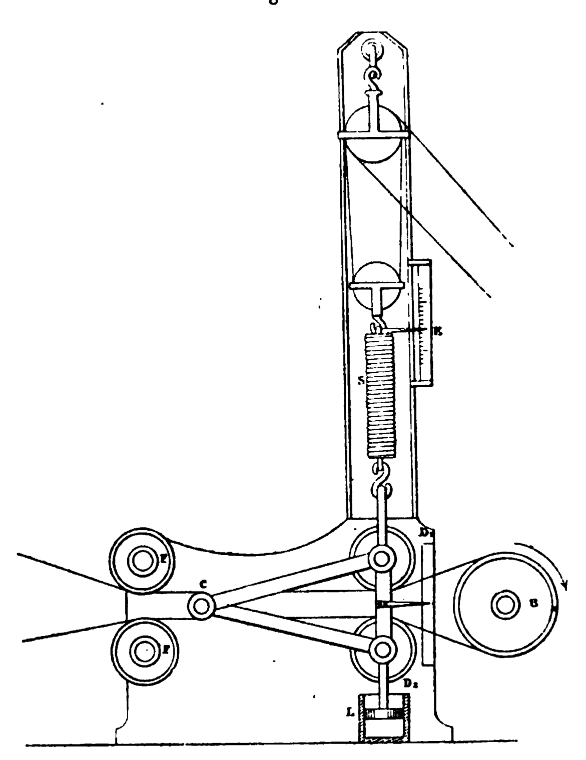
Le rapport des deux tensions dépend de l'arc B embrassé par la bande du frein et du coefficient de frottement. Si ce coefficient augmente, le levier AC sera soulevé et l'arc embrassé diminuera; l'effet inverse se produit si le frottement diminue.

Le déplacement nécessaire pour détendre ou tendre la bande du frein étant extrêmement faible, le moment du poids P ne varie pas d'une façon appréciable.

156. Dynamomètres de transmission. — Les dynamomètres d'absorption mesurent la puissance mécanique d'un moteur en la transformant; pour mesurer directement la

puissance mécanique fournie à une génératrice il faut employer un dynamomètre de transmission. Un des plus répandus est celui de M. von Hefner Alteneck, plus connu sous le nom de dynamomètre Siemens, qui permet de mesurer la différence des tensions des deux brins d'une courroie, c'est-à-dire l'effort moteur appliqué sur la poulie qui commande la génératrice.

Fig. 210



Dynamomètre de transmission Hefner.

La *fig.* 210 montre le principe de cet appareil.

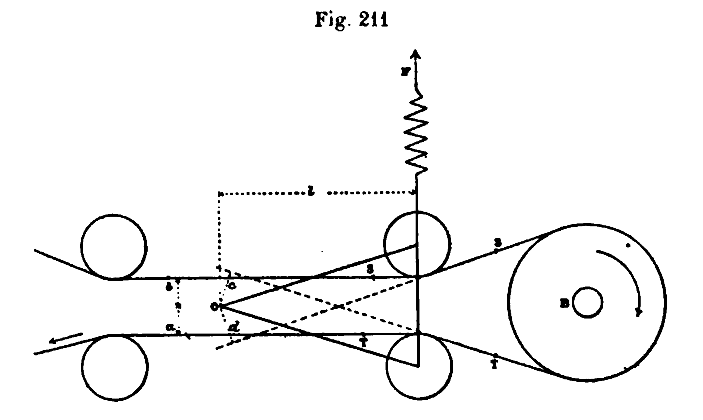
B est la poulie qui commande la dynamo.

D_1 et D_2 sont deux galets de guidage portés par un chassis mobile autour de l'axe C et suspendu à un ressort à boudin S dont on peut, au moyen d'un palan différentiel, modifier à volonté la tension qui se lit sur l'échelle E.

L est un amortisseur de vibrations.

F, F sont deux poulies de guidage de même diamètre que D_1 et D_2 et ayant le même écartement afin que les deux brins de la courroie soient parallèles ; ils passent de D_1 et D_2 à B en formant un angle, en sorte que la résultante des tensions des deux brins tend à faire descendre les poulies D_1 et D_2. Cet effort est équilibré par la réaction du ressort S que l'on

Fig. 211



tend au moyen du palan qui le supporte, jusqu'à ce que l'index inférieur soit revenu au zéro. La tension à donner au ressort S pour rétablir l'équilibre mesure l'effort tangentiel appliqué sur la poulie B (*fig.* 211).

Désignons par :

P, le poids du système articulé ;

F, la tension du ressort ;

S et T, les tensions des deux brins de la courroie,

L'effort tangentiel appliqué sur B sera

$$R = T - S \tag{1}$$

La condition d'équilibre autour de O donne l'équation

$$Fl = Pl + T(a + c) - S(b + d) \tag{2}$$

et, en éliminant S entre les équations (1) et (2),

$$Fl = Pl + T((a + c) - (b + d)) + R(b + d). \tag{3}$$

Lorsque l'index inférieur a été ramené au zéro, on aura

$$a = b \qquad c = d$$

et par suite

(4) $$R(b + d) = (F - P)l.$$

Pour déterminer la résultante, P, du poids du système articulé, on renverse le sens du mouvement, ce qui donnera

(5) $$(F' - P)l = - R(b + d)$$

et, en ajoutant (4) et (5),

(6) $$P = \frac{F + F'}{2}.$$

On fait la tare du ressort en le chargeant de poids connus, après avoir détaché le système articulé.

R étant déterminé et exprimé en kilogrammes, on calculera la puissance transmise par la formule

$$P = \pi(D + e)nR$$

D étant le diamètre de la poulie B,

e l'épaisseur de la courroie.

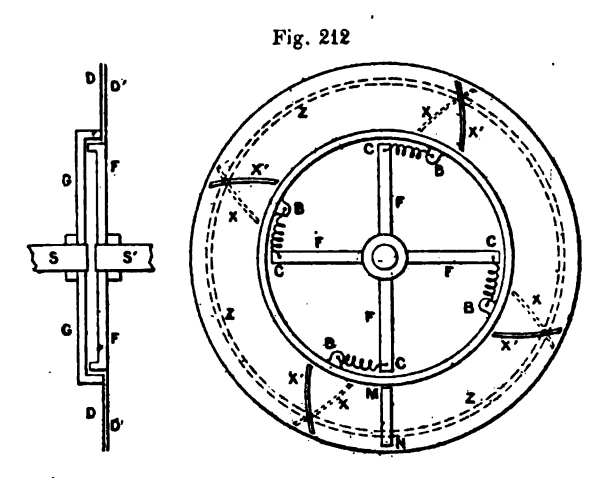
Il a été imaginé un très grand nombre de dynamomètres de transmission dont l'étude sortirait du cadre de ces leçons, et nous nous bornerons à décrire encore le dynamomètre combiné par M. Bedell pour des recherches sur les alternateurs. Cet appareil, dont le principe est le même que celui du dynamomètre de Morin, a l'avantage de fournir, par simple lecture, la puissance transmise à chaque instant par l'arbre moteur (¹).

L'arbre moteur S et l'arbre commandé S' (*fig.* 212) sont reliés par des ressorts BC qui se tendent suivant la valeur du couple exercé et produisent un décalage relatif de leur position normale correspondant à un couple nul. Deux couronnes pleines en tôle, D et D', sont montées sur ces arbres et entraînées avec eux. Chacune des couronnes porte 4 fentes, X et X', convenablement courbées et inclinées en sens inverses. Pour un couple nul, les fentes X et X' se croisent à la péri-

(¹) Journal l'*Industrie électrique* (25 juillet 1897).

phérie des disques, tandis que pour le couple maximum elles se croisent vers le bord intérieur des couronnes. Si le disque est éclairé par derrière et qu'on le regarde par devant, on verra, pendant la rotation de l'appareil, un cercle lumineux se dessiner sur la couronne avec un diamètre d'autant plus grand que le couple exercé sera plus faible.

Fig. 212



En calculant convenablement les rayons de courbure des fentes d'après la tension ou la compression des ressorts, on peut faire que les réductions de diamètre du cercle lumineux correspondant à l'intersection des fentes soient proportionnelles au couple exercé ; il suffira alors de lire cette réduction de diamètre sur une échelle convenablement graduée pour avoir la valeur du couple. M. Bedell obtient ce résultat au moyen du dispositif suivant :

On place derrière les disques une lampe à incandescence qui éclaire un écran opaque dans lequel est découpée la fenêtre MN sur laquelle est collé un verre dépoli portant une graduation. Dans ces conditions, le cercle lumineux est remplacé par une courte ligne qui vient faire son image sur le verre dépoli, et sur la graduation, ce qui permet de lire directement la valeur du couple ou celle de la puissance pour une vitesse angulaire donnée.

157. Emploi d'un moteur étalonné. — Au lieu de déterminer la puissance mécanique fournie à la génératrice au moyen d'un dynamomètre de transmission, on peut mesurer, par l'indicateur de Watt, la puissance développée sur le piston de la machine à vapeur lorsqu'elle actionne la dynamo et substituer ensuite à la dynamo un frein qui absorbe le travail de la machine à vapeur dans les mêmes conditions d'admission et de vitesse.

Si l'on doit faire un grand nombre d'essais de cette nature, il est plus expéditif de tracer, une fois pour toutes, la courbe du rendement de la machine à vapeur en prenant comme abscisse la puissance indiquée sur le piston et comme ordonnée la puissance utile correspondante (1).

Si l'on dispose d'un moteur électrique de puissance suffisante dont la courbe de rendement a été établie, il suffira de mesurer la puissance électrique absorbée par le moteur pour en déduire la puissance transmise à la dynamo que ce moteur actionne.

De même, une génératrice dont la courbe de rendement a été tracée pour différentes conditions de vitesse, de courant et de voltage aux bornes, peut être utilisée comme frein d'absorption pour mesurer le travail mécanique d'un moteur quelconque ; il suffira de faire une lecture à l'ampèremètre et au voltmètre pour évaluer la puissance absorbée. Outre la simplification des mesures, la dynamo présente sur le frein d'absorption par frottement l'avantage de pouvoir fonctionner indéfiniment sans surveillance spéciale et convient particulièrement pour les expériences de longue durée.

---

(1) Cette courbe se confond ordinairement avec une droite.

En désignant par $\mathfrak{L}$ la puissance indiquée lorsque la machine à vapeur est en charge, $\mathfrak{L}_o$ la puissance indiquée pour la marche à vide, $\mathfrak{L}_m$ la puissance mécanique utile, on a généralement

$$\mathfrak{L}_m = a(\mathfrak{L} - \mathfrak{L}_o)$$

a étant un coefficient numérique dont la valeur est le plus souvent comprise en 0,98 et 0,96.

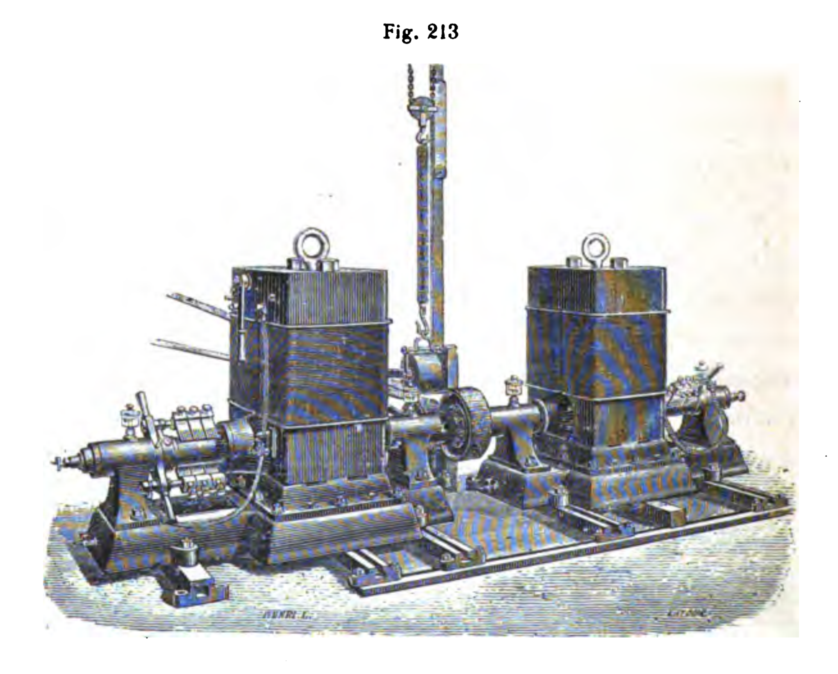


MÉTHODES INDIRECTES

158. Méthode d'opposition. — Cette méthode, imaginée par le Dr Hopkinson, consiste à coupler mécaniquement deux dynamos ayant mêmes dimensions et mêmes puissances, et à réunir les circuits des deux machines de telle sorte que, l'une d'elles fonctionnant comme génératrice, le courant qu'elle développe actionne la seconde travaillant comme moteur.

Avec cette disposition, quelle que soit la quantité d'énergie débitée par la génératrice, il suffira, pour maintenir le système en activité, de lui fournir la quantité d'énergie nécessaire pour compenser les pertes de la double transformation.

Fig. 213



La *fig.* 213 montre la disposition générale de l'expérience sous la forme qui lui a été donnée par le Dr Hopkinson.

Les arbres des deux dynamos sont réunis par un manchon d'accouplement qui sert en même temps de poulie motrice, et reçoit par une courroie le travail mécanique auxiliaire dont la mesure est faite au moyen d'un dynamomètre de transmission Hefner-Alteneck (**156**).

Comme les deux machines sont semblables et ont la même vitesse, si les deux champs magnétiques étaient égaux, il ne passerait aucun courant d'une machine dans l'autre. Pour obtenir un courant dans le circuit intermédiaire, il faut diminuer la force contre-électromotrice du moteur en affaiblissant son champ au moyen d'un rhéostat intercalé dans le circuit inducteur.

En faisant varier convenablement le courant d'excitation, on peut régler à volonté le travail échangé entre les deux machines et faire l'expérience pour un régime déterminé.

Le courant étant établi, si l'on mesure l'énergie électrique produite par la génératrice et transmise au moteur ainsi que le travail mécanique auxiliaire, on aura tous les éléments nécessaires pour déterminer le rendement.

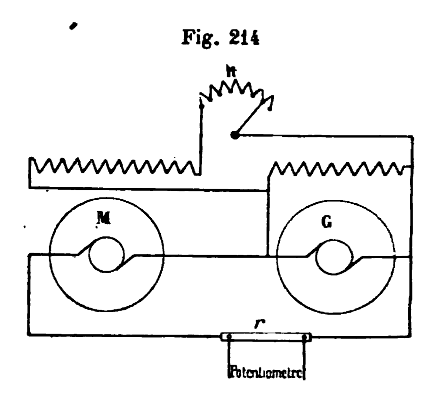
Avec la disposition indiquée, la puissance mécanique transmise, dont la détermination expérimentale offre le plus de difficultés, n'est plus qu'une quantité très faible relativement à la puissance totale mise en jeu, et l'erreur que l'on pourra commettre sur son évaluation ne modifiera que très peu le résultat final. D'un autre côté, la mesure principale, celle de la puissance électrique échangée entre les deux machines, peut être aisément faite avec une grande exactitude.

La *fig.* 214 indique le schema des connexions électriques entre les deux machines.

Les différences de potentiel sont mesurées au moyen d'un volmètre sensible étalonné par comparaison avec un élément Latimer Clark.

Le courant est mesuré par la différence de potentiel entre les extrémités d'une résistance étalonnée, *r*.

Fig. 214



Voici, à titre d'exemple, le résumé des observations et des calculs pour une des mesures faites par cette méthode.

Résistances des machines :

Génératrice	Induit	0,00994?	ohm
	Inducteur	16,44	»
Moteur	Induit	0,009947	»
	Inducteur	16,93	»

La résistance intercalée dans le circuit inducteur du moteur, au régime observé, était de 4,09 ohms.

Puissance mécanique fournie au moteur	10020	watts
Nombre de tours par minute	764	tours
Différence de potentiel aux bornes de la génératrice	110,12	volts
Différence de potentiel aux bornes du moteur	107,34	volts
Courant principal	368	ampères
Courant inducteur de la génératice $\frac{110,12}{16,44}=$	6,70	»
Courant inducteur du moteur $\frac{110,12}{16,93+4,09}=$	5,24	»
Courant total de la génératrice	369,94	»

Puisssance électrique fournie par la génératrice dans le circuit principal $358^a \times 110^v,12$	39423	watts
Puissance électrique aux bornes du moteur $358^a \times 107^v,34$	38428	»

Pertes par effet Joule

Connexions,	995	»
Armature de la génératrice, $(369.94)^2 \times 0,009947$	1361	»
Inducteur de la génératrice, $110,12 \times 6,70$	738	»
Armature du moteur, $(358)^2 \times 0,009947$	1275	»
Inducteur du moteur, $110,12 \times 5,24$	577	»
Total des pertes par l'effet Joule	4946	watts

La différence entre la puissance auxiliaire et celle qui est dissipée par l'effet Joule, c'est-à-dire

$$10020 - 4946 = 5074 \text{ watts}$$

représente la puissance absorbée par les frottements, l'hystérésis et les courants de Foucault, pour les deux machines.

Comme elles sont identiques, on peut admettre, en première approximation, que les pertes sont les mêmes pour chacune d'elles, ce qui donnera :

Puissance dissipée dans la génératrice

$$\left.\begin{array}{ll} \text{par l'effet Joule} & 1361 + 738 = 2099 \\ \text{par d'autres causes} & \frac{5074}{2} = 2537 \end{array}\right\} = 4636 \text{ watts}$$

Puissance dissipée dans le moteur

$$\left.\begin{array}{ll} \text{par l'effet Joule} & 1275 + 577 = 1852 \\ \text{par d'autres causes} & 2537 \end{array}\right\} = 4389 \quad \text{»}$$

La puissance électrique utile développée par la génératrice est la somme de la puissance

transmise dans le circuit principal	39423 watts
et de la puissance du courant dans l'inducteur du moteur.	577 »
Total	40000 »
La puissance dissipée étant de	4636 »
la puissance motrice nécessaire pour actionner la génératrice est donc de	44636 »
Comme la courroie transmet	10020 »
le moteur électrique doit fournir	34616 watts
On voit en effet que	
la génératrice débite	40000 watts
les connexions absorbent	995 »
Le moteur utilise donc	39005 »
La puissance dissipée dans le moteur étant de	4389 »
la puissance utile fournie est bien de	34616 watts

On obtient donc aux régimes ci-dessus :

Rendement de la génératrice

$$\eta_1 = \frac{40000}{44636} = 0{,}896.$$

Rendement du moteur

$$\eta_2 = \frac{34616}{39005} = 0{,}888.$$

Comme les pertes par hystérésis et courants de Foucault augmentent avec l'induction, et que le champ du moteur est plus faible que celui de la génératrice, une répartition égale des pertes donne un rendement trop faible pour le moteur et trop élevé pour la génératrice.

D'autre part, si l'on admettait que le rendement est le même pour la génératrice et le moteur, c'est-à-dire si l'on prend

$$\eta_1\eta_2 = \eta^2, \qquad \text{ce qui donne} \qquad \eta = 0{,}892,$$

on exagèrerait un peu le rendement du moteur aux dépens de celui de la génératrice.

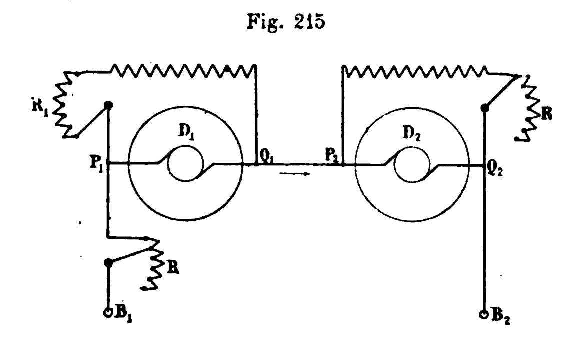
L'écart entre les deux résultats étant assez faible, on peut adopter leur moyenne comme valeur du rendement et prendre

$$\eta_1 = 0,894; \quad \eta_2 = 0,890.$$

Il faut remarquer, d'ailleurs, que lorsque les dynamos travailleront individuellement en charge normale, les tensions de la courroie et par suite les frottements de l'arbre dans ses coussinets ne seront plus les mêmes que pendant l'essai, et le rendement industriel sera en réalité un peu plus faible que celui qui aura été obtenu par la méthode d'opposition.

Au lieu de mesurer la puissance mécanique auxiliaire par un dynamomètre de transmission, on peut actionner le système par un moteur électrique étalonné et remplacer la mesure dynamométrique par une mesure de puissance électrique dont la détermination est bien plus simple et plus précise. Enfin, au lieu de fournir la puissance nécessaire à la compensation des pertes sous la forme mécanique, on peut l'introduire directement dans le circuit des deux machines sous la forme électrique, en adoptant l'une ou l'autre des dispositions suivantes.

Fig. 215



La *fig.* 215 donne le schéma de la première disposition (les deux armatures en série).

Les dynamos D_1 et D_2 étant couplées mécaniquement et

électriquement, on relie les points B_1 et B_2 à une source électrique convenable (dynamo ou batterie d'accumulateurs) ; la force électromotrice auxiliaire, E, agissant entre les points P_1 et Q_2 se règle au moyen du rhéostat R, que l'on utilise aussi pour le démarrage.

R_1 et R_2 sont les rhéostats de champ des dynamos D_1 et D_2.

Le régime, auquel doit être mesuré le rendement, est déterminé par la vitesse angulaire, la différence de potentiel aux bornes de la génératrice et l'intensité du courant qu'elle débite.

Mettons en route la dynamo D_1 fonctionnant comme moteur, et, au moyen du rhéostat R_1 réglons le champ de manière à entraîner D_2, encore dépourvue d'excitation, à la vitesse de n tours par seconde. Excitons maintenant D_2 ; elle fonctionnera comme génératrice ajoutant sa force électromotrice à celle de la source auxiliaire. On augmente alors peu à peu le champ de D_2 jusqu'à ce que le courant qui circule entre les deux machines atteigne sa valeur normale.

Avant de procéder aux mesures il faut s'assurer que la vitesse a conservé sa valeur et que la différence de potentiel aux bornes de D_2 est celle pour laquelle doit être mesuré le rendement. On obtient ce résultat au moyen de quelques tâtonnements, en agissant sur le rhéostat de D_1 pour modifier la vitesse et, sur le rhéostat de démarrage R, pour régler la force électromotrice auxiliaire E.

Pour chaque expérience on observe :

l'intensité, I du courant qui circule de Q_1 en P_2 ;

les intensités i_1 et i_2 des courants inducteurs ;

les différences de potentiel U_1 et U_2 aux bornes des deux dynamos.

Les résistances des circuits intérieurs ont été mesurées pour les deux machines aux températures du régime de marche normale.

La puissance électrique fournie au système des deux dynamos pour les maintenir en activité sera

$$EI = (U_1 - U_2)I.$$

Les puissances absorbées par l'effet Joule, dans les deux machines, p_1 et p_2, se calculent au moyen des résistances et des courants correspondants.

La puissance absorbée par les frottements, l'hystérésis et les courants de Foucault sera donc

$$(U_1 = U_2)I - (p_1 + p_2).$$

Si l'on suppose que cette puissance dissipée se répartit également entre les deux machines, on obtiendra pour les rendements les expressions suivantes :

Moteur D$_1$

$$\eta_1 = \frac{U_1I - \frac{1}{2}\left[(U_1 - U_2)I - (p_1 + p_2)\right] - p_1}{U_1I} = \frac{(U_1 + U_2)I + p_2 - p_1}{2U_1I},$$

Génératrice D$_2$

$$\eta_2 = \frac{U_2I}{U_2I + \frac{1}{2}\left[(U_1 - U_2)I - (p_1 + p_2)\right] + p_2} = \frac{2U_2I}{(U_1 + U_2)I + p_2 - p_1}.$$

Mais, en opérant ainsi, on attribue un rendement trop élevé au moteur et un rendement trop faible à la génératrice. Il est donc préférable d'admettre, comme on le fait généralement, que les deux machines ont le même rendement, η.

Le rendement de la double transformation étant

$$\eta_1\eta_2 = \frac{U_2}{U_1}$$

on aura

$$\eta = \sqrt{\frac{U_2}{U_1}}$$

Les valeurs exactes sont comprises entre η_1 et η pour le moteur, entre η et η_2 pour la génératrice.

L'expression du rendement moyen peut être obtenue directement, en remarquant que la puissance électrique U_1I fournie au moteur développe sur l'arbre une puissance mécanique $\eta U_1 I$ qui se transforme en énergie électrique dans la génératrice. La puissance électrique de la génératrice exigeant une puissance mécanique $\frac{U_2 I}{\eta}$, on aura évidemment

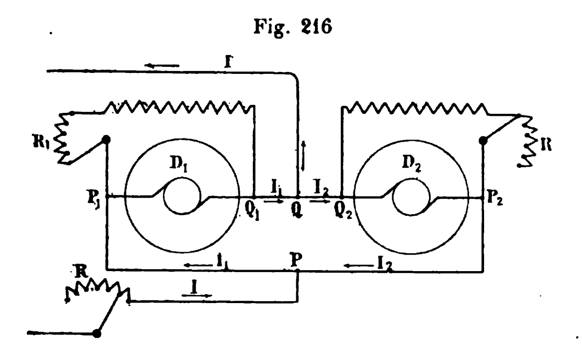
$$\eta U_1 I = \frac{U_2 I}{\eta};$$

et par conséquent

$$\eta^2 = \frac{U_2}{U_1}.$$

Le rendement étant déterminé par le rapport de deux différences de potentiel, il est préférable de faire les mesures au moyen du même voltmètre, qui sera relié successivement aux bornes P_1 et Q_1, puis aux bornes P_2 et Q_2 par un commutateur à deux directions. En opérant ainsi lè rapport cherché sera exact lors même que l'instrument ne serait pas étalonné, pourvu que ses indications soient proportionnelles.

Fig. 216



Au lieu de monter en série les armatures des deux dynamos comme dans la disposition précédente, on peut les grouper en parallèle (*fig.* 216).

Les résistances des conducteurs employés pour les connexions Q_1 Q_2 et P_1 P_2 doivent être assez faibles pour que les différences de potentiel aux bornes soient sensiblement les mêmes pour les deux machines. Avec cette disposition la force électromotrice auxiliaire doit être égale à la différence de potentiel pour laquelle on veut faire l'expérience, tandis qu'avec la disposition précédente (montage en série) il suffit de disposer d'une force électromotrice égale à la différence $U_1 - U_2$.

D_1 étant choisi comme moteur, on le met en route à vide en réglant sa vitesse par le réhostat R_1. On excite alors D_2 dont on augmente peu à peu le champ de manière à lui faire débiter le courant normal. Ce courant s'ajoute au courant extérieur pour actionner le moteur D_1 ; dans ce cas la source auxiliaire ne fournit que la différence des courants, tandis qu'avec le montage en série, elle devait fournir le courant total. On donnera donc la préférence à l'une ou à l'autre des deux dispositions suivant les ressources dont on disposera.

La génératrice ayant été amenée à son régime normal on mesure :

I_1, courant qui actionne le moteur ;

I_2, courant débité par la génératrice ;

U, différence de potentiel commune aux bornes des deux machines, et l'on calcule les pertes par effet Joule p_1 et p_2.

On aura alors pour les rendements les expressions suivantes :

Moteur D_1

$$\eta_1 = \frac{U(I_1 + I_2) + p_2 - p_1}{2UI_1}.$$

Génératrice D_2

$$\eta_2 = \frac{2UI_2}{U(I_1 + I_2) + p_2 - p_1}.$$

Le rendement de la double transformation sera

$$\eta_1 \eta_2 = \frac{I_2}{I_1}$$

et, si l'on admet l'égalité des rendements pour les deux machines, on aura

$$\eta = \sqrt{\frac{I_2}{I_1}}.$$

Les deux courants I_1 et I_2 seront mesurés au moyen du même ampéremètre muni d'un commutateur de façon que le résultat soit indépendant d'un défaut d'étalonnage résultant de l'emploi de deux instruments différents.

Lorsqu'on veut déterminer par la méthode d'opposition le rendement des dynamos à excitation en série ou compound, il convient d'exciter les inducteurs par une source indépendante de manière à éviter les inversions de polarité qui pourraient résulter d'une fausse manœuvre; même pour l'essai des dynamos shunt, on préfère souvent rendre l'excitation indépendante. La puissance électrique absorbée par l'effet Joule dans l'inducteur doit alors être ajoutée à celle qui est fournie par la source auxiliaire.

ÉVALUATION DES PERTES SÉPARÉES

159. Principe de la méthode. — Pour déterminer par cette méthode le rendement d'un moteur électrique, on évalue :

1° la puissance électrique, $\mathfrak{P}_1$, fournie au moteur ;

2° la puissance, $\mathfrak{P}_0$, dissipée pendant la transformation.

Le rendement sera donné par le rappport.

$$\eta_1 = \frac{\mathfrak{P}_1 - \mathfrak{P}_0}{\mathfrak{P}_1}$$

Le rendement d'une génératrice s'obtient en évaluant :

1° la puissance électrique, $\mathfrak{P}_2$, recueillie aux bornes ;

2° la puissance, $\mathfrak{P}_0$, dissipée.

Le rendement sera donné par le rapport.

$$\eta_2 = \frac{\mathfrak{P}_2}{\mathfrak{P}_2 + \mathfrak{P}_0}$$

Les puissances électriques sont déterminées par la différence de potentiel existant aux bornes de la dynamo et par l'intensité du courant, fourni au moteur ou débité par la génératrice, au régime dont on veut déterminer le rendement.

La puissance dissipée, $\mathfrak{P}_0$, sera la somme de la puissance $\mathfrak{P}'_0$ absorbée par les résistances intérieures de la machine et de la puissance $\mathfrak{P}''_0$ absorbée par les frottements, l'hystérésis et les courants de Foucault.

160. Puissance absorbée par l'effet Joule. — L'intensité, I_1, du courant d'armature, étant déterminée par le régime de marche, la puissance consommée dans le circuit de l'armature sera égale à rI_1^2.

La résistance, r, se mesure au repos, entre les bornes de la machine, par comparaison avec une résistance étalon, soit au moyen d'un voltmètre très sensible, soit au moyen d'un potentiomètre.

La mesure doit être faite après que la machine a fonctionné pendant un temps suffisant pour prendre sa température finale; à défaut, on mesure la résistance r_1 à la température, θ_1, de l'atelier, et on en déduit celle qui correspond à la température limite, θ, par la formule

$$r = r_1 \left[\frac{1 + 0,004\theta}{1 + 0,004\theta_1}\right]$$

La valeur de r, ainsi déterminée ou mesurée, comprenant la résistance de contact des balais au repos, sera un peu supérieure à la résistance en marche.

La puissance absorbée par l'excitation dérivée, étant égale à Ui, sera déterminée par la différence de potentiel aux bornes et l'intensité du courant inducteur pour le régime dont on veut déterminer le rendement; il en sera de même dans le cas de l'excitation indépendante.

Nous désignerons par $\mathfrak{P}'_0$, la somme des puissances absorbées par l'effet Joule dans la dynamo.

161. Frottements. — Hystérésis. — Courants de Foucault. — Lorsqu'une dynamo fonctionne comme moteur, sans charge extérieure, la puissance qu'elle reçoit est employée à vaincre les résistances passives dues aux frottements mécaniques, à l'hystérésis et aux courants de Foucault.

On peut admettre que la résistance de l'air et le frottement des balais sur le collecteur ont la même valeur à vide et en charge pourvu que la vitesse angulaire reste la même.

Il en est de même pour le frottement de l'arbre dans ses coussinets, si l'arbre de la dynamo est couplé directement avec le moteur mécanique ou l'outil, selon qu'il s'agit d'une

génératrice ou d'une réceptrice. Mais si la commande est faite par courroie, la puissance absorbée par le frottement augmentera avec la charge, et il sera nécessaire de tenir compte de cet accroissement de perte dans l'évaluation du rendement à un régime déterminé.

La puissance consommée par l'hystérésis et par les courants de Foucault ne dépend que du nombre de tours par seconde et de la valeur de l'induction dans l'armature, quelle que soit la charge.

On pourra donc évaluer la puissance absorbée par la dynamo en charge en mesurant celle qu'elle absorbe comme moteur à vide, pourvu que, dans les deux cas, la vitesse et le flux inducteur soient identiques. Pour la même vitesse, le flux inducteur aura la même valeur quand la force contre-électromotrice effective aura aussi la même valeur.

Cela étant, pour évaluer le rendement d'une génératrice débitant le courant I, sous la différence de potentiel, U, on réglera le rhéostat de démarrage de la machine, fonctionnant comme moteur à vide, de manière à obtenir aux bornes une différence de potentiel

$$U_0 = U + rI.$$

Pour évaluer le rendement de la machine fonctionnant comme moteur avec le courant I, sous la différence de potentiel U, on établira aux bornes la différence de potentiel

$$U_0 = U - rI.$$

Dans les deux cas on amènera la vitesse de la machine à sa valeur normale en agissant sur le rhéostat des inducteurs, qui seront excités par une source indépendante.

I_0 étant le courant fourni au moteur pour le faire tourner à vide, on aura

$$\mathfrak{P}''_0 = (U_0 - rI_0)I_0.$$

Au lieu de déterminer $\mathfrak{P}''_0$ en faisant fonctionner la machine

26

comme moteur, on peut faire la mesure en actionnant, par un moteur étalonné, la dynamo fonctionnant comme génératrice à circuit ouvert, et régler son excitation de manière à obtenir, à la vitesse normale, une force électromotrice égale à celle de la machine en charge.

La courbe du rendement, entre la marche à vide et la pleine charge, se trace en déterminant expérimentalement $\mathcal{P}''_0$ pour un certain nombre de régimes intermédiaires et en calculant les valeurs correspondantes de $\mathcal{P}'_0$ (**160**).

Le rendement sera pour le moteur

$$\eta_1 = \frac{\mathcal{P}_1 - (\mathcal{P}'_0 + \mathcal{P}''_0)}{\mathcal{P}_1},$$

et pour la génératrice

$$\eta_2 = \frac{\mathcal{P}_2}{\mathcal{P}_2 + (\mathcal{P}'_1 + \mathcal{P}''_0)}.$$

162. Séparation des pertes. — Les pertes par frottements mécaniques sont fonction de la vitesse ; les pertes par courants de Foucault et hystérésis sont fonction de la vitesse et de l'intensité du champ.

Il en résulte que, *dans un champ d'intensité constante*, la puissance dissipée pourra être exprimée par une fonction du nombre de tours par seconde

$$\mathcal{P}''_0 = f(n),$$

dont on pourra déterminer les coefficients en mesurant la valeur de $\mathcal{P}''_0$ pour différentes valeurs de n.

Si, après avoir fait un certain nombre de mesures, on porte en abscisse la valeur de n et en ordonnée celle de $\frac{\mathcal{P}''_0}{n}$, on trouve que les différents points ainsi déterminés sont en ligne droite.

La fonction cherchée est donc de la forme

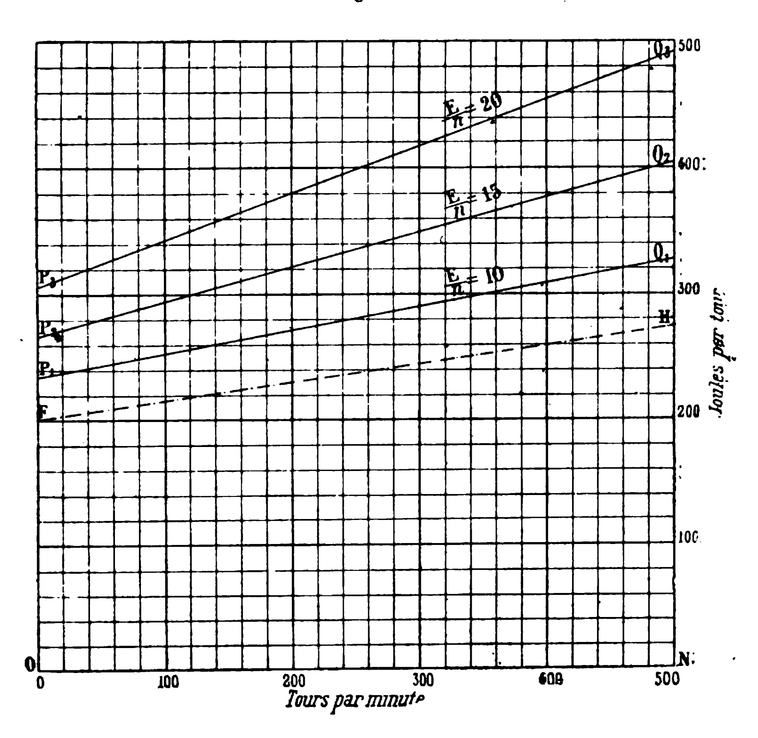
$$\frac{\mathfrak{P}''_0}{n} = a + bn$$

ou

$$\mathfrak{P}''_0 = an + bn^2.$$

Il suffira donc, à la rigueur, de deux mesures faites, dans le même champ, à des vitesses différentes, pour obtenir les valeurs des coefficients *a* et *b*; mais, pour avoir une plus grande exactitude, il est préférable de relever un plus grand nombre de points.

Fig. 217



En faisant l'expérience pour différentes valeurs du champ définies par la force électromotrice induite, $\frac{E}{n}$, correspondante, on obtiendra une série de droites telles que P_1Q_1, P_2Q_2, P_3Q_3 (*fig.* 217).

Pour chacune d'elles, l'ordonnée à l'origine, *a*, donne la somme des pertes proportionnelles à la vitesse, et le coefficien angulaire, *b*, détermine la somme des pertes proportionnelles au carré de la vitesse.

Pour séparer les pertes par hystérésis des pertes par courants de Foucault, on actionnera la dynamo, sans l'exciter, par un moteur étalonné. En mesurant les puissances nécessaires pour faire tourner la dynamo à différentes vitesses, on pourra tracer la droite FH dont les ordonnées mesurent le couple des frottements aux différentes vitesses.

La différence des ordonnées, à l'origine, de la droite FH et de l'une des droites PQ détermine la perte par hystérésis dans le champ correspondant, puisque la puissance dissipée par hystérésis est proportionnelle à la vitesse angulaire. La différence des coefficients angulaires de FH et de l'une des droites PQ donnera de même la puissance absorbée par les courants de Foucault qui est proportionnelle au carré de la vitesse.

Comme, pour une vitesse donnée, la perte par hystérésis est proportionnelle à $\left(\frac{E}{n}\right)^{1.6}$, et la perte par courants de Foucault proportionnelle à $\left(\frac{E}{n}\right)^2$, les relations

$$\frac{OP - OF}{\left(\frac{E}{n}\right)^{1.6}} = \text{constante}, \qquad \frac{NQ - NH}{\left(\frac{E}{n}\right)^2} = \text{constante},$$

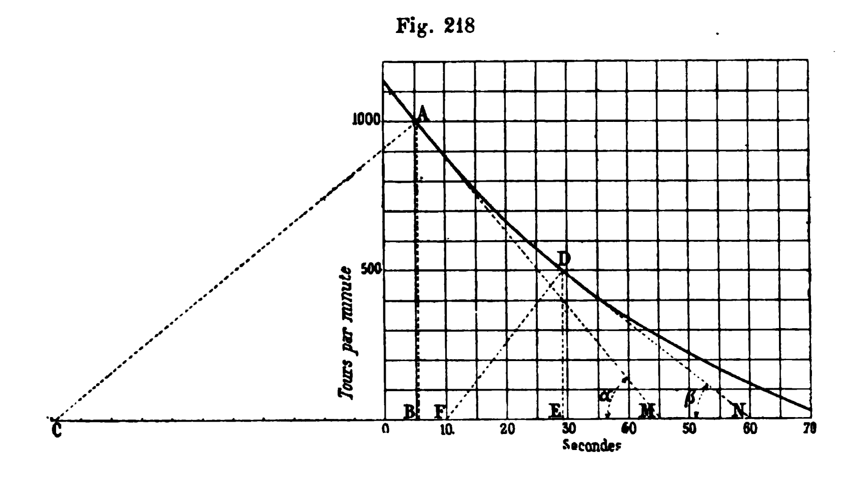
permettront de calculer les ordonnées extrêmes de la droite PQ correspondant à une valeur donnée de $\frac{E}{n}$ lorsqu'on aura déterminé expérimentalement FH et P_3Q_3.

En faisant deux mesures, au même nombre de tours, l'une avec les balais en place, l'autre avec les balais relevés, on pourra évaluer séparément les pertes dues au frottement des balais sur le collecteur et du frottement de l'arbre dans les coussinets.

163. Méthode chronométrique. — Faisons fonctionner la machine comme moteur sans charge et, après lui avoir imprimé une vitesse un peu supérieure à la vitesse de régime, coupons brusquement le courant dans l'armature et dans l'inducteur ; la machine, ainsi abandonnée à elle-même, se ralentira et finira par s'arrêter sous l'action des frottements.

En observant les valeurs successives de la vitesse angulaire à des intervalles déterminés, on pourra tracer la courbe représentant la loi du décroissement de la vitesse en fonction du temps (*fig.* 218).

Fig. 218



Désignons par

K, le moment d'inertie du système mobile ;

ω, sa vitesse angulaire à l'instant t ;

$\frac{dW}{dt}$, la puissance absorbée par les frottements au même instant.

La diminution de puissance vive étant nécessairement égale au travail résistant pendant le même temps, on aura

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}K\omega^2\right) = \frac{dW}{dt},$$

et, par conséquent

$$K\omega \frac{d\omega}{dt} = \frac{dW}{dt}. \quad (1)$$

Cette équation fournira la valeur de la puissance absorbée à la vitesse angulaire ω, lorsqu'on aura calculé la valeur de $\frac{d\omega}{dt}$ au moyen de la courbe du décroissement de la vitesse (*fig.* 218).

Pour déterminer la puissance absorbée à la vitesse de 1 000 tours par minute on mènera par le point A ($n' = 1\,000$ tours) la tangente AM et la normale AC à la courbe.

y étant l'ordonnée et x l'abscisse du point A, le triangle ABC donne

$$BC = y \operatorname{tg} \alpha = y \frac{dy}{dx} = X. \quad (2)$$

Si la courbe a été tracée à l'échelle de 1 mm. pour τ secondes et de 1 mm. pour ν tours par minute, on aura

$\nu y = n'$ tours ; $\tau x = t$ secondes ; $\tau X = T$ secondes

et en portant ces valeurs dans l'équation (2), on aura

$$T = \frac{\tau^2}{\nu^2} n' \frac{dn'}{dt}.$$

Comme $\omega = \frac{2\pi n'}{60}$, on obtient finalement

$$\omega \frac{d\omega}{dt} = \frac{4\pi^2}{3\,600} \frac{\nu^2}{\tau^2} T. \quad (3)$$

A l'échelle de la figure $\frac{\nu}{\tau} = 20$, et par conséquent

$$\omega \frac{d\omega}{dt} = 4,3865\ T.$$

Le moment d'inertie, K, étant exprimé en unités CGS (gr., cm.) on aura

$$(4) \qquad \mathfrak{P}_0 = \frac{4,3865\ K}{10^7}\ T \text{ watts.}$$

La courbe, une fois tracée, permet de déterminer la puissance absorbée à une vitesse angulaire quelconque inférieure à la vitesse initiale, en mesurant sur l'épure la sous-normale T correspondante.

Pour évaluer, par la méthode chronométrique, la puissance totale absorbée à différentes vitesses, après avoir mis le moteur en marche dans un champ d'intensité donnée, on coupera le courant d'armature sans modifier celui des inducteurs et l'on observera comme précédemment le décroissement de la vitesse en fonction du temps.

Le moment d'inertie, K, peut être calculé d'après les dimensions et le poids du système mobile, ou déterminé expérimentalement, une fois pour toutes, en mesurant directement, au moyen d'un moteur étalonné, la puissance absorbée à un régime donné, et en égalant la valeur ainsi trouvée à celle qui aura été calculée au moyen de la courbe.

Si l'on ne dispose pas d'un moteur étalonné, on peut déterminer K en faisant une deuxième expérience après avoir placé sur la poulie un frein que l'on règle de manière à absorber une puissance connue p du même ordre de grandeur que celle qui est absorbée par les frottements de la machine ; on obtiendra ainsi deux équations

$$\frac{4,3865}{10^7}\ KT = \mathfrak{P}_0 \qquad \frac{4,3865}{10^7}\ KT_1 = \mathfrak{P}_0 + p$$

et par suite

$$\mathfrak{P}_0 = p\,\frac{T}{T_1 - T}.$$

Le décroissement du nombre de tours sera déterminé au

moyen d'un tachymètre et d'une montre à secondes, et la courbe se tracera par points.

En employant comme tachymètre une petite magnéto, dont l'induit est monté sur l'arbre de la machine et relié à un voltmètre enregistreur, on pourra obtenir l'inscription automatique de la courbe sur une feuille de papier, recouverte de noir de fumée, enroulée sur un cylindre auquel un mouvement d'horlogerie communique une vitesse de rotation sensiblement uniforme.

L'échelle des ordonnées se détermine en mesurant la force électro-motrice développée par la magnéto à un nombre de tours connu.

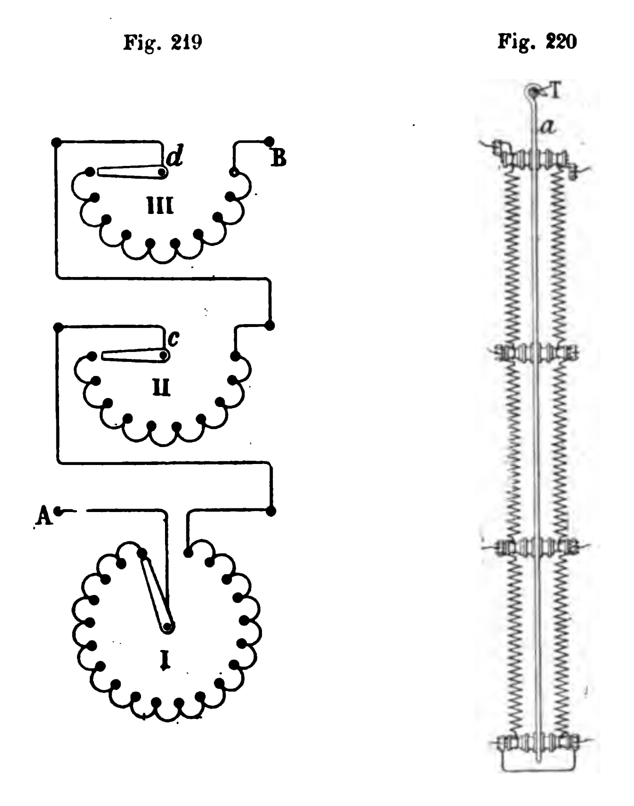
Pour tracer l'échelle des abscisses on peut se servir d'un pendule, battant la seconde, qui oscille en traversant une goutte de mercure, de manière à fermer, à chaque oscillation, le circuit d'une pile actionnant un récepteur Morse ; on obtiendra ainsi, sur la bande de papier, une série de points représentant des intervalles d'une seconde.

164. Rhéostats de réglage. — Pour que la mesure de la puissance dissipée, faite par la méthode d'opposition ou celle des pertes séparées, fournisse des résultats concordants immédiatement applicables au calcul du rendement à un régime donné, il faut que, dans chaque expérience, la différence de potentiel aux bornes, l'intensité du champ et la vitesse angulaire puissent être exactement réglées et maintenues constantes pendant chaque série d'observations. Les rhéostats employés pour le réglage des courants devront donc permettre de faire varier la résistance des circuits par degrés insensibles. Cette condition est remplie par les rhéostats à liquide mais, comme ils ont l'inconvénient de donner lieu à un dégagement de vapeur et à des projections de liquide, ils doivent être installés en dehors de la salle des mesures, ce qui complique les opérations de réglage surtout

parce que la résistance varie notablement avec la température du liquide. Il est donc plus commode d'employer comme résistances de réglage soit des lampes à incandescence groupées en série ou en dérivation, soit des fils métalliques nus exposés à l'air.

Nous donnerons comme exemple de ce genre de rhéostat la disposition étudiée par M. Gosselin pour le laboratoire de l'Ecole Centrale (*fig.* 219 et 220).

Fig. 219 Fig. 220



Le réglage des résistances se fait au moyen de trois cadrans à curseur.

Le premier comprend 20 plots entre lesquels sont disposées 19 résistances en fil de fer; les quatre premières sections, à partir de la borne A, ont chacune 3 ohms en fil de 1 mm. de

diamètre ; les dix sections suivantes ont chacune 1 ohm en fil de 2 mm. de diamètre ; enfin les cinq dernières sections ont chacune 1 ohm en fil de 3 mm. de diamètre.

Le deuxième cadran, relié au premier comme l'indique la *fig.* 219, comprend 10 plots et 9 sections de 0,1 ohm en fil de fer de 3 mm. et le troisième cadran 10 plots et 9 sections de 0,01 ohm en fil de fer de 3 mm.

Les extrémités libres du rhéostat sont réunies aux bornes A et B.

Les résistances sont fractionnées en éléments constitués, comme l'indique la *fig.* 220, par une lame de fer plat, *a*, portant, sur des isolateurs de porcelaine, six spirales métalliques réunies entre elles et avec les fils de dérivation aux cadrans au moyen de serre-fils à triple prise de courant. Ces éléments sont accrochés, les uns à côté des autres, sur une traverse, T, en fer.

Le nombre des éléments du rhéostat et la résistance à donner à chacun d'eux dépendront de la différence de potentiel sous laquelle doivent se faire les essais et de l'intensité maximum du courant qui doit passer dans le fil.

L'élévation de température, θ, produite par le passage d'un courant de I ampères, dans un fil de d mm. de diamètre, exposé à l'air, peut se calculer d'une façon approchée par la formule

$$\theta = 12 \rho \frac{I^2}{d^3},$$

ρ étant la résistance d'un fil de 1 mètre de longueur et de 1 millimètre carré de section, à la température finale.

Pour un fil de fer ordinaire on peut prendre

$$\rho = 0{,}14\,(1 + 0{,}004\,\theta)\ \text{ohm}.$$

On donne au fil du rhéostat une section suffisante pour que la température finale ne dépasse pas 150° à 200° C.

165. Essais de réception. — Les essais de réception ont pour but de vérifier si la dynamo est susceptible de fournir régulièrement le service auquel elle est destinée, en remplissant les conditions fixées par le cahier des charges de la fourniture.

Pour une génératrice, l'essai se fait en la mettant en marche sur un rhéostat dont on peut faire varier la résistance (lampes à incandescence, fils métalliques, rhéostat à liquide). On augmente progressivement le débit de la machine en réglant le courant d'excitation de manière à maintenir aux bornes la différence de potentiel normale. On pourra ainsi déterminer l'intensité du courant d'excitation et la résistance à employer pour le réglage du champ aux différents débits. Les résultats de ces observations sont représentés par une courbe dont l'abscisse sera l'intensité du courant extérieur si la dynamo est à potentiel constant, et la différence de potentiel aux bornes si la dynamo doit fonctionner à courant constant.

Lorsqu'on procède aux essais de réception d'une dynamo on doit exiger l'absence complète d'étincelles aux balais. Si le calage doit rester fixe, quelle que soit la charge, après avoir amené les balais dans la position qui convient pour la pleine charge, on diminue le débit pour s'assurer que la dynamo continue à fonctionner sans étincelles ; à défaut on recherche dans quelles limites doit varier l'angle de calage pour satisfaire à cette condition.

La température des différentes parties de la machine augmente progressivement pendant la marche jusqu'à une valeur de régime qui n'est généralement atteinte qu'après dix ou douze heures de marche continue à pleine charge ; cet accroissement est mesuré au moment de l'arrêt. En observant les températures à des intervalles de temps égaux, on pourra construire la courbe des accroissements de température rapportés au temps et se rendre ainsi compte du moment où la dynamo approche de son équilibre de température.

La température des paliers, de l'induit et du collecteur se

mesure au moyen d'un thermomètre dont la boule est enveloppée de papier d'étain pour obtenir une conduction rapide de la chaleur. Afin d'éviter la dispersion de chaleur pendant l'observation, le thermomètre est recouvert d'une couche de coton ; la lecture se fait lorsque le thermomètre cesse de monter.

L'élévation de température des inducteurs se détermine le plus souvent en mesurant l'augmentation de résistance du circuit ; cette méthode ne serait pas applicable à l'induit parce que la résistance de contact des balais est susceptible de grandes variations relatives.

Les isolements du circuit de l'inducteur et de l'induit avec la masse métallique du bâti se mesurent sous une différence de potentiel continue double de la différence de potentiel normale de la dynamo. En outre on fait un essai de rupture d'isolant en appliquant à chacun des circuits, pendant quinze minutes, une différence de potentiel alternative double du voltage normal de la machine.

Si l'installation à recevoir comprend la machine à vapeur et la dynamo, on peut se contenter de mesurer le rendement net de l'ensemble du groupe électrogène en déterminant le poids de houille consommé par kilowatt-heure d'énergie électrique fournie à différentes charges, généralement à pleine et à demi-charge.

Le rendement d'une génératrice est calculé par l'évaluation des pertes séparées, en admettant que la somme des pertes par frottements mécaniques, hystérésis et courants de Foucault, est le même à vide qu'en charge pourvu que le champ et la vitesse angulaire soient les mêmes dans les deux cas. La puissance absorbée par la résistance de l'induit se calcule d'après l'intensité du courant total ; la résistance de l'induit est mesurée entre les bornes de la machine aussitôt après l'arrêt sans toucher aux balais.

La perte dans les inducteurs est égale au produit de la

différence de potentiel aux bornes par l'intensité du courant d'excitation en marche.

Lorsque la génératrice ne peut pas être disjointe du moteur qui l'actionne, le rendement se détermine sans tenir compte des frottements, en relevant le diagramme de la machine à vapeur lorsqu'elle entraîne la dynamo avec son excitation normale, puis lorsqu'elle entraîne la dynamo sans excitation. La différence des puissances indiquées dans les deux cas représente les pertes par hystérésis et courants de Foucault; les pertes en charge par effet Joule dans l'induit et l'inducteur sont calculés comme précédemment.

Pour essayer un moteur on le fera fonctionner à son régime normal, en absorbant le travail mécanique qu'il développe par un frein dynamométrique à frottement, ou par une dynamo étalonnée fonctionnant comme génératrice sur un rhéostat. En faisant varier le débit de la génératrice on pourra étudier le fonctionnement du moteur à différentes charges et déterminer les conditions de la régulation de vitesse.

En mesurant pour différents régimes l'énergie électrique fournie au moteur et le travail mécanique correspondant, on aura les éléments nécessaires pour calculer le rendement.

Ce rendement peut également être évalué par la méthode d'opposition ou celle des pertes séparées ; mais, dans tous les cas, il est nécessaire de faire fonctionner le moteur à pleine charge pendant un temps suffisant pour éprouver ses qualités mécaniques.

L'élévation de température des différentes parties du moteur se mesure de la même manière que pour une génératrice après une marche continue d'une durée égale à celle du service auquel est destiné le moteur.

Le projet de réglementation élaboré par la Société des Ingénieurs allemands pour la préparation des cahiers des charges relatifs à la fourniture des dynamos contient les

indications suivantes sur les limites admissibles pour l'élévation de température des dynamos et des moteurs.

Si la température ambiante ne dépasse pas 35°, l'élévation de température pour l'induit et le collecteur peut atteindre :

50° si les fils sont isolés au coton,

60° » » au papier,

80° » » au mica, à l'amiante ou produits similaires.

Pour les inducteurs les valeurs admissibles peuvent être de 10° C. plus élevées.

Pour les moteurs de traction, l'élévation de température, après une heure de marche dans le local des essais, ne devra pas dépasser

70° pour l'isolement au coton,

80° » au papier,

100° » au mica, à l'amiante ou produits similaires.

CHAPITRE XIV

—

ÉTUDE D'UN PROJET DE DYNAMO A COURANT CONTINU.

166. Données. — Pour une génératrice les données principales sont :

La puissance électrique utile, représentée par le produit du courant extérieur et de la différence de potentiel aux bornes ;

les conditions de régulation qui déterminent le mode d'excitation à adopter ;

le rendement à un ou plusieurs régimes déterminés ;

le nombre de tours par minute.

Pour un moteur électrique les données sont :

La puissance mécanique utile représentée par le produit du couple utile et de la vitesse angulaire ;

la différence de potentiel aux bornes ou l'intensité du courant moteur ;

les conditions de la régulation de vitesse ;

le rendement à un ou plusieurs régimes déterminés.

La nature des applications auxquelles est destinée la machine à étudier peut, en outre, donner lieu à quelques conditions particulières (poids, encombrement, protection mécànique, etc.), qui devront être prises en considération dans l'étude du projet,

et pourront motiver des formes ou des dispositions spéciales.

167. Notations.

$2p$, nombre des pôles inducteurs ;

$2p_1$, nombre des circuits de l'induit ;

n, nombre de tours par seconde ;

$n' = 60\,n$, nombre de tours par minute ;

N, nombre des conducteurs élémentaires à la circonférence extérieure de l'armature ;

r_1, résistance intérieure de l'induit ;

r_2, résistance de l'enroulement inducteur en série ;

$r = r_1 + r_2$, résistance totale des circuits induit et inducteur en série ;

r_s, résistance de l'enroulement inducteur en dérivation ;

I_1, intensité totale du courant d'armature ;

i, intensité du courant inducteur dérivé ;

I, intensité du courant extérieur ;

E_o, force électromotrice à circuit ouvert ;

U, différence de potentiel aux bornes.

D, diamètre extérieur du noyau de tôles de l'induit ;

D_1, diamètre au fond des encoches ;

D_2, diamètre intérieur du noyau ;

L, longueur totale du noyau de tôles ;

L_1, longueur utile (isolement et vides déduits) ;

$\lambda = \frac{L}{D}$, rapport de la longueur du noyau à son diamètre ;

a, nombre d'ampère-tours induits par centimètre de la circonférence extérieure du noyau ;

Φ, flux inducteur utile pour un pôle ;

Φ_o, flux dispersé »

$\mathfrak{B}$, valeur *moyenne* de l'induction dans l'entrefer ;

A, nombre d'ampère-tours inducteurs pour le flux Φ.

Éléments du circuit magnétique

	Sections	Inductions	Perméabilites	Longueurs
1. Noyau de tôles	S_1	$\mathfrak{B}_1$	μ_1	l_1
2. Dents	S_2	$\mathfrak{B}_2$	μ_2	$2l_2$
2. Encoches	S'_2	$\mathfrak{B}'_2$	1	$2l_2$
3. Entrefer	S_3	$\mathfrak{B}_3$	1	$2l_3$
4. Pièces polaires	S_4	$\mathfrak{B}_4$	μ_4	$2l_4$
5. Noyaux polaires	S_5	$\mathfrak{B}_5$	μ_5	$2l_5$
6. Culasse	S_6	$\mathfrak{B}_6$	μ_6	$2l_6$

S_1, $S_2 + S'_2$, S_3 sont les sections de passage du flux utile Φ ;

S_4, S_5, S_6 sont les sections de passage du flux total $(\Phi + \Phi_0)$.

ψ, angle de calage des balais ;

$\varphi = \text{arc sin} \dfrac{NI_1}{4pp_1A}$;

$k = \cos p\psi - \dfrac{\sin \varphi}{2\pi}$ (génératrice) ;

$k_1 = \cos p\psi + \dfrac{\sin \varphi}{2\pi}$ (moteur);

η, rendement industriel de la machine.

CALCUL DES DIMENSIONS

168. Armature. — 1° Evaluer la force électromotrice de la machine à circuit ouvert en fonction de la différence de potentiel aux bornes.

Pour une génératrice

$$E_0 = \frac{U + rI_1}{k}. \tag{1}$$

Pour un moteur

$$E_0 = \frac{U - rI_1}{k_1}. \tag{2}$$

rI_1 est ordinairement compris entre $0,2\, U(1-\eta)$ et $0,6\, U(1-\eta)$;

k est ordinairement compris entre 0,90 et 0,80;

k_1 » » 1,00 et 0,98.

2° Calculer les dimensions du noyau d'armature de manière à satisfaire à l'équation

(3) $$E_0 = \frac{p}{p_1} n N \Phi \times 10^{-8} \text{ volts.}$$

Le nombre, N, des fils induits peut s'exprimer en fonction du diamètre au moyen de la relation

(4) $$\frac{NI_1}{2p_1} = \pi D a.$$

Le flux inducteur pour un pôle s'exprimera en fonction des dimensions du noyau par l'égalité

(5) $$\Phi = \frac{\pi D L}{2p} \mathfrak{B}.$$

En portant ces expressions de N et de Φ dans l'équation (3) on obtient

(6) $$D^2 L = D^3 \lambda = \frac{6.10^9}{\pi^2 \mathfrak{B} a} \frac{E_0 I_1}{n'}.$$

I_1 sera compris entre 1,01 I et 1,03 I.

Si le nombre de tours n'est pas fixé, on l'exprimera en fonction du diamètre et de la vitesse périphérique au moyen de l'égalité

(7) $$v = \frac{\pi D n'}{60}.$$

L'élimination de n' entre (6) et (7) donnera

(8) $$D^2 \lambda = \frac{10^8}{\pi \mathfrak{B} a} \frac{E_0 I_1}{v}.$$

Les équations (6) et (8) permettront de calculer le diamètre du noyau lorsqu'on aura choisi les valeurs de $\mathfrak{B}$, a, v, λ.

L'induction moyenne dans l'entrefer, $\mathfrak{B}$, est le plus souvent comprise entre 4 000 et 8 000.

Le nombre d'ampères par centimètre, a, varie entre 125 et 250 pour les tambours ; entre 75 et 180 pour les anneaux.

Pour la vitesse périphérique, v, il est préférable de ne pas dépasser 30 mètres (3 000 cm.) par seconde.

Les chiffres précédents n'ont rien d'absolu et les meilleures valeurs à adopter dans chaque cas ne peuvent être choisies rationnellement, soit dans les limites ci-dessus, soit en dehors de ces limites, qu'en discutant les résultats fournis par les équations de conditions, avec des facteurs numériques différents.

Le rapport, λ, de la longueur au diamètre dépend du nombre des pôles; il est le plus souvent compris entre $\frac{1}{p}$ et $\frac{2}{p}$.

3° Pour déterminer le nombre des pôles inducteurs, on calculera :

1° le diamètre D avec une valeur de λ arbitrairement choisie;

2° le nombre d'ampère-tours induits au moyen de la formule (4).

La limite supérieure du décalage étant fixée par l'hypothèse faite au début des calculs, le nombre total d'ampère-tours inducteurs devra satisfaire à la condition

$$2pA \geqslant \frac{\pi D a}{\sin \varphi}.$$

Comme il est indépendant du nombre des pôles, on voit qu'en augmentant ce nombre on diminuera celui des ampère-tours à loger sur chaque noyau, ce qui permettra de réduire leur longueur tout en réservant une surface de refroidissement suffisante.

Si nous désignons par A le nombre d'ampère-tours qu'il

convient de ne pas dépasser pour deux pôles conj $\left(\frac{A}{2}\text{ sur chaque noyau}\right)$, on adoptera un nombre de pôle que

$$(9) \qquad 2p > \frac{\pi D a}{A \sin \varphi}\ ^{(1)}.$$

4° Le nombre des pôles étant ainsi déterminé, on repr le calcul de D par les équations (6) ou (8), et on dédui l'équation (4) la valeur de N que l'on modifiera un peu y a lieu, pour satisfaire aux conditions de l'enroulem d'après le nombre des circuits dérivés offerts au courant in total I_1. Pour éviter les étincelles au collecteur, ce nom doit satisfaire à la condition.

$$(10) \qquad 2p_1 > \frac{I_1}{200}.$$

5° Après avoir tracé une des sections de l'enroulem mesuré sa longueur, on calcule la section du cuivre de man que la chute de tension intérieure ne dépasse pas la lim que l'on s'est fixée au début. La densité du courant d l'induit est ordinairement comprise entre 2 et 5 ampères p millimètre carré.

Il faut alors s'assurer que l'enroulement induit peut facilement logé sur le noyau et, à défaut, modifier conven blement les valeurs trouvées précédemment.

6° En portant les valeurs numériques de p, p_1, N da l'équation (3) on obtiendra celle du flux utile Φ, au moyen laquelle on calculera le diamètre intérieur du noyau.

Si le noyau est denté, la profondeur des encoches aura déterminée par les conditions de l'enroulement, et l'on aur

$$(11) \qquad D_1 = D - 2l_2.$$

(1) Par exemple en prenant $A = 25\,000$, $\sin \varphi = 0{,}4$, on aurait

$$2p > \frac{\pi D a}{10\,000}.$$

La section droite du noyau de tôles se calculera par la formule

$$(12) \qquad (D_1 - D_2)L_1\mathfrak{B}_1 = \Phi,$$

en se donnant la valeur de $\mathfrak{B}_1$ que l'on peut prendre égale ou inférieure à 16 000.

L_1 est compris entre 0,9 L et 0,85 L suivant l'épaisseur de l'isolant des tôles et le nombre des vides intérieurs à réserver pour la ventilation du noyau.

D_2 sera déterminé par les équations (11) et (12).

Si le noyau était lisse on aurait $D_1 = D$.

7° Le nombre des fils induits étant connu, celui des touches du collecteur résultera des subdivisions de l'enroulement, dont le nombre doit être déterminé de manière à ne pas dépasser 200 ampère-tours par section et une différence de potentiel de 25 à 30 volts entre deux touches contigues. Ces limites, indiquées par l'expérience, fixent le nombre minimum des lames ; mais il est avantageux, pour éviter les étincelles au collecteur, de l'augmenter le plus possible.

La surface de contact des balais sur le collecteur se détermine d'après l'intensité du courant à recueillir.

Pour les balais métalliques elle est ordinairement comprise entre 2,5 et 5 millimètres carrés par ampère ; pour les balais en charbon entre 7 et 20 millimètres carrés suivant la qualité des charbons (**85**).

La résistance que les balais opposent au passage du courant peut se calculer au moyen des formules suivantes :

$\zeta = 0,15 + \frac{0,9}{\sigma}$ ohms par cm² pour les frotteurs en charbon,

$\zeta = 0,02 + \frac{0,1}{\sigma}$ » » » métalliques ;

σ étant la densité superficielle du courant (ampères par cent. carré) au passage des balais.

La chute de potentiel due à la résistance de passage sera donc égale à $\zeta\sigma$ volts.

Les dimensions à donner au collecteur dépendront du nombre des lames, et de la surface de contact nécessaire.

La surface du collecteur doit être suffisante pour dissiper la chaleur produite par la résistance électrique et le frottement des balais.

169. Inducteurs. — Les dimensions des inducteurs se déterminent par tâtonnements en partant d'un premier tracé approximatif.

Le diamètre d'alésage des pièces polaires est égal à

$$D + 2l_3.$$

Pour un noyau lisse, l_3 est égal à l'épaisseur du fil induit plus 5 à 6 mm.

Pour un noyau denté, l_3 est égal ou supérieur aux 0,6 de la largeur d'une encoche.

L'arc embrassé par une pièce polaire est ordinairement compris entre $0{,}8\,\frac{\pi}{p}$ et $0{,}6\,\frac{\pi}{p}$.

La longueur de la pièce polaire, parallèlement à l'axe, est égale ou un peu inférieure à celle du noyau de tôles.

Au moyen de ces indications on trace l'électro-aimant par estimation en tenant compte de l'espace jugé nécessaire pour loger l'enroulement inducteur sur les noyaux.

Les sections sont déterminées de manière que le rapport

$$\frac{NI_1}{4pp_1A} = \sin \varphi$$

ne soit pas inférieur à celui qui a été choisi au début des calculs.

Le nombre d'ampère-tours, A, sera la somme :

des ampère-tours A_1 nécessaires pour maintenir le flux Φ dans l'entrefer, les dents et le noyau de l'induit ;

et des ampère-tours A_2 nécessaires pour maintenir le flux

total $\Phi + \Phi_0 = \Phi_1$ dans la culasse, les noyaux et les pièces polaires de l'inducteur.

On calculera d'abord A_1 par la formule (**109**)

$$\frac{4\pi}{10} A_1 = l_1 \frac{\mathfrak{B}_1}{\mu_1} + 2l_2 \frac{\mathfrak{B}_2}{\mu_2} + 2l_3 \mathfrak{B}_3. \tag{13}$$

Les longueurs l_1, l_2, l_3 se mesurent sur le dessin.

Les valeurs de l'induction aux divers points se déduisent de l'identité

$$\mathfrak{B}_1 S_1 = (\mathfrak{B}_2 S_2 + \mathfrak{B}'_2 S'_2) = \mathfrak{B}_3 S_3 = \Phi, \tag{14}$$

dans laquelle

$S_1 = (D_1 - D_2)L_1$ est la section droite du noyau de tôles suivant un diamètre;

S_2 est la section moyenne de la tôle dans les dents pour l'arc $\frac{\pi}{p}$;

S'_2 est la section ouverte des encoches pour l'arc $\frac{\pi}{p}$;

S_3 est la moyenne entre la surface de la pièce polaire et la surface extérieure des dents pour l'arc $\frac{\pi}{p}$.

Le travail de la force magnétique $\mathcal{H}_2$ étant le même suivant les deux chemins ouverts au flux entre l'entrefer et le noyau, on doit avoir

$$\frac{\mathfrak{B}_2}{\mu_2} = \mathfrak{B}'_2 ;$$

ce qui permettra de déterminer $\mathfrak{B}_2$ par approximations successives au moyen des courbes d'aimantation (Chap. X).

Pour $\mathfrak{B}_2 < 17\,000$ on peut admettre que la totalité du flux passe dans les dents, c'est-à-dire prendre $\mathfrak{B}'_2 = 0$.

$\mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2, \mathfrak{B}_3$ étant déterminés par l'équation (14), les courbes d'aimantation donnent les valeurs des forces magnétisantes

$$\mathcal{H}_1 = \frac{\mathfrak{B}_1}{\mu_1} \qquad \mathcal{H}_2 = \frac{\mathfrak{B}_2}{\mu_2}$$

qui serviront à calculer A_1 par l'équation (13).

On en déduira

$$A_2 = A - A_1.$$

Le flux total à maintenir dans l'électro-aimant est la somme du flux utile Φ et du flux dispersé Φ_0.

Le rapport du flux total au flux utile varie dans des limites assez étendues (1,10 à 1,60) suivant le type et les dimensions de la dynamo.

On commence par l'évaluer d'après les données que l'on possède sur des machines analogues, de manière à pouvoir déterminer approximativement les dimensions de l'inducteur. En calculant ensuite, d'après ces premières dimensions, la perméance du circuit dérivé équivalent (**108**) on obtiendra une nouvelle valeur du coefficient de dispersion, au moyen de laquelle il sera facile de rectifier, s'il y a lieu, les sections de passage du flux dans les inducteurs.

En prenant

$$\Phi + \Phi_0 = \nu\Phi,$$

les sections de passage du flux dans l'électro-aimant devront satisfaire à l'identité

$$\mathcal{B}_4 S_4 = \mathcal{B}_5 S_5 = \mathcal{B}_6 S_6 = \nu\Phi. \tag{15}$$

Le nombre d'ampère-tours nécessaire pour maintenir ce flux se détermine par l'équation

$$\frac{4\pi}{10} A_2 = 2 l_4 \frac{\mathcal{B}_4}{\mu_4} + 2 l_5 \frac{\mathcal{B}_5}{\mu_5} + l_6 \frac{\mathcal{B}_6}{\mu_6}. \tag{16}$$

En prenant

$$\frac{\mathcal{B}_5}{\mu_3} = \frac{\mathcal{B}_6}{\mu_6},$$

et en négligeant d'abord $2 l_4 \frac{\mathcal{B}_4}{\mu_4}$, qui est toujours très petit, on aura

$$\frac{4\pi}{10} A_2 = \frac{\mathcal{B}_5}{\mu_5} (2 l_5 + l_6). \tag{17}$$

Les courbes d'aimantation donnent la valeur de $\mathcal{B}_5$ qui satisfait à cette condition, ce qui permettra de calculer la section des noyaux ainsi que celle de la culasse et de compléter le tracé provisoire de l'électro-aimant, au moyen duquel on calculera la réluctance $\mathcal{R}_0$ des dérivations magnétiques. Le flux dispersé se calculera par la formule

$$(18) \qquad \Phi_0 \mathcal{R}_0 = \frac{4\pi}{10} A_1$$

et le flux total correspondant sera

$$(19) \qquad \Phi_1 = \Phi + \Phi_0.$$

Au moyen de cette nouvelle valeur de Φ_1 on rectifiera, s'il y a lieu, les sections S_5 et S_6 de manière à satisfaire l'équation (16), pour le débit maximum de la dynamo.

L'inducteur et l'induit étant solidaires, l'étude des inducteurs pourra montrer la nécessité ou l'utilité de modifications à faire dans les dimensions de l'armature, qui ne doivent être considérées comme définitives que lorsque l'étude de la caractéristique et les calculs de vérification auront montré que la machine projetée satisfait complètement à toutes les conditions imposées.

Le tracé de la caractéristique à circuit ouvert, entre la marche à vide et la pleine charge, se fait d'après la méthode indiquée au Chap. X.

170. Enroulement des inducteurs. — Le nombre d'ampère-tours inducteurs correspondant à la pleine charge étant connu, on calculera la section du fil et on déterminera les dimensions des bobines inductrices.

Si l'excitation est faite en simple dérivation, le nombre des tours de fil sur un noyau sera égal à $\frac{1}{2}\frac{A}{i}$ et, comme les $2p$ bobines inductrices sont réunies en série, on aura

$$(20) \qquad r_s = p\frac{l\rho}{s}\frac{A}{i},$$

en désignant par

l, la longueur moyenne (en mètres) d'une spire de l'enroulement;

s, la section du conducteur en millimètres carrés;

ρ, la résistance d'un fil de cuivre de 1 mètre de longueur et de 1 millimètre carré de section; on tient compte de l'accroissement de résistance produit par l'élévation de température en prenant $\rho = 0{,}02$ ohm.

Comme il faut évidemment que

$$r_s i < U,$$

la section minimum du fil inducteur sera déterminée par la condition

$$s \geqslant \frac{p l \rho A}{U}. \tag{21}$$

En choisissant une valeur convenable de i (entre 0,01 I et 0,03 I), on aura les éléments nécessaires pour tracer les bobines inductrices, qui doivent se loger facilement sur les noyaux et avoir une surface de refroidissement suffisante.

Si l'excitation est faite en série, le nombre de tours de fil est déterminé, et la section du conducteur se calcule de manière que la chute de tension dans l'enroulement ne dépasse pas la limite imposée par la condition de rendement. Si la machine est à excitation composée, après avoir évalué le nombre d'ampère-tours pour chacun des enroulements (**130**), on déterminera leurs sections respectives comme dans le cas de l'excitation simple.

Les rhéostats de réglage pour l'excitation dérivée ou l'excitation en série se calculeront comme nous l'avons indiqué en traitant de la régulation des génératrices et des moteurs.

171. Calcul de l'arbre. — Les dimensions des différentes parties de la machine se déterminent, par les règles ordinaires de la Mécanique, en prévision des efforts auxquels

elles seront soumises pendant le fonctionnement de la dynamo, que l'on peut évaluer sans difficulté lorsque le couple mécanique développé sur l'arbre est connu.

Nous nous bornerons à indiquer les formules applicables au calcul de l'arbre que nous supposerons en acier.

Le couple moteur d'une génératrice a pour valeur

$$C = \frac{1}{\eta} \frac{UI}{2\pi n'} \frac{60}{9,81} \text{ kilogrammètres}$$

ou, en nombre rond,

(22) $$C = \frac{1}{\eta} \frac{UI}{n'} \text{ kilogrammètres.}$$

Pour un moteur on aurait de même

(23) $$C = \eta \frac{UI}{n'} \text{ kilogrammètres.}$$

En désignant par

d, le diamètre de l'arbre en millimètres pour la section dans laquelle

M, est le moment fléchissant;

C, le couple de torsion;

on prendra

(24) $$d^3 = 1700\left[M + \sqrt{M^2 + C^2}\right].$$

Le diamètre à donner aux tourillons pour résister à la flexion peut se calculer par la formule

(25) $$d = 1,3\sqrt{P\frac{l}{d}}.$$

P étant la pression transversale (en kilogrammes) qui s'exerce sur le tourillon. Le rapport de la longueur du tourillon à son diamètre peut se déterminer par la formule empirique

(26) $$\frac{l}{d} = 1 + 0,004\, n'.$$

Les moments fléchissants et les pressions transversales

peuvent se calculer d'après le poids des différentes parties de l'armature et la tension exercée par la courroie sur l'arbre de la poulie motrice.

172. Puissance dissipée et rendement. — Les pertes par effet Joule dans l'enroulement induit, au passage des balais et dans les inducteurs, se calculent pour les différents régimes dont on veut connaître le rendement, au moyen des résistances qui sont connues.

La puissance dissipée par l'hystérésis et les courants de Foucault se calcule au moyen des formules connues, que nous rappelons ci-après.

En désignant par

V_1 et V_2 les volumes de la tôle du noyau et des dents, en centimètres cubes;

e, l'épaisseur de la tôle en millimètres;

h, le coefficient de Steinmetz, qui est ordinairement compris entre 0,002 et 0,003 pour la tôle douce,

on aura :

Puissance absorbée par l'hystérésis

$$\frac{pnh}{10^7}\left[V_1\mathfrak{B}_1^{1,6} + V_2\mathfrak{B}_2^{1,6}\right] \text{ watts.} \tag{27}$$

Puissance absorbée par les courants de Foucault

$$\frac{1,234}{10^{13}}\, p^2n^2e^2\left[V_1\mathfrak{B}_1^2 + V_2\mathfrak{B}_2^2\right] \text{ watts.} \tag{28}$$

La puissance absorbée par le frottement des balais sur le collecteur se calcule en prenant le coefficient de frottement égal à 0,2 pour les balais métalliques et 0,3 pour les balais en charbon, en supposant que le collecteur soit entretenu en bon état. La pression des balais sur le collecteur est ordinairement comprise entre $0^k,100$ et $0^k,150$ par centimètre carré pour les dynamos installées à poste fixe, et entre $0^k,200$ et $0^k,300$ pour les moteurs soumis à des chocs ou à des vibrations.

La puissance absorbée par le frottement de l'arbre dans ses coussinets se déduit des valeurs qui auront été trouvées pour les pressions exercées sur les coussinets, en admettant que, pour un graissage continu bien fait, le coefficient de frottement ne dépasse pas 0,05 à 0,06.

La perte due à la résistance de l'air est difficile à évaluer par le calcul; elle est en général assez faible pour qu'il n'y ait aucun inconvénient à la négliger.

Les différentes pertes ayant été calculées séparément pour une puissance utile $\mathfrak{P}$, on en fera la somme $\mathfrak{P}_0$ et le rendement correspondant sera donné par le rapport

$$\eta = \frac{\mathfrak{P}}{\mathfrak{P} + \mathfrak{P}_0}. \tag{29}$$

173. Calcul de l'élévation de température. — Le calcul se fait pour les différents organes : armature, collecteur, inducteurs, au moyen de la formule

$$t^\circ = \frac{400}{1 + \frac{v}{10}} \cdot \frac{\text{watts transformés en chaleur}}{\text{surface de refroidissement en cm}^2} \tag{30}$$

dans laquelle v est la vitesse périphérique en mètres par seconde ; pour les inducteurs $v = 0$.

Les surfaces de refroidissement exposées à l'air sont le plus souvent calculées à raison de 4 à 5 cm² par watt dissipé pour les organes en mouvement, et à raison de 10 à 12 cm² par watt dissipé pour les organes fixes.

Si l'élévation de température dépasse la limite fixée soit par le cahier des charges, soit par la condition de sécurité pour les isolants, on devra modifier le projet de manière à augmenter suffisamment les surfaces de refroidissement.

174. Application numérique. — Proposons-nous, à titre d'exemple, de calculer les dimensions d'une dynamo

de 200 kilowatts, capable de maintenir aux bornes une différence de potentiel de 500 volts à vide et de 550 volts à pleine charge, avec un rendement de 90 °/o environ ; la vitesse angulaire étant de 500 tours par minute.

A pleine charge on aura

$$U = 550 \text{ volts}; \qquad I = \frac{200.000}{550} = 364 \text{ ampères.}$$

En prenant

$$\sin \varphi = 0,40; \qquad rI_1 = 0,03 \times 550 = 16,50 \text{ volts,}$$

on aura

$$E_0 = 663 \text{ volts.}$$

Nous supposerons que

$$I_1 = 368 \text{ ampères.}$$

L'enroulement de l'armature sera fait en tambour sur noyau denté ; comme $I_1 < 400$ ampères on pourra adopter l'enroulement en série simple, c'est-à-dire prendre $2p_1 = 2$; $\frac{I_1}{2p_1} = 184$ ampères.

Le diamètre du noyau se calculera par la formule (8) en prenant

$$\mathfrak{B} = 6\,000, \qquad a = 240.$$

Un premier calcul montre que, pour satisfaire à la formule (10), il faut prendre $2p \geqslant 6$, ce qui nous conduit à adopter un type de machine à six pôles. En prenant $\lambda = 0,45$, on trouve

$$D = 77 \text{ cm.} \qquad L = 34 \text{ cm.}$$

La vitesse périphérique du noyau sera de $20^m,42$ par seconde.

Le nombre des conducteurs induits se calculera par la formule (4) ; on prendra

$$N = 316$$

et la formule de l'enroulement en série,

$$y_1 + y_2 = \frac{316 + 2}{3}, \quad \text{donne} \quad y_1 = y_2 = 53.$$

Comme le collecteur aura 158 lames, la différence de potentiel moyenne entre deux touches voisines sera

$$\frac{6 \times 550}{158} = 21 \text{ volts.}$$

On adoptera pour l'armature et l'enroulement les dispositions indiquées *fig.* 143 et 144, p. 230 et 231.

L'enroulement sera logé dans 79 encoches à raison de 4 fils par encoche ; la longueur d'un cadre sera de $1^m,74$.

La chute de tension prévue dans le circuit induit étant de 16,50 volts, on calculera la section du fil pour une chute de 8,25 volts entre les balais, de manière à réserver une marge suffisante pour l'enroulement inducteur en série, et la résistance superficielle des balais. Le fil induit aura alors une section de

$$61 \text{ mm}^2 = 4,5 \times 13,5 \text{ mm.}$$

On donnera aux encoches une largeur de 15 mm. sur 42 mm. de profondeur.

En prenant

$$2p = 6\,; \quad 2p_1 = 2\,; \quad N = 316\,; \quad n = \frac{500}{60}\,; \quad E_0 = 663 \text{ volts,}$$

la formule (3) donnera

$$\Phi = 8{,}392{,}000$$

et pour

$$L_1 = 0,85\, L = 28,9 \text{ cm.,} \qquad \mathfrak{B}_1 = 16\,000,$$

on aura

$$D_1 - D_2 = 18,2 \text{ cm.}$$

Comme

$$D_1 = 77 - 2 \times 4,2 = 68,6 \text{ cm.,}$$

on aura

$$D_2 = 50{,}4 \text{ cm.}$$

Les volumes de tôle seront

$$\text{Noyau} \quad V_1 = 49160 \text{ cm}^3,$$
$$\text{Dents} \quad V_2 = 13100 \text{ cm}^3.$$

La surface des encoches pour un pôle sera 674 cm².
» des dents » 697 cm².
La section moyenne des dents » 520 cm².

En donnant à l'entrefer une longueur de 1 cm., le diamètre d'alésage des pièces polaires sera

$$D + 2{,}0 = 79{,}0 \text{ cm.}$$

L'arc sous-tendu par la pièce polaire sera $0{,}8 \frac{\pi}{3} = 0{,}838$.

La longueur parallèle à l'axe sera de 32 cm., ce qui donne pour l'épanouissement polaire une surface de

$$1\,059 \text{ cm}^2;$$

et la section moyenne de passage du flux dans l'entrefer sera de

$$860 \text{ cm}^2.$$

Nous pouvons maintenant calculer les ampère-tours inducteurs A_1 correspondant au noyau et à l'entrefer, par la formule (13), en prenant

$$\mathfrak{B}_1 = 16\,000; \qquad \mathfrak{B}_2 = 16\,140; \qquad \mathfrak{B}_3 = 9\,760;$$
$$l_1 = 37; \qquad 2l_2 = 8{,}4; \qquad 2l_3 = 2{,}0.$$

On en déduit

$$\frac{4\pi}{10} A_1 = 21\,832 \qquad A_1 = 17\,370.$$

Le nombre total d'ampère-tours prévu étant

$$A = \frac{4pp_1 \times 0{,}4}{Nl_1} = 24\,230,$$

on voit qu'il faut déterminer les dimensions de l'inducteur de manière à avoir

$$A_2 = 6\,860 \qquad \text{ou} \qquad \frac{4\pi}{10} A_2 = 8620.$$

En admettant provisoirement un coefficient de dispersion égal à 1,15, le flux total sera

$$\Phi + \Phi_0 = 8.392.000 \times 1,15 = 9.650.000.$$

Les sections du noyau et de la culasse, déduites de cette valeur du flux, permettent de compléter le tracé des inducteurs et de calculer la perméance des dérivations, que l'on trouve égale à 63, ce qui donne

$$\Phi_0 = 21.832 \times 63 = 1.375.000$$

et

$$\Phi + \Phi_0 = 9\,767.000,$$

Le noyau polaire aura 27,5 cm. de diamètre ; ce qui donne

$$S_5 = 594 \text{ cm}^2.$$

Le diamètre intérieur de la culasse étant de 132,0 cm., on lui donnera un diamètre extérieur de 153,0 cm. au milieu et de 150,0 cm. sur les bords, avec une longueur de 30,0 cm. parallèlement à l'axe ; la section sera

$$\frac{1}{2} S_6 = 294 \text{ cm}^2.$$

Avec ces dimensions, le nombre d'ampère-tours nécessaires pour maintenir aux bornes une tension de 550 volts à pleine charge sera

$$A = 24.230,$$

et par conséquent

$$\sin\varphi = 0,40 \qquad \cos\varphi = 0,917.$$

La machine devant être auto-régulatrice, le calage des balais reste constant, et l'excitation en dérivation devra être calculée, de manière à donner à vide une force électromotrice

$$E_0 = \frac{500}{0,917} = 546 \text{ volts.}$$

Le nombre d'ampère-tours correspondant sera

$$A_0 = 15.000 \quad \text{pour} \quad U = 500 \text{ volts;}$$

tandis qu'à 550 volts il s'élèvera à

$$15.000 \times \frac{550}{500} = 16.500.$$

On en conclut que l'excitation en série doit fournir

$$24.830 - 16.500 = 7.730 \text{ ampère-tours,}$$

que l'on obtiendra en enroulant 10 1/2 spires sur chaque noyau.

L'enroulement en série sera fait par une bande de cuivre de 30 × 5 mm.; la chute de potentiel dans cet enroulement sera de 3,5 volts pour les 63 spires en série.

L'enroulement dérivé, en fil de 1,7 mm. et 2,1 mm. recouvert, comprendra 2.560 spires sur chaque noyau. Sa résistance sera de 163,3 ohms à chaud. Le courant dérivé correspondant à 16.500 ampère-tours étant de 3,223 ampères, il faudra ajouter dans le circuit une résistance de 7,7 ohms.

Les deux enroulements inducteurs seront disposés sur un même manchon (*fig.* 44) dont la longueur totale, mesurée à l'extérieur des brides, sera 210 mm.

Le collecteur aura 500 mm. de diamètre avec 158 lames ; il y aura 6 lignes de balais comprenant chacune 3 frotteurs en charbon de 20 × 25 mm.; la surface de contact des 9 frotteurs de même polarité sera de 40,8 cm².

On donnera au collecteur une longueur de 250 mm. afin d'avoir une surface de refroidissement suffisante.

.e calcul du rendement à pleine charge donne les résultats vants :

1. *Pertes par effet Joule*

Induit	3036 watts
Balais	1656 »
Inducteurs en série	1288 »
Inducteurs en dérivation	1760 »

2. *Pertes par hystérésis et courants de Foucault.*

$V_1 = 49.160$ cm³; $V_2 = 13.100$ cm³;

$\mathfrak{B}_1 = 16.000$; $\mathfrak{B}_2 = 16.140$;

$h = 0{,}003$; $e = 0{,}5$ mm.

Total des pertes calculées par les for-
ıules (27) et (28) :

Hystérésis	2495 »
Courants de Foucault	310 »

3. *Frottement des balais sur le collecteur.*

$12^k{,}24 \times 0{,}3 \times 13^m{,}09 \times 9{,}81 =$ 472 »

4. *Frottements de l'arbre dans ses paliers*

Tourillon côté poulie ; $d = 150$ mm. ;

$4120^k \times 0{,}05 \times 3^m{,}927 \times 9{,}81 =$ 7936 »

Tourillon côté collecteur ; $d = 100$ mm. ;

$1760^k \times 0{,}05 \times 2{,}^m618 \times 9{,}81 =$ 2260 »

Total des pertes 21213 watts

A la puissance utile de 200 kilowatts le rendement sera donc

$$\eta = \frac{200.000}{221.213} = 0{,}906.$$

5. *Elévation de température.*

a) Armature :

Puissance dissipée 3036 + 2495 + 310 = 5841 watts;

Surface de refroidissement, y compris deux canaux de ventilation intérieure du noyau, 27313 cm²;

Vitesse périphérique $v = 20^m,4$

$$t^o = 29^o.$$

b) Collecteur :

Puissance dissipée 1656 + 472 = 2128 watts;

Surface de refroidissement du collecteur et des supports de balais 9650 cm²;

Vitesse périphérique $v = 13^m,09$;

$$t^o = 39^o.$$

c) Inducteurs :

Puissance dissipée 1288 + 1760 = 3048 watts;

Surface de refroidissement 35500 cm²;

$$t^o = 35^o.$$

6. *Commutation.*

La densité du courant de rupture aux balais pendant la commutation se calculera par les formules données au chap. XI

$$\sigma_0 = \frac{i'}{S} \frac{\left(r' + 2r'' + \frac{2\zeta}{S}\frac{\beta}{\theta}\right)i' - u \cos p\psi}{\frac{\zeta i'}{S} - \frac{\theta}{\beta}\frac{u \sin \varphi}{\pi}};$$

$$u = nN\Phi \sin \frac{p\theta}{2} \sin \frac{p(\beta + \theta)}{2} 10^{-8}.$$

En prenant

$$i' = 184 \text{ amp.}; \qquad S = 40,8 \text{ cm}^2;$$

$$r' = 5,677 \times 10^{-4}; \qquad r'' = 0;$$

$$\zeta = 0,15 + 0,9 \frac{368}{40,8};$$

$$p = 3; \qquad \theta = \frac{360^\circ}{158} = 2^\circ 16',7; \qquad \beta = \frac{20}{9}\theta = 5^\circ 3',8;$$

$$\sin\varphi = 0,40; \qquad \cos p\psi = \cos\varphi = 0,91652;$$

$$nN\Phi \times 10^{-8} = 221 \text{ volts};$$

on trouve que la densité du courant de rupture aux balais, pour la commutation à pleine charge, sera

$$\sigma_0 = 5,09 \text{ amp. par cm}^2,$$

c'est-à-dire la moitié environ de la densité moyenne. La commutation se fera donc dans de bonnes conditions.

Les perméabilités de la tôle et de l'acier employés pour la construction de la dynamo projetée pourront différer un peu de celles qui ont servi de base aux calculs ; mais les écarts, entre les résultats prévus et ceux que fourniront les essais de la machine construite, seront assez faibles pour qu'il soit possible de les corriger, soit en réglant le nombre des ampère-tours inducteurs à l'aide d'une résistance de compensation, soit en modifiant légèrement la vitesse angulaire de la machine.

GÉNÉRATEURS ET TRANSFORMATEURS

DE

COURANTS ALTERNATIFS

CHAPITRE XV

—

THÉORIE DES COURANTS ALTERNATIFS

175. Force électromotrice sinusoïdale. — Dans ı champ magnétique uniforme, considérons un cadre mé-.llique AB, mobile autour d'un axe OO′ normal à la direc-on du champ (*fig.* 221).

Fig. 221

Les extrémités du cadre sont fixées à deux bagues métalliques isolées, C et D, montées sur l'arbre ; sur chacune d'elles appuie un balai, qui pourra être relié à une des extrémités d'un conducteur extérieur CMD destiné à compléter le circuit.

Désignons par Φ_0 le flux qui traverse le cadre lorsque son plan est perpendiculaire à la direction du champ.

Faisons tourner le cadre d'un mouvement uniforme avec une vitesse angulaire, ω. Si l'on prend comme origine l'instant où le cadre est dans le plan yy', l'angle décrit dans le temps t sera ωt, et le flux qui traverse le cadre à cet instant sera

$$\Phi = \Phi_0 \cos \omega t.$$

La force électromotrice induite par un déplacement infiniment petit, ωdt, sera

$$E = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega \Phi_0 \sin \omega t = E_0 \sin \omega t,$$

en représentant par E_0 la valeur maximum de E.

Les valeurs successives de la force électromotrice, induite dans le cadre tournant, seront donc représentées, en fonction du temps, par les ordonnées d'une sinusoïde (*fig.* 222) de période $\frac{2\pi}{\omega} = T$, dont l'amplitude sera

$$E_0 = \omega \Phi_0.$$

Fig. 222

La constante ω est quelquefois désignée sous le nom de *pulsation* de la fonction périodique.

Le nombre de périodes par seconde s'appelle la *fréquence ;* il est égal à $\frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = f$.

Le temps écoulé depuis l'instant où la fonction était nulle s'appelle la *phase ;* l'angle correspondant sera l'*angle de phase.*

Fixons sur l'axe OO' (*fig.* 221) un deuxième cadre FG semblable au premier et faisant avec lui un angle α.

En conservant comme origine du temps l'instant où le cadre AB est dans le plan yy', nous aurons, au temps t,

pour le premier cadre, $E_1 = E_0 \sin \omega t$,

pour le deuxième, $E_2 = E_0 \sin (\omega t + \alpha)$;

Les deux forces électromotrices ont la même période et la même amplitude; mais leurs phases sont différentes : la phase de E_2 sera en avance ou en retard sur celle de E_1, suivant que α sera positif ou négatif.

La fonction

$$(1) \qquad E = E_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

sera complètement déterminée lorsqu'on connaîtra sa période, son amplitude et son angle de phase à l'origine du temps.

Cette fonction pourra aussi être représentée par la formule

$$(2) \qquad E = P \sin \omega t + Q \cos \omega t,$$

que l'on ramène à la précédente en prenant

$$tg\,\alpha = \frac{Q}{P}; \qquad E_0 = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

L'équation (2) montre qu'une fonction sinusoïdale peut être représentée, d'une façon générale, par la somme de deux sinusoïdes de même période et d'amplitudes différentes, dont les phases sont en quadrature, c'est-à-dire diffèrent de un quart de période, puisque $\cos \omega t = \sin \omega\left(t + \frac{\pi}{2\omega}\right)$.

176. Equation générale des courants alternatifs. — Joignons les points C et D par un conducteur CMD, et proposons-nous de trouver l'intensité du courant développé dans le circuit par la force électromotrice

$$E = E_0 \sin \omega t.$$

Soient

R la résistance, $\mathcal{L}$ le coefficient de self-induction du circuit formé par le cadre mobile et le conducteur extérieur ;

I l'intensité du courant à l'instant t.

Le courant variant périodiquement avec le temps, il se développera dans le circuit une force électromotrice de self-induction,

$$\mathcal{L}\frac{dI}{dt},$$

dirigée en sens inverse de E.

La force électromotrice initiale, E, devant être égale à la somme de la force électromotrice nécessaire pour maintenir le courant I dans la résistance R, et de la force électromotrice nécessaire pour surmonter la self-induction, l'intensité du courant, à un instant quelconque, devra satisfaire à l'équation

$$(1) \qquad RI + \mathcal{L}\frac{dI}{dt} = E_0 \sin \omega t.$$

L'intégrale de cette équation s'obtient en ajoutant une solution particulière de l'équation complète à l'intégrale de l'équation sans second membre.

L'intégrale de l'équation

$$(2) \qquad RI + \mathcal{L}\frac{dI}{dt} = 0$$

sera

$$(3) \qquad I = Me^{-\frac{Rt}{\mathcal{L}}};$$

M étant une constante arbitraire.

On obtiendra une solution particulière de l'équation (1) en remarquant qu'elle peut être satisfaite par une fonction périodique telle que

$$(4) \qquad I = A \sin \omega t + B \cos \omega t.$$

L'élimination de I entre (1) et (4) donne

$$(\mathrm{RA} - \omega\mathfrak{L}\mathrm{B}) \sin \omega t + (\omega\mathfrak{L}\mathrm{A} + \mathrm{RB}) \cos\omega t = \mathrm{E}_0 \sin \omega t.$$

Les deux membres devant être constamment identiques, les coefficients indéterminés A et B doivent satisfaire aux deux équations

$$\mathrm{RA} - \omega\mathfrak{L}\mathrm{B} = \mathrm{E}_0, \qquad \omega\mathfrak{L}\mathrm{A} + \mathrm{RB} = 0.$$

On en déduit

$$\mathrm{A} = \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{R}^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}\,\mathrm{E}_0, \qquad \mathrm{B} = \frac{-\omega\mathfrak{L}}{\mathrm{R}^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}\,\mathrm{E}_0.$$

En ajoutant les valeurs de I données par (3) et (4), on aura finalement, pour l'intégrale générale de l'équation (1),

$$(5) \qquad \mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{R}^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}\left[\mathrm{R} \sin \omega t - \omega\mathfrak{L} \cos \omega t\right] + \mathrm{M}e^{-\frac{\mathrm{R}t}{\mathfrak{L}}}.$$

On voit que l'intensité du courant, à l'instant t, sera donnée par la somme des ordonnées de la sinusoïde

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}_0}{\mathrm{R}^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}\left[\mathrm{R} \sin \omega t - \omega\mathfrak{L} \cos \omega t\right]$$

et de la courbe logarithmique

$$\mathrm{I} = \mathrm{M}e^{-\frac{\mathrm{R}t}{\mathfrak{L}}}.$$

Si l'on connaît la phase, t_1, de la force électromotrice au moment de la fermeture du circuit, on déterminera la valeur de M au moyen de l'équation (5) en remarquant que pour $t = t_1$ on doit avoir $\mathrm{I} = 0$.

Quelle que soit la valeur de M, qui sera au plus égale à $\frac{\mathrm{E}_0}{\sqrt{\mathrm{R}^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}}$, le terme exponentiel diminue rapidement et devient négligeable au bout d'un temps très court.

Pour

$$t = 10\,\frac{\mathfrak{L}}{\mathrm{R}}$$

on aura

$$e^{-\frac{Rt}{\mathcal{L}}} = \frac{1}{22\,000}.$$

Quelle que soit la valeur de la constante de temps $\frac{\mathcal{L}}{R}$ (1), il arrive toujours un moment où, le terme exponentiel devenant négligeable, l'intensité du courant pourra être représentée par la formule périodique simple

$$(6) \qquad I = \frac{E_0}{R^2 + \omega^2\mathcal{L}^2}\left[R \sin \omega t - \omega\mathcal{L} \cos \omega t\right].$$

En posant

$$(7) \qquad \frac{\omega\mathcal{L}}{R} = \operatorname{tg} \varphi,$$

ce qui donne

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathcal{L}^2}}; \qquad \sin \varphi = \frac{\omega\mathcal{L}}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathcal{L}^2}},$$

l'équation (6) pourra se mettre sous l'une ou l'autre des formes suivantes :

$$(8) \qquad I = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathcal{L}^2}} \sin (\omega t - \varphi);$$

$$(9) \qquad I = \frac{E_0 \cos \varphi}{R} \sin (\omega t - \varphi).$$

Ces formules montrent que, lorsque les phénomènes transitoires correspondant à l'établissement du courant sont amortis et que le courant a pris son allure régulière, sa période est la même que celle de la force électromotrice ; mais la phase est différente.

L'angle φ, déterminé par l'équation (7), est l'*angle de retard* du courant sur la force électromotrice qui lui donne naissance.

---

(1) Dans les conditions ordinaires de la pratique, la constante de temps est en général inférieure à 0,1 seconde, et la durée de la période pratique d'établissement du courant est moindre que 1 seconde.



Cet angle est nul pour $\mathfrak{L} = 0$ ou $R = \infty$; il est égal à $\frac{\pi}{2}$ ur $R = 0$; il est donc toujours compris entre o et $\frac{\pi}{2}$.

L'amplitude du courant alternatif sera

$$I_0 = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}}. \tag{10}$$

Si le coefficient de self-induction était nul, on aurait

$$I_0 = \frac{E_0}{R}.$$

On voit que, par suite de la self-induction, les choses se assent comme si la résistance du circuit avait augmenté dans rapport de

$$\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2} \quad \text{à} \quad R.$$

Cette résistance apparente s'appelle l'*impédance* du circuit.

R est la *résistance ohmique.*

$\omega \mathfrak{L}$, homogène à une résistance, s'appelle *réactance de self-nduction.*

Le facteur

$$\sqrt{1 + \frac{\omega^2 \mathfrak{L}^2}{R^2}} = \frac{1}{\cos \varphi},$$

par lequel on doit multiplier la résistance ohmique pour avoir l'impédance, s'appelle *facteur d'impédance.*

L'équation (10) *montre que l'amplitude du courant alternatif est égale au quotient de l'amplitude de la force électromotrice divisée par l'impédance du circuit.*

La force électromotrice nécessaire pour surmonter la self-induction,

$$\mathfrak{L} \frac{dI}{dt} = \frac{\omega \mathfrak{L} E_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}} \cos(\omega t - \varphi) = E_0 \sin \varphi \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right),$$

est en avance de un quart de période sur la force électro-

motrice nécessaire pour maintenir le courant dans la résistance R, qui a pour valeur

$$RI = \frac{RE_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}} \sin(\omega t - \varphi) = E_0 \cos\varphi \sin(\omega t - \varphi).$$

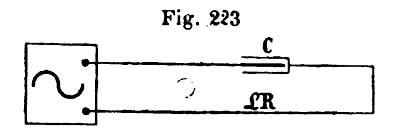
La somme de ces deux forces électromotrices,

$$E_0 \sin\varphi \cos(\omega t - \varphi) + E_0 \cos\varphi \sin(\omega t - \varphi) = E_0 \sin \omega t,$$

est bien égale à la force électromotrice totale au même instant.

177. Action d'un condensateur intercalé dans le circuit d'un courant sinusoïdal. — Intercalons dans le circuit un condensateur de capacité C (*fig.* 223).

Fig. 223



Si la force électromotrice agissante était continue, le courant cesserait dès que le condensateur aurait reçu une charge

$$Q = \int I dt = CE,$$

c'est-à-dire lorsque la différence de potentiel des armatures serait devenue constante et égale à celle de la source.

Il n'en est plus de même lorsque la force électromotrice est alternative.

Pendant la phase croissante du courant, lorsqu'une des armatures reçoit une charge Idt, l'armature opposée abandonne une charge égale qui se propage dans le circuit, de telle sorte que la quantité d'électricité qui circule le long du fil est la même que celle qui arrive au condensateur. Le même phénomène se reproduit en sens inverse pendant la phase décroissante du courant et, lorsque la différence de potentiel des deux armatures change périodiquement de signe,

le circuit intermédiaire sera le siège d'un courant alternatif de même période que celle du générateur, et dont l'intensité dépendra de la capacité du condensateur intercalé.

V étant la différence de potentiel du condensateur à l'instant t, l'intensité du courant doit satisfaire à l'équation

$$(1) \qquad E_0 \sin \omega t = RI + \mathfrak{L} \frac{dI}{dt} + V,$$

dans laquelle la différence de potentiel V est déterminée par la condition

$$(2) \qquad CdV = Idt.$$

En différentiant l'équation (1) et remplaçant $\frac{dV}{dt}$ par $\frac{I}{C}$, on obtient

$$(3) \qquad C\mathfrak{L} \frac{d^2I}{dt^2} + CR \frac{dI}{dt} + I = \omega CE_0 \cos \omega t,$$

équation linéaire du second ordre à coefficients constants, dont l'intégrale s'obtient en ajoutant une solution particulière de l'équation complète à l'intégrale de l'équation sans second membre.

L'intégrale générale de l'équation

$$(4) \qquad C\mathfrak{L} \frac{d^2I}{dt^2} + CR \frac{dI}{dt} + I = 0$$

est de la forme

$$(5) \qquad I = Me^{m't} + Ne^{m''t},$$

m' et m'' étant les racines de l'équation

$$(6) \qquad C\mathfrak{L}m^2 + CRm + 1 = 0;$$

qui donne

$$m' = -\frac{R}{2\mathfrak{L}} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\mathfrak{L}}{CR^2}} \right],$$

$$m'' = -\frac{R}{2\mathfrak{L}} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{4\mathfrak{L}}{CR^2}} \right].$$

Le plus souvent on a $\frac{\mathfrak{L}}{R} > \frac{CR}{4}$ et les racines m' et m'' seront imaginaires; dans ce cas la solution de l'équation (4) sera de la forme

$$(7) \qquad I = \left[G \cos \gamma t + H \sin \gamma t\right] e^{-\frac{Rt}{2\mathfrak{L}}},$$

en prenant

$$\gamma = \sqrt{\frac{1}{C\mathfrak{L}} - \frac{R^2}{4\mathfrak{L}^2}}.$$

Lorsque les racines de l'équation caractéristique (6) sont imaginaires, la charge et la décharge du condensateur sont oscillantes; la période d'oscillation, abstraction faite de l'amortissement, est donnée par la formule

$$T' = 2\pi \sqrt{C\mathfrak{L}}.$$

Les constantes arbitraires de l'équation (5) et de l'équation (7) seront déterminées lorsqu'on connaîtra les conditions initiales; mais, comme dans le cas précédent, l'exponentielle, $e^{-\frac{Rt}{2\mathfrak{L}}}$, diminue rapidement et il arrive bientôt un moment où le terme représenté soit par l'équation (5) soit par l'équation (7) devient négligeable.

Lorsque le courant aura pris son allure régulière, l'intensité sera donc représentée par la solution particulière de l'équation (3), que l'on obtient en remplaçant I par l'expression périodique

$$I = A \sin \omega t + B \cos \omega t,$$

et en déterminant les coefficients A et B de manière à identifier les deux membres, ce qui donnera

$$(8) \qquad I = \frac{E_0}{R^2 + \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \left[R \sin \omega t - \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right) \cos \omega t\right].$$

En posant

$$(9) \qquad \frac{\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}}{R} = \operatorname{tg} \varphi,$$

l'équation (8) pourra se mettre sous l'une ou l'autre des formes suivantes :

$$(10) \qquad I = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \sin(\omega t - \varphi) ;$$

$$(11) \qquad I = \frac{E_0 \cos \varphi}{R} \sin(\omega t - \varphi).$$

La différence de potentiel des armatures du condensateur à l'instant t se déduit de la relation $I dt = C dV$ qui donne

$$V = \frac{1}{C} \int I dt.$$

V, étant périodique, aura la même valeur aux temps t et $t + \frac{2\pi}{\omega}$, et la constante d'intégration sera nulle ; par conséquent

$$(12) \quad V = -\frac{E_0 \cos \varphi \cos(\omega t - \varphi)}{\omega C R} = \frac{E_0 \cos \varphi \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)}{\omega C R}.$$

La phase de V est donc en retard de un quart de période sur celle du courant, et de $\left(\frac{\varphi}{\omega} + \frac{\pi}{2\omega}\right)$ sur celle de la force électromotrice.

Dans les formules précédentes, l'expression

$$\sqrt{R^2 + \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{R}{\cos \varphi}$$

détermine l'impédance du circuit pour le courant alternatif.

R est la *résistance ohmique ;*

$\omega\mathfrak{L}$, la *réactance de self-induction ;*

$\frac{1}{\omega C}$, la *réactance de capacité ;*

$\left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)$ est la réactance totale ; elle est équivalente à celle d'un conducteur continu de résistance R, dont le coefficient de self-induction serait

$$\mathfrak{L}' = \mathfrak{L} - \frac{1}{\omega^2 C}. \tag{13}$$

En adoptant cette notation, on aura

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega\mathfrak{L}'}{R}; \qquad I = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}'^2}} \sin(\omega t - \varphi),$$

expression identique à celle qui a été trouvée précédemment (**176**) et que l'on peut adopter pour simplifier les formules.

Si $\mathfrak{L}'$ est positif, c'est-à-dire si $\omega\mathfrak{L} > \frac{1}{\omega C}$, l'angle de retard, φ, étant positif, la phase du courant sera en retard sur celle de la force électromotrice ; mais le retard sera diminué par la réactance de capacité.

Si $\mathfrak{L}'$ est négatif, c'est-à-dire si $\omega\mathfrak{L} < \frac{1}{\omega C}$, l'angle de retard, φ, étant négatif, le courant sera en avance sur la force électromotrice.

On voit que la réactance de capacité donne de l'avance au courant, tandis que la réactance de self-induction le retarde.

Pour $\frac{1}{\omega C} = \omega\mathfrak{L}$ ou $C = \frac{1}{\omega^2\mathfrak{L}}$, on aura $\mathfrak{L}' = 0$, $\varphi = 0$, et par conséquent

$$I = \frac{E_0}{R} \sin \omega t ;$$

$$V = \frac{E_0}{\omega CR} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Dans ces conditions l'ensemble du conducteur et du condensateur en série se comportera comme un conducteur continu dépourvu de self-induction, à la condition toutefois que la fréquence du courant alternatif reste constante, puisque

la capacité à employer pour compenser la réactance de self-induction dépend essentiellement de la pulsation du courant alternatif.

Lorsque $\omega C = \frac{1}{\omega \mathfrak{L}}$, la période d'oscillation des courants de charge et de décharge du condensateur sera

$$T'' = 2\pi \sqrt{C\mathfrak{L}} = \frac{2\pi}{\omega},$$

c'est-à-dire la même que celle de la force électromotrice agissante. Dans ces conditions les vibrations du condensateur sont d'accord avec les pulsations de la force électromotrice, et le circuit devient le siège d'un mouvement périodique dont l'amplitude peut être considérable si la résistance est faible. Sous l'action répétée d'impulsions synchrones, le circuit tout entier vibre à l'unisson de la force électromotrice; il y a *résonnance*.

178. Intensité moyenne. Intensité efficace. — L'intensité d'un courant alternatif étant représentée par la fonction

$$I = I_0 \sin \omega t,$$

a une valeur moyenne nulle pour l'intervalle d'une période entière de $t = 0$ à $t = \frac{2\pi}{\omega}$. L'intensité moyenne d'un courant alternatif est donc nulle au sens absolu; mais on désigne généralement sous le nom d'*intensité moyenne* la valeur moyenne du courant pour une demi-période de même signe. On a dans ce cas

$$I_m = \frac{\omega}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{\omega}} I_0 \sin \omega t dt = \frac{2}{\pi} I_0.$$

Cette valeur moyenne ne peut pas être mesurée directement. En effet, si l'on fait passer un courant alternatif dans un galvanomètre à aimant permanent, l'équipage tendra à osciller

autour du zéro de l'échelle et, comme sa durée d'oscillation est généralement plus longue que la période du courant, l'amplitude des mouvements est tellement faible que l'équipage paraît immobile.

Les seuls instruments applicables à la mesure des courants alternatifs sont ceux dans lesquels le sens des déviations est indépendant de la direction du courant. C'est le cas des électrodynamomètres ou des ampèremètres thermiques, dont les indications sont proportionnelles au carré de l'intensité du courant qui les traverse.

L'action mécanique produite par le passage du courant sera proportionnelle à $I^2_0 \sin^2 \omega t$ et, si la période du courant est petite par rapport à la durée d'une oscillation de l'équipage mobile, celui-ci prendra une position d'équilibre stable correspondant à la valeur moyenne du carré de l'intensité, c'est-à-dire à

$$i^2 = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} I^2_0 \sin^2 \omega t dt.$$

En remplaçant $\sin^2 \omega t$ par l'expression équivalente

$$\frac{1 - \cos 2\omega t}{2},$$

et en remarquant que

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos 2\omega t dt = 0,$$

on aura

$$i^2 = \frac{I^2_0}{2} \qquad \text{ou} \qquad i = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$

La racine carrée de la valeur moyenne du carré de l'intensité d'un courant alternatif s'appelle l'*intensité efficace* de ce cou-

rant; nous la désignerons par la lettre i; c'est l'intensité que devrait avoir un courant continu invariable pour dégager dans un conducteur de résistance donnée la même quantité de chaleur que le courant alternatif, c'est-à-dire telle que

$$Ri^2 \times \frac{2\pi}{\omega} = RI^2_0 \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin^2 \omega t dt.$$

L'intensité efficace d'un courant sinusoïdal est donc égale au quotient de l'amplitude par $\sqrt{2}$.

Connaissant l'intensité efficace, il sera facile d'en déduire l'amplitude et la valeur moyenne du courant

$$I_0 = i\sqrt{2}; \qquad I_m = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} i.$$

179. Force électromotrice moyenne. Force électromotrice efficace. — Pour une période entière, la valeur moyenne de la force électromotrice

$$E = E_0 \sin \omega t$$

sera nulle, comme celle du courant; mais, si l'on convient de rapporter cette valeur moyenne à une demi-période de même signe, on aura, comme pour le courant,

$$E_m = \frac{2E_0}{\pi}.$$

Cette valeur ne peut pas être observée directement, et les instruments employés par la mesure des forces électromotrices alternatives (électromètres, voltmètres thermiques ou électrodynamiques) indiquent toujours la valeur moyenne du carré de la force électromotrice.

La racine carrée de la valeur moyenne de

$$E^2_0 \sin^2 \omega t,$$

pour un nombre quelconque de périodes, s'appelle la *force électromotrice efficace*. En la désignant par la lettre e, nous aurons

$$e = \frac{E_0}{\sqrt{2}};$$

elle est égale au quotient de l'amplitnde par $\sqrt{2}$.

Lorsqu'on a mesuré la force électromotrice efficace, on obtient les valeurs de l'amplitude et de la force électromotrice moyenne par les relations

$$E_0 = e\sqrt{2}; \qquad E_m = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} e.$$

Comme

$$E_0 = I_0 \sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2} = i\sqrt{2}\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2},$$

on aura aussi

$$i = \frac{e}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}} = \frac{e \cos \varphi}{R}.$$

L'intensité efficace d'un courant alternatif est égale au quotient de la force électromotrice efficace par l'impédance.

180. Puissance d'un courant alternatif. — L'énergie développée, pendant le temps dt, par un courant alternatif d'intensité I dont la force électromotrice est E, a pour expression

$$dW = EIdt;$$

E et I étant les valeurs simultanées de la force électromotrice et de l'intensité à l'instant t.

La puissance étant égale à l'énergie fournie en une seconde, c'est-à-dire pendant un nombre de périodes $\frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$, on aura

$$(1) \qquad \mathfrak{P} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} EIdt.$$

Si l'on prend comme origine l'instant où la force électromotrice est nulle, on aura

$$E = E_0 \sin \omega t. \tag{2}$$

L'équation générale du courant alternatif étant

$$I = \frac{E_0}{\sqrt{R^2 + \omega^2 \mathfrak{L}^2}} \sin(\omega t - \varphi) = I_0 \sin(\omega t - \varphi), \tag{3}$$

l'expression de la puissance au temps t sera

$$EI = E_0 I_0 \sin \omega t \sin(\omega t - \varphi) = \frac{E_0 I_0}{2} [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]; \tag{4}$$

et comme

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \cos(2\omega t - \varphi)\, dt = 0,$$

il vient

$$\mathfrak{P} = \frac{E_0 I_0}{2} \cos \varphi.$$

En exprimant les amplitudes au moyen des valeurs efficaces

$$E_0 = e\sqrt{2}, \qquad I_0 = i\sqrt{2},$$

on obtient finalement

$$\mathfrak{P} = ei \cos \varphi. \tag{5}$$

C'est la valeur moyenne de la puissance pour un nombre quelconque de périodes.

Comme

$$i = \frac{e \cos \varphi}{R},$$

on aura aussi

$$\mathfrak{P} = \frac{e^2 \cos^2 \varphi}{R} = Ri^2. \tag{6}$$

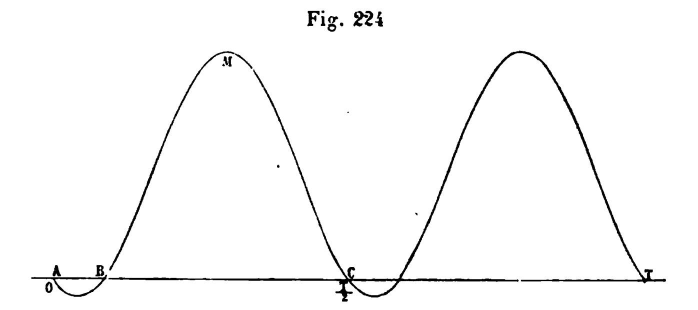
En traçant la courbe de la puissance en fonction du temps (*fig.* 224),

$$y = ei\left[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right],$$

on voit que les ordonnées sont négatives entre $t = 0$ et $t = \frac{\varphi}{\omega}$; positives entre $t = \frac{\varphi}{\omega}$ et $t = \frac{\pi}{\omega}$.

Le maximum négatif correspond à $t = \frac{\varphi}{2\omega}$; le maximum positif à $t = \frac{\pi + \varphi}{2\omega}$.

Fig. 224



La courbe ABMC se reproduit à chaque demi-période de la force électromotrice; c'est-à-dire que les valeurs instantanées de la puissance sont représentées par les ordonnées d'une courbe périodique dont la fréquence est double de celle de la force électromotrice.

En prenant l'intégrale

$$S = ei\int\left[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)\right]dt,$$

d'abord de 0 à $\frac{\varphi}{\omega}$, puis de $\frac{\varphi}{\omega}$ à $\frac{\pi}{\omega}$, on aura

$$S_1 = \frac{ei}{\omega}\left[\varphi\cos\varphi - \sin\varphi\right]; \qquad S_2 = \frac{ei}{\omega}\left[(\pi - \varphi)\cos\varphi + \sin\varphi\right].$$

Comme $\operatorname{tg}\varphi > \varphi$, S_1 est négatif, tandis que S_2 est positif.

La surface totale

$$S = S_1 + S_2 = \frac{\pi}{\omega} ei \cos \varphi = \frac{\pi}{\omega} \mathfrak{P},$$

représente le travail pour une demi-période.

On voit que l'énergie communiquée au milieu, pendant que le courant et la force électromotrice sont de mêmes signes, est restituée en partie au générateur au moment où le courant s'annule. L'inertie du milieu joue ici un rôle analogue à celle du volant d'une machine à vapeur qui, pendant une partie de la course du piston, emmagasine une certaine quantité de puissance vive qu'il restitue au passage des points morts.

181. Courant watté. Courant déwatté. — La force électromotrice ayant pour expression

$$E = E_0 \sin \omega t,$$

l'intensité du courant correspondant sera donnée par la formule

$$I = \frac{E_0 \cos \varphi}{R} \sin (\omega t - \varphi) = I_0 \sin (\omega t - \varphi);$$

et comme

$$I_0 \sin (\omega t - \varphi) = I_0 \cos \varphi \sin \omega t - I_0 \sin \varphi \cos \omega t,$$

on voit que le courant peut être considéré comme résultant de la superposition de deux courants :

$I_0 \cos \varphi \sin \omega t$ ayant même phase que la force électromotrice;

$-I_0 \sin \varphi \cos \omega t = I_0 \sin \varphi \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, dont la phase est en retard de $\frac{\pi}{2\omega}$ sur celle de la force électromotrice.

L'intensité efficace du premier de ces courants étant $i \cos \varphi$, et celle du deuxième $i \sin \varphi$, l'expression de la puissance

$$\mathfrak{P} = ei \cos \varphi,$$

nous montre que la composante de même phase que la force

électromotrice intervient seule comme facteur dans l'expression de la puissance développée ; on la désigne sous le nom de *composante wattée* du courant total. La composante dont la phase est en quadrature avec celle de la force électromotrice donne un travail nul et s'appelle *composante déwattée*.

Si la force électromotrice et l'intensité du courant sont données sous les formes générales

$$E = P \sin \omega t + Q \cos \omega t,$$

$$I = A \sin \omega t + B \cos \omega t.$$

c'est-à-dire représentées l'une et l'autre par une somme de deux fonctions périodiques en quadrature, on aura

$$EI = AP \sin^2 \omega t + BQ \cos^2 \omega t + (AQ + PB) \sin \omega t \cos \omega t$$

ou

$$EI = \frac{AP + BQ}{2} + \frac{BQ - AP}{2} \cos 2\omega t + \frac{AQ + PB}{2} \sin 2\omega t;$$

et la valeur de la puissance sera

$$\mathfrak{P} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} EI dt = \frac{AP + BQ}{2} = ap + bq$$

en désignant par p, q, a, b, les valeurs efficaces des composantes rectangulaires de la force électromotrice et du courant.

La puissance est la somme des produits obtenus en multipliant la valeur efficace de chacune des composantes de la force électromotrice par la valeur efficace du courant de même phase.

Cette expression de la puissance d'un courant alternatif présente une analogie complète avec celle que l'on rencontre en Mécanique pour le travail d'une force définie par ses deux composantes rectangulaires X et Y.

On sait, en effet, que ce travail est donné par la somme

$$\mathfrak{T} = Xx + Yy.$$

x et y étant les projections de la trajectoire du point d'application de la force.

En posant

$$p = e \cos \beta, \qquad q = e \sin \beta,$$
$$a = i \cos \alpha, \qquad b = i \sin \alpha,$$

et en portant ces valeurs dans l'expression

$$\mathfrak{P} = ap + bq,$$

on le ramènera à la forme

$$\mathfrak{P} = ei \cos (\beta - \alpha),$$

dans laquelle $\beta - \alpha = \varphi$ représente la différence de phase du courant et de la force électromotrice.

On voit que la puissance d'un courant alternatif ne peut pas, comme celle d'un courant continu, être évaluée en mesurant séparément les valeurs efficaces de la force électromotrice et du courant.

Le produit, *ei*, des volts par les ampères, que l'on exprime en *voltampères*, correspond à la puissance que développerait le générateur dans un circuit sans réactance ($\cos \varphi = 1$); tandis que la puissance réelle que peut fournir le générateur, que l'on exprime en *watts*, dépendra de la différence de phase qui existe entre la force électromotrice et le courant. Le facteur, $\cos \varphi$, par lequel on doit multiplier la puissance *apparente* ou *nominale*, *ei*, pour obtenir la puissance *réelle* s'appelle *facteur de puissance*.

182. Wattmètres. — L'appareil généralement employé pour mesurer la puissance développée par un courant alternatif est le *wattmètre*.

C'est un électrodynamomètre dont la bobine fixe est traversée par le courant total, I ; la bobine mobile est raccordée par l'intermédiaire d'une résistance additionnelle aux bornes

du circuit d'utilisation; elle recevra donc un courant dérivé, I', proportionnel à la différence de potentiel qui maintient le courant.

Dans ces conditions, la bobine mobile sera sollicitée à chaque instant par un couple proportionnel au produit II' des deux courants alternatifs. Comme la période d'oscillation de l'appareil est beaucoup plus longue que celle du courant, l'équipage mobile prendra une position d'équilibre stable correspondant à la valeur moyenne du couple électrodynamique.

Pour que la déviation observée donne directement la mesure de la puissance, la self-induction du circuit dérivé doit être assez faible pour que la phase du courant dérivé I' ne diffère pas sensiblement de celle de la différence de potentiel qui produit ce courant.

Soient :

$U = u\sqrt{2} \sin \omega t$, la différence de potentiel aux bornes;

$I = i\sqrt{2} \sin (\omega t - \varphi)$, l'intensité du courant sur la ligne;

$\mathfrak{L}$, le coefficient de self-induction de la bobine en dérivation;

r, sa résistance;

R, une résistance additionnelle, dépourvue de self-induction, que l'on intercale dans le circuit dérivé, en série avec r.

L'intensité du courant dérivé dans le wattmètre à l'instant t sera déterminée par l'équation

$$(1) \qquad (r + R)I' + \mathfrak{L}\frac{dI'}{dt} = u\sqrt{2} \sin \omega t,$$

qui donne

$$(2) \qquad I' = \frac{u\sqrt{2} \cos \psi}{r + R} \sin (\omega t - \psi),$$

en prenant

$$\psi = \text{arc tg} \frac{\omega \mathfrak{L}}{r + R}.$$

Le couple qui agit sur la bobine mobile du wattmètre sera proportionnel à la valeur moyenne du produit

$$II' = \frac{2ui}{r + R} \cos \psi \sin (\omega t - \varphi) \sin (\omega t - \psi).$$

Comme

$$\sin (\omega t - \varphi) \sin (\omega t - \psi) = \frac{1}{2}\left[\cos (\varphi - \psi) - \cos (2\omega t - \varphi - \psi)\right],$$

et que la valeur moyenne de cos $(2\omega t - \varphi - \psi)$, pour une période, est nulle, on aura :

$$(3) \qquad \frac{ui}{r + R} \cos \psi \cos (\varphi - \psi) = A\theta,$$

en désignant par θ la déviation de la bobine mobile, et par A la constante du wattmètre.

La puissance réelle développée par le courant ayant pour valeur

$$(4) \qquad \mathfrak{P} = ui \cos \varphi,$$

si nous éliminons ui entre les équations (3) et (4), il viendra

$$(5) \quad \mathfrak{P} = (r + R)A\theta \frac{\cos \varphi}{\cos \psi \cos (\varphi - \psi)} = (r + R)A\theta \frac{1 + tg^2\psi}{1 + tg\,\psi\, tg\,\varphi}.$$

Si l'on avait $\varphi = \psi$ ou $\psi = 0$, la valeur de la puissance serait donnée par la formule

$$\mathfrak{P} = (r + R)A\theta,$$

identique à celle que l'on obtient pour la puissance d'un courant continu. La condition $\psi = \varphi$ ne peut être satisfaite que d'une manière accidentelle et comme, le plus souvent, φ n'est pas connu, il faut chercher à rendre ψ assez petit pour que le facteur de correction diffère extrêmement peu de l'unité.

Comme tg $\psi = \frac{\omega\mathfrak{L}}{r + R}$, on réduira la valeur de l'angle ψ en diminuant $\mathfrak{L}$, c'est-à-dire en réduisant le plus possible le nombre de spires de la bobine en dérivation et en augmentant

la résistance du circuit dérivé par l'addition d'une résistance dépourvue de self-induction.

Comme exemple, nous citerons un wattmètre dont la bobine à fil fin, formée de 85 tours, a un coefficient de self-induction $\mathfrak{L} = 0{,}0015$ heury et une résistance propre de 4 ohms, à laquelle on ajoute en série d'une façon permanente une résistance de 496 ohms. La plus faible valeur de $(r + R)$ sera donc 500 ohms, et la valeur correspondante de l'angle ψ sera donnée par la repport

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{3}{10^6} \omega.$$

Une boîte de résistances étalonnées de 25 000 ohms permet de modifier la sensibilité de l'instrument de manière à le rendre applicable à la mesure de puissances très différentes.

Il est facile de voir que, dans les limites usuelles de l'angle φ, le terme de correction de la formule (5) diffère assez peu de l'unité pour qu'il soit inutile d'en tenir compte.

On peut toujours, s'il est nécessaire, le déterminer expérimentalement en mesurant simultanément la puissance par le wattmètre, et les valeurs efficaces correspondantes de la différence de potentiel et de l'intensité du courant. Ces trois mesures fourniront le facteur de puissance

$$\cos \varphi = \frac{\mathfrak{P}}{ui};$$

et, en remplaçant $\mathfrak{P}$ par son expression (5), on obtiendra l'équation

$$\cos \psi \cos (\varphi - \psi) = \frac{(r + R)A\theta}{ui},$$

au moyen de laquelle on déterminera φ, puisque ψ est une constante de l'instrument. On pourra ainsi calculer la valeur exacte du terme de correction et en tenir compte s'il y a lieu.

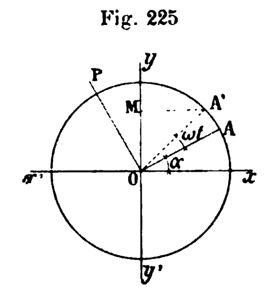
MÉTHODE GRAPHIQUE

183. Représentation des fonctions sinusoïdales au moyen de vecteurs. — Considérons la fonction périodique

$$F = H \sin(\omega t + \alpha),$$

et, après avoir tracé deux axes rectangulaires Ox, Oy (*fig.* 225), menons par l'origine une droite OA faisant avec l'axe Ox un angle α égal à l'angle de phase de la fonction à l'origine du temps.

Fig. 225



Mesurons sur cette droite une longueur $\overline{OA} = H$, et faisons tourner le vecteur $\overline{OA}$ autour du centre, dans le sens suivant lequel on a l'habitude de compter les angles, c'est-à-dire de droite à gauche, avec une vitesse angulaire égale à la pulsation de la fonction.

Au bout du temps t le vecteur fera avec l'axe Ox un angle $\alpha + \omega t$, et sa projection $\overline{OM}$ sur l'axe Oy représentera en grandeur et en signe la valeur de la fonction à l'instant t.

Une fonction sinusoïdale, de période donnée, pourra donc être complètement définie par un vecteur dont la longueur représentera, à une échelle connue, l'amplitude de la fonction, et dont l'inclinaison sur Ox sera égale à l'angle de phase de

la fonction à l'origine du temps, que l'on appelle aussi *angle d'époque*.

La dérivée de la fonction F,

$$\frac{dF}{dt} = \omega H \cos(\omega t + \alpha) = \omega H \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right),$$

est une fonction de même période que la primitive et pourra être représentée sur l'épure par un vecteur $\overline{OP}$ de longueur ωH, en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur le vecteur de la fonction primitive.

Réciproquement, si l'on donne le vecteur d'une fonction dérivée

$$\frac{dF}{dt} = K \sin(\omega t + \alpha),$$

la fonction primitive,

$$F = -\frac{K}{\omega} \cos(\omega t + \alpha) = \frac{K}{\omega} \sin\left(\omega t + \alpha - \frac{\pi}{2}\right),$$

sera représentée par un vecteur de longueur $\frac{K}{\omega}$ en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur le vecteur donné.

184. Somme de fonctions de même période. — Soient les deux fonctions

$$F_1 = H_1 \sin(\omega t + \alpha_1); \qquad F_2 = H_2 \sin(\omega t + \alpha_2);$$

on aura

$$F = (H_1 \cos \alpha_1 + H_2 \cos \alpha_2) \sin \omega t + (H_1 \sin \alpha_1 + H_2 \sin \alpha_2) \cos \omega t.$$

En posant

$$\frac{H_1 \sin \alpha_1 + H_2 \sin \alpha_2}{H_1 \cos \alpha_1 + H_2 \cos \alpha_2} = \operatorname{tg} \beta,$$

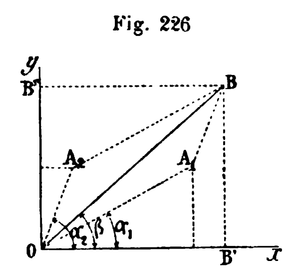
on obtient

$$F = \sqrt{H_1^2 + H_2^2 + 2H_1H_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)} \sin(\omega t + \beta).$$

équation d'une sinusoïde de même période que les deux composantes, mais de phase différente.

Traçons deux axes rectangulaires Ox, Oy (*fig.* 226) et par l'origine menons la droite $\overline{OA_1} = H_1$, faisant avec Ox un angle α_1, et la droite $\overline{OA_2} = H_2$ faisant avec le même axe un angle α_2.

Fig. 226



Ces deux vecteurs définissent, comme nous venons de le voir, les fonctions données F_1 et F_2.

En complétant le parallélogramme OA_1BA_2 et en projetant la diagonale et les deux côtés sur les axes, on voit que

$$\overline{OB'} = H_1 \cos \alpha_1 + H_2 \cos \alpha_2 ; \qquad \overline{OB''} = H_1 \sin \alpha_1 + H_2 \sin \alpha_2 .$$

Par conséquent on aura

$$\overline{OB} = \sqrt{\overline{OB'}^2 + \overline{OB''}^2} = \sqrt{H_1^2 + H_2^2 + 2H_1H_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)}$$

et

$$\text{tg. } BOx = \frac{H_1 \sin \alpha_1 + H_2 \sin \alpha_2}{H_1 \cos \alpha_1 + H_2 \cos \alpha_2} .$$

La diagonale $\overline{OB}$ du parallélogramme, construit sur les vecteurs définissant les fonctions F_1 et F_2, représente donc l'amplitude de la fonction résultante $F = F_1 + F_2$; l'angle de cette diagonale avec Ox est égal à l'angle d'époque de la résultante, qui se trouve ainsi complètement déterminée.

Quel que soit le nombre des fonctions composantes, si l'on

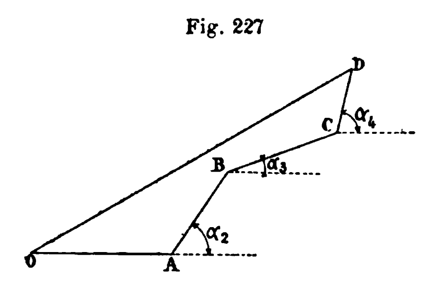
représente chacune d'elles par un vecteur dont la longueur et la position à l'origine du temps sont données, l'amplitude et l'angle d'époque de la résultante pourront être déterminés graphiquement par une méthode identique à celle qui est employée en Mécanique pour obtenir la résultante d'un système de forces.

Si l'on fait tourner le parallélogramme OA_1BA_2 autour du centre avec une vitesse angulaire ω, les projections sur Oy des côtés $\overline{OA}_1$, $\overline{OA}_2$ et de la diagonale $\overline{OB}$ donneront en grandeurs et en signes les valeurs des fonctions F_1, F_2 et de leur résultante F, à un instant quelconque.

Ces différentes fonctions ayant même fréquence, les différences de phases relatives se maintiennent pendant toute la durée de la période et l'amplitude de la résultante reste constante.

Au point de vue pratique, la connaissance des valeurs instantanées est tout-à-fait secondaire ; ce qu'il importe de connaître ce sont les valeurs efficaces et les différences de phase qui peuvent se produire entre les diverses fonctions et, pour déterminer graphiquement la somme d'un nombre quelconque de fonctions sinusoïdales de même période, il suffira de considérer les vecteurs qui les définissent dans les positions qu'ils occupent à l'origine du temps.

Fig. 227



Cette origine pouvant être choisie arbitrairement pour l'une des fonctions, on prendra comme origine des phases le vecteur représentant la fonction F_1 et, après avoir mesuré sur l'axe Ox une longueur $\overline{OA} = H_1$ (*fig.* 227), on mènera par

ce point le vecteur $\overline{AB} = H_2$ faisant avec Ox un angle α_2 égal, en grandeur et en signe, à la différence de phase des deux fonctions F_1 et F_2; puis, par le point B, le vecteur $\overline{BC}$ définissant de la même manière la fonction F_3, et ainsi de suite. La ligne de fermeture $\overline{OD}$ du polygone des vecteurs définit l'amplitude et la phase de la fonction résultante.

L'amplitude de la résultante étant connue, on en déduit la valeur efficace

$$e = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \quad \text{ou} \quad i = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$

Le rapport entre l'amplitude et la valeur efficace étant le même pour toutes les fonctions composantes, si l'on construit l'épure en prenant les valeurs efficaces comme vecteurs, on obtiendra une figure semblable, dont les longueurs seront réduites dans le rapport de $\sqrt{2}$ à 1.

Comme les valeurs efficaces sont celles qui sont fournies par les instruments de mesure et les seules qui apparaissent dans l'expression de la puissance, il est plus commode, pour le tracé des épures, de représenter les fonctions par des vecteurs cotés en valeurs efficaces.

185. Résolution graphique de l'équation fondamentale des courants alternatifs. — Considérons un circuit de résistance R, avec un coefficient de self-induction $\mathfrak{L}$ et proposons-nous de déterminer la force électromotrice nécessaire pour maintenir dans ce circuit un courant d'intensité efficace i.

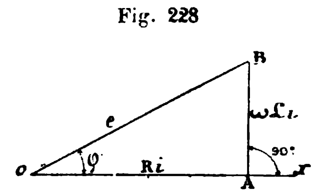
Cette force électromotrice doit satisfaire à l'équation fondamentale

$$E = RI + \mathfrak{L}\frac{dI}{dt}.$$

Le vecteur représentant la fonction E sera donc le troisième côté d'un triangle dont les deux autres côtés seront respectivement égaux aux vecteurs des fonctions RI et $\mathfrak{L}\frac{dI}{dt}$.

Prenons comme origine des phases le vecteur du cour[illegible] sur la droite Ox (*fig.* 228) mesurons à une échelle conve[illegible] une longueur $\overline{OA} = Ri$; la fonction dérivée $\mathfrak{L}\frac{dI}{dt}$ sera r[illegible] sentée par un vecteur de longueur $\omega\mathfrak{L}i$ en avance de $\frac{\pi}{2}$ su[illegible]

Fig. 228



Nous élèverons donc au point A une perpendi[illegible] $\overline{AB} = \omega\mathfrak{L}i$. L'hypothénuse $\overline{OB}$ sera le vecteur de la fo[illegible] résultante E, et l'on aura

$$e = i\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}.$$

L'angle d'avance de la force électromotrice sur le cou[illegible] sera

$$\varphi = \text{arc tg.} \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \text{arc tg.} \frac{\omega\mathfrak{L}}{R},$$

comme nous l'avons trouvé précédemment (**176**).

Pour calculer la puissance développée par le courant,

$$\mathfrak{P} = ei \cos\varphi,$$

on remarquera que

$$\overline{OA} = Ri = e \cos\varphi,$$

et que par conséquent

$$\mathfrak{P} = \overline{OA} \times i = Ri^2.$$

Si l'on donne R, $\mathfrak{L}$ et la valeur efficace de la force électro-motrice agissante, on pourra déterminer l'intensité efficace d[illegible] courant de la manière suivante :

On prendra (*fig.* 228) $\overline{OB} = e$, et, par le point O, on mènera une droite Ox faisant avec $\overline{OB}$ un angle de retard

$$\varphi = \text{arc tg} \frac{\omega \mathcal{L}}{R}.$$

En complétant le triangle rectangle OBA sur $\overline{OB}$ comme hypothénuse, on aura $\overline{OA} = Ri$; $\overline{AB} = \omega \mathcal{L} i$; et la valeur efficace du courant sera

$$i = \frac{\overline{OA}}{R} = \frac{\overline{AB}}{\omega \mathcal{L}}.$$

Au lieu de calculer l'angle φ, on peut opérer comme dans le premier cas, c'est-à-dire supposer i connu en le choisissant arbitrairement. On obtiendra ainsi, pour la force électromotrice efficace, une valeur différente de celle qui a été fixée ; mais, comme les rapports des côtés du triangle OAB ne dépendent que des valeurs de R et $\omega \mathcal{L}$ qui sont données, il suffira de changer l'échelle de la figure pour qu'à cette nouvelle échelle, $\overline{OB}$ représente la valeur exacte de e et $\overline{OA}$ celle de Ri.

Si la valeur i', arbitrairement choisie, donne $\overline{OB} = e'$, la valeur de l'intensité pour la force électromotrice efficace e sera

$$i = i' \frac{e}{e'}.$$

186. Action d'un condensateur intercalé dans le circuit. — L'intensité du courant doit satisfaire à l'équation

$$E = RI + \mathcal{L} \frac{dI}{dt} + V ;$$

et, comme la différence de potentiel des armatures du condensateur est déterminée par la condition

$$CV = \int I dt,$$

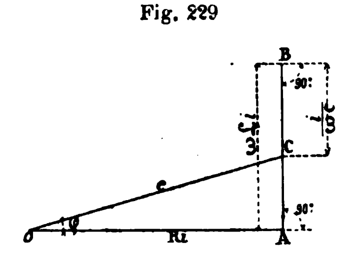
on aura aussi

$$E = RI + \mathfrak{L}\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}\int I dt.$$

R, $\mathfrak{L}$, C étant donnés, on peut se proposer de déterminer e, lorsque i est connu, ou déterminer i lorsque e est fixé.

Prenons comme origine le vecteur du courant et mesurons sur l'axe Ox une longueur $\overline{OA} = Ri$ (*fig.* 229).

Fig. 229



La fonction $\mathfrak{L}\frac{dI}{dt}$ sera représentée par un vecteur de longueur $\omega\mathfrak{L}i$ en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur $\overline{OA}$, et la fonction $\frac{1}{C}\int_0^t I dt$ par un vecteur de longueur $\frac{i}{\omega C}$ en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur $\overline{OA}$.

Pour placer ces deux vecteurs, après avoir élevé au point A une perpendiculaire à l'axe, nous prendrons $\overline{AB} = \omega\mathfrak{L}i$, faisant avec Ox un angle $+\frac{\pi}{2}$, puis nous tracerons le vecteur $\overline{BC} = \frac{i}{\omega C}$ faisant avec Ox un angle $-\frac{\pi}{2}$.

La résultante $\overline{OC}$ des trois vecteurs composants sera le vecteur de la force électromotrice nécessaire; on aura donc

$$e = \sqrt{\overline{OA}^2 + (\overline{AB} - \overline{BC})^2} = i\sqrt{R^2 + \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

La force électromotrice est représentée par l'hypothénuse

du triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit sont respectivement Ri et $\left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right) i$.

L'angle COA $= \varphi$ mesure la différence de phase entre la orce électromotrice et le courant.

Cet angle est déterminé par la relation

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Le courant est en retard si l'on a $\omega\mathfrak{L} > \frac{1}{\omega C}$; dans le cas contraire il serait en avance.

L'impédance a pour valeur

$$\sqrt{R^2 + \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \frac{R}{\cos \varphi}.$$

On voit que tout se passe comme si, le condensateur n'existant pas, le circuit avait un coefficient de sel-induction

$$\mathfrak{L}' = \mathfrak{L} - \frac{1}{\omega^2 C},$$

et l'on pourra généraliser les formules en admettant que le coefficient de self-induction peut être positif, nul ou négatif.

La puissance absorbée dans le circuit sera

$$\mathfrak{P} = ei \cos \varphi = \overline{OA} \times i = Ri^2.$$

Si l'on veut déterminer la capacité du condensateur intercalé de manière que le courant et la force électromotrice aient même phase, il faut que le point C tombe en A, et la condition sera

$$\omega\mathfrak{L} i = \frac{i}{\omega C} \qquad \text{ou} \qquad C = \frac{1}{\omega^2 \mathfrak{L}}.$$

Pour trouver l'intensité du courant lorsqu'on donne la force électromotrice efficace, on opèrera de la même manière en

partant d'une valeur arbitrairement choisie pour i; la longueur $\overline{OC}$ qui aura été trouvée pour e donnera l'échelle de l'épure.

187. Dérivations en arc multiple. — Considérons plusieurs circuits montés en arc multiple entre deux points A et B (*fig.* 230).

Désignons par :

R_1, R_2, R_3 les résistances respectives;

$\mathfrak{L}_1$, $\mathfrak{L}_2$, $\mathfrak{L}_3$ les coefficients de self-induction qui peuvent être positifs, nuls ou négatifs.

Fig. 230

Soit

$$U = u\sqrt{2} \sin \omega t$$

la différence de potentiel des points A et B.

On demande de déterminer les intensités des courants dérivés et du courant total fourni par la source.

Traçons (*fig.* 231) $\overline{OA} = u$ et, sur $\overline{OA}$ comme hypothénuse, construisons le triangle rectangle OAB_1, dont l'angle en O sera déterminé par la condition

$$\text{tg}\, \varphi_1 = \frac{\omega \mathfrak{L}_1}{R_1}.$$

Nous aurons

$$R_1 i_1 = \overline{OB_1} \qquad \omega \mathfrak{L}_1 i_1 = \overline{AB_1}.$$

Nous construirons de même, sur $\overline{OA}$ comme hypothénuse, les angles rectangles OAB_2, OAB_3, en supposant que le coefficient de self-induction $\mathcal{L}_3$ est négatif et que, par suite, le courant I_3 est en avance sur $\overline{OA}$.

Les intensités efficaces des trois courants dérivés seront respectivement

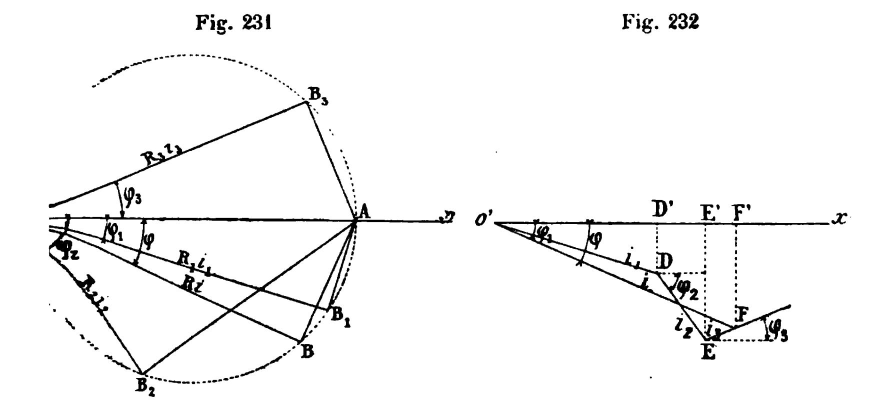
$$i_1 = \frac{\overline{OB_1}}{R_1}, \qquad i_2 = \frac{\overline{OB_2}}{R_2}, \qquad i_3 = \frac{\overline{OB_3}}{R_3};$$

leurs différences de phase avec $\overline{OA}$ sont déterminées par l'épure.

Pour obtenir le courant total

$$I = I_1 + I_2 + I_3,$$

Fig. 231 Fig. 232



nous construirons le polygone des courants (*fig.* 232) en traçant les droites $\overline{O'D} = i_1$ parallèle à $\overline{OB_1}$, $\overline{DE} = i_2$ parallèle à $\overline{OB_2}$, etc.

Le courant total sera défini par la ligne de fermeture $\overline{O'F} = i$ et son angle d'époque φ est déterminé par l'épure.

Pour calculer la puissance consommée dans chacune des dérivations, on projettera les vecteurs $\overline{O'D}$, $\overline{DE}$, $\overline{EF}$, sur la droite $O'x$ parallèle à Ox, et on aura :

$$\overline{O'D'} = i_1 \cos \varphi_1 \qquad \overline{D'E'} = i_2 \cos \varphi_2 \qquad \overline{E'F'} = i_3 \cos \varphi_3.$$

On obtient ainsi :

$$\mathfrak{P}_1 = u \times \overline{O'D'}, \qquad \mathfrak{P}_2 = u \times \overline{D'E'}, \qquad \mathfrak{P}_3 = u \times \overline{E'F'}.$$

La puissance totale fournie par la source entre les points A et B sera

$$\mathfrak{P} = \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 + \mathfrak{P}_3 = u \times \overline{O'F'} = ui \cos \varphi.$$

Aux trois dérivations que nous venons de considérer, substituons un circuit unique équivalent, c'est-à-dire dont la résistance R et la self-induction $\mathfrak{L}$ soient telles que le courant total qui passe de A en B ait la même intensité et la même phase qu'auparavant.

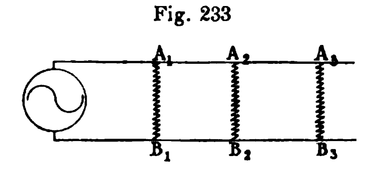
Pour déterminer les constantes de ce circuit nous mènerons par le point O (*fig.* 231) une parallèle à $\overline{O'F}$, et du point A nous abaisserons sur cette droite la perpendiculaire $\overline{AB}$. Dans le triangle OAB ainsi construit, le côté $\overline{OB}$ représentera la composante de la force électromotrice en phase avec le courant total, on aura donc

$$R = \frac{\overline{OB}}{i} \qquad \text{et} \qquad \omega\mathfrak{L} = \frac{AB}{i}.$$

Il est facile de voir que la résistance et le coefficient de self-induction du circuit équivalent à un groupe de dérivations sont indépendants de la différence de potentiel et peuvent être déterminés une fois pour toutes.

188. Dérivations en des points multiples. — Si les dérivations sont prises en divers points d'une canalisation

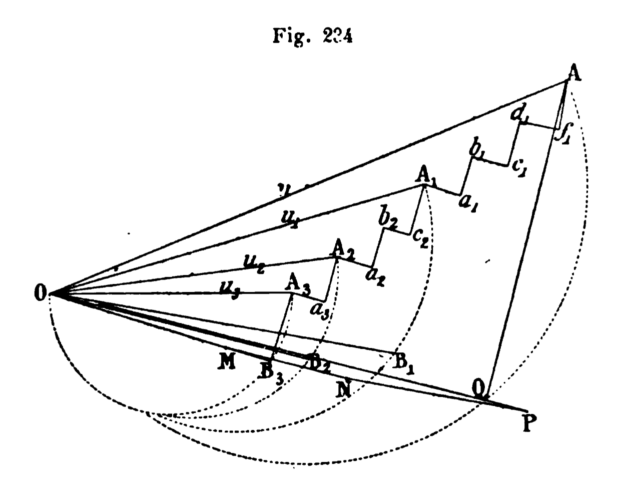
Fig. 233



(*fig.* 233), on fera l'épure en commençant par la dérivation A_3B_3 la plus éloignée de la source, en se donnant la différence

de potentiel U_3 des deux points, et l'on déterminera comme précédemment le courant dérivé I_3 (*fig.* 234) en construisant le triangle rectangle OA_3B_3 sur $\overline{OA_3} = u_3$ pris comme hypothénuse.

Fig. 234



Soient :

r_3 et λ_3 la résistance et le coefficient de self-induction des conducteurs compris entre A_2B_2 et A_3B_3 ;

U_2 la différence de potentiel des points A_2 et B_2.

On aura

$$U_2 = U_3 + r_3 I_3 + \lambda_3 \frac{dI_3}{dt}.$$

Par le point A_3 menons la droite $\overline{A_3a_3} = r_3 i_3$ parallèle à $\overline{OB_3}$, et par a_3 la droite $\overline{A_2a_3} = \omega\lambda_3 i_3$ perpendiculaire à $\overline{A_3a_3}$; la ligne de fermeture $\overline{OA_2}$ détermine en grandeur et en phase la différence de potentiel U_2.

En construisant sur $\overline{OA_2}$ comme hypothénuse le triangle OA_2B_2 dont l'angle en O sera $\varphi_2 = \text{arc tg}\,\frac{\omega \mathfrak{L}_2}{R_2}$, on déterminera l'intensité et la phase du courant dérivé I_2 et l'on obtiendra U_1 en construisant l'équation

$$U_1 = U_2 + r_2(I_3 + I_2) + \lambda_2 \frac{d(I_3 + I_2)}{dt}.$$

A cet effet, on prendra :

$\overline{A_2a_2} = r_2i_3$ parallèle à $\overline{OB_3}$;

$\overline{a_2b_2} = \omega\lambda_2i_3$ perpendiculaire à $\overline{A_2a_2}$;

$\overline{b_2c_2} = r_2i_2$ parallèle à $\overline{OB_2}$;

$\overline{c_2A_1} = \omega\lambda_2i_2$ perpendiculaire à $\overline{b_2c_2}$.

La ligne de fermeture $\overline{OA_1}$ représentera, en grandeur et en phase, la différence de potentiel U_1.

Après avoir déterminé I_1 au moyen du triangle rectangle OA_3B_1 construit sur $\overline{OA_1} = u_1$ comme hypothénuse, on obtiendra de la même manière la droite $\overline{OA} = u$ qui détermine la différence de potentiel de la génératrice.

Cette différence de potentiel étant fixée, la longueur de $\overline{OA}$, mesurée sur l'épure, donnera l'échelle de la figure ; les quantités cherchées (intensités et différences de potentiel) se trouveront ainsi déterminées.

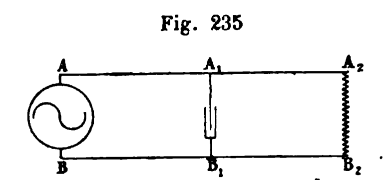
On obtiendra l'intensité du courant débité par la génératrice en faisant la somme géométrique $\overline{OP}$ des trois courants dérivés.

La résistance et le coefficient de self-induction du circuit équivalent au système formé par la canalisation et ses dérivations seront donnés par les côtés $\overline{OQ}$ et $\overline{AQ}$ du triangle rectangle OAQ obtenu en abaissant la perpendiculaire AQ sur le vecteur du courant total.

189. Capacité des conducteurs. — Les lignes de grande longueur et notamment les lignes souterraines ont une certaine capacité dont il faut tenir compte. Cette capacité est uniformément répartie le long de la ligne, qui doit alimenter ainsi un nombre infini de condensateurs de capacité infiniment petite montés en dérivation. Il en résulte que le courant n'a pas la même intensité en tous les points et que le potentiel ne décroit pas d'une manière continue. Nous établirons plus loin les formules au moyen desquelles on peut calculer la différence de potentiel et l'intensité du courant en un point

elconque; mais ces formules ne sont que rarement utilisées, en général, on peut se contenter de substituer à la capaé uniformément répartie un, deux ou trois condensateurs ontés en dérivation à égale distance les uns des autres. plus souvent même on pourra représenter la capacité de ligne par un condensateur unique monté en dérivation au ilieu de la longueur (*fig.* 235).

Fig. 235



L'épure se fait, comme il a été expliqué au numéro précéent, en construisant successivement les équations :

$$U_2 = R_2 I_2 + \mathcal{L}_2 \frac{dI_2}{dt}$$

$$U_1 = U_2 + r_2 I_2 + \lambda_2 \frac{dI_2}{dt}$$

$$U_1 = \frac{1}{C} \int I_1 dt$$

$$U = U_1 + r_1(I_1 + I_2) + \lambda_1 \frac{d(I_1 + I_2)}{dt}.$$

MÉTHODE DES IMAGINAIRES

190. Représentation des vecteurs. — Au lieu de définir le vecteur d'une fonction périodique par sa longueur et son inclinaison sur un axe d'origine, on peut le représenter par ses projections sur deux axes rectangulaires Ox, Oy :

$$X = H \cos \alpha, \qquad Y = H \sin \alpha.$$

Dans le premier mode de représentation on aura

$$\text{vecteur de } F = [H, \alpha],$$

et le vecteur d'une somme de fonctions sera la ligne de fermeture du polygone des vecteurs composants.

Dans le deuxième mode on aura

$$\text{vecteur de } F = [X, Y],$$

et le vecteur d'une somme de fonctions sera déterminé par deux vecteurs rectangulaires,

$$\sum X, \qquad \sum Y.$$

L'amplitude de la fonction résultante sera

$$\sqrt{\left(\sum X\right)^2 + \left(\sum Y\right)^2},$$

et son angle de phase à l'origine du temps sera

$$\beta = \text{arc tg} \frac{\sum Y}{\sum X}.$$

Pour que deux fonctions de même période soient identiques, il faut que les vecteurs qui les représentent aient mêmes longueurs et mêmes inclinaisons sur l'axe d'origine ; c'est-à-dire que l'on doit avoir à la fois

$$H = H', \qquad \alpha = \alpha',$$

ou bien

$$X = X', \qquad Y = Y'.$$

Pour éviter toute ambiguité et distinguer l'une de l'autre les projections rectangulaires d'un vecteur, on le représentera par l'expression imaginaire

$$(1) \qquad F = X + Y\sqrt{-1}.$$

Le symbole $\sqrt{-1}$, qui a pour carré -1, doit être considéré comme un signe de séparation montrant que les deux termes X et Y sont irréductibles entre eux, de telle sorte que toutes les fois qu'un calcul conduit à une égalité de la forme

$$X + Y\sqrt{-1} = X' + Y'\sqrt{-1},$$

on a nécessairement

$$X = X', \qquad Y = Y'.$$

L'expression imaginaire, définissant le vecteur représentatif de la fonction F,

$$F = X + Y\sqrt{-1},$$

peut se mettre sous la forme

$$(2) \qquad F = H\left[\cos\alpha + \sqrt{-1}\sin\alpha\right],$$

en prenant

$$X = H\cos\alpha, \qquad Y = H\sin\alpha;$$

ce qui donne

$$H = \sqrt{X^2 + Y^2}.$$

Quand une expression imaginaire est ramenée à la forme (2), la quantité H s'appelle le *module*; l'arc α est l'*argument*.

L'argument est l'angle de phase de la fonction à l'origine du temps; le module est égal à l'amplitude de la fonction.

Les valeurs efficaces étant les seules qui apparaissent dans les résultats numériques, nous conviendrons de prendre

comme module la valeur efficace, ainsi que nous l'avons fait pour la représentation géométrique, en réservant les petites lettres pour désigner la valeur efficace d'une fonction ou celles de ses composantes rectangulaires et, pour abréger l'écriture, nous représenterons le symbole imaginaire $\sqrt{-1}$ par la lettre j.

D'après ces conventions, les expressions équivalentes,

$$E = e\,[\cos\alpha + j\sin\alpha] = p + jq.$$

représenteront le vecteur qui définit une force électromotrice périodique de valeur efficace $e = \sqrt{p^2 + q^2}$, dont l'angle de phase à l'origine du temps est $\alpha = \text{arc tg}\,\frac{q}{p}$, et dont les composantes rectangulaires ont pour valeurs efficaces

$$p = e\cos\alpha; \qquad q = e\sin\alpha.$$

Lorsque la force électromotrice est définie par son vecteur, on obtient immédiatement son expression analytique

$$E = e\sqrt{2}\,(\cos\alpha\sin\omega t + \sin\alpha\cos\omega t) = E_0\sin(\omega t + \alpha);$$

ou

$$E = p\sqrt{2}\sin\omega t + q\sqrt{2}\cos\omega t = P\sin\omega t + Q\cos\omega t.$$

Les opérations à faire sur les quantités imaginaires s'exécutent suivànt les règles ordinaires de l'algèbre en se rappelant que

$$j^2 = -1.$$

Considérons deux fonctions de même amplitude et de phases différentes :

$$E = e\sqrt{2}\sin(\omega t + \alpha); \qquad E_1 = e\sqrt{2}\sin(\omega t + \alpha + \beta);$$

elles seront représentées par les vecteurs

$$E = e\,[\cos\alpha + j\sin\alpha],$$
$$E_1 = e\,[\cos(\alpha + \beta) + j\sin(\alpha + \beta)].$$

Le rapport,

$$\frac{\cos(\alpha+\beta)+j\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha+j\sin\alpha},$$

des expressions imaginaires qui multiplient le module, se calcule en multipliant les deux termes par la conjuguée du dénominateur, c'est-à-dire par

$$\cos\alpha - j\sin\alpha.$$

En effectuant le calcul on trouve

$$E_1 = E[\cos\beta + j\sin\beta];$$

ce qui montre que, pour faire tourner d'un angle β un vecteur de longueur donnée, il suffit de multiplier son expression imaginaire par la quantité

$$\cos\beta + j\sin\beta.$$

Pour le faire tourner de $+\frac{\pi}{2}$ on multiplie son expression par $+j$.

Pour le faire tourner de $-\frac{\pi}{2}$ on multiplie son expression par $-j$.

Cette règle va nous permettre de trouver l'expression du vecteur de la dérivée d'une fonction donnée

$$\text{vect. } I = i[\cos\alpha + j\sin\alpha] = a + jb.$$

Nous savons, en effet, que le vecteur de cette dérivée aura une longueur égale à ωi, et que sa phase sera en avance de $\frac{\pi}{2}$ sur celle de la fonction primitive ; on aura donc

$$\text{vect. } \frac{dI}{dt} = \omega i[-\sin\alpha + j\cos\alpha] = -\omega b + j\omega a.$$

La fonction primitive étant en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur sa dérivée, on aura de même

$$\text{vect. } \int I dt = \frac{i}{\omega}[\sin\alpha - j\cos\alpha] = \frac{b}{\omega} - j\frac{a}{\omega}.$$

191. Calcul de la puissance. — Pour calculer la puissance,

$$(1) \qquad \mathfrak{P} = ei \cos \varphi,$$

développée par un courant sinusoïdal dont l'intensité et la force électromotrice sont définies par les vecteurs imaginaires

$$(2) \qquad \mathrm{I} = a + jb,$$

$$(3) \qquad \mathrm{E} = p + jq,$$

on remplacera $e, i, \cos \varphi$ par leurs valeurs déduites des expressions (2) et (3).

On obtient ainsi

$$i = \sqrt{a^2 + b^2}, \qquad e = \sqrt{p^2 + q^2}.$$

Comme la différence de phase de la force électromotrice et du courant est égale à la différence des angles d'époque des deux fonctions, on aura

$$\varphi = \text{arc tg} \frac{q}{p} - \text{arc tg} \frac{b}{a},$$

et par conséquent

$$\cos \varphi = \frac{pa + qb}{\sqrt{p^2 + q^2}\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

En portant ces valeurs dans l'équation (1), on obtient l'expression de la puissance :

$$(4) \qquad \mathfrak{P} = pa + qb;$$

c'est-à dire que la puissance est la somme des produits obtenus en multipliant la valeur efficace de chacune des composantes de la force électromotrice par la valeur efficace du courant de même phase. Ce résultat est identique à celui qui a été trouvé précédemment (**181**).

92. Résolution de l'équation fondamentale des rants alternatifs par la méthode des imagi- ires. — La relation qui existe entre la force électromotrice e courant est donnée par l'équation

$$E = RI + \mathfrak{L}\frac{dI}{dt}.$$

Si le courant est défini par un vecteur de la forme

$$I = a + jb,$$

vecteur de la fonction dérivée sera représenté par la for- le

$$\mathfrak{L}\frac{dI}{dt} = j\omega\mathfrak{L}I;$$

le vecteur de la force électromotrice sera déterminé par la ndition

$$E = RI + j\omega\mathfrak{L}I = I[R + j\omega\mathfrak{L}]. \tag{2}$$

C'est-à-dire que, pour obtenir l'expression du vecteur de la rce électromotrice, il faudra multiplier le vecteur du courant ar l'expression imaginaire

$$R + j\omega\mathfrak{L} = Z, \tag{3}$$

lont le module,

$$z = \sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2},$$

est égal à l'impédance du circuit, et dont l'argument,

$$\text{arc tg}\,\frac{\omega\mathfrak{L}}{R} = \varphi,$$

est la différence de phase de la force électromotrice et du courant.

En mettant l'équation (2) sous la forme équivalente

$$E = z\,(\cos\varphi + j\sin\varphi)\,I = ZI, \tag{4}$$

on voit que, pour obtenir le vecteur de la force électromotrice, il faudra : 1° multiplier le vecteur du courant par l'impédance z; 2° le faire tourner dans le sens positif d'un angle φ.

L'origine du temps pouvant être choisie arbitrairement, on simplifiera les calculs en choisissant l'un des vecteurs comme axe d'origine.

Si la force électromotrice est donnée et que l'on demande de trouver l'intensité du courant, on prendra

$$E = e$$

et l'on obtiendra

$$(5) \qquad I = \frac{e}{R + j\omega\mathfrak{L}} = \frac{e}{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}(R - j\omega\mathfrak{L});$$

ou, en prenant $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\mathfrak{L}}{R}$,

$$(6) \qquad I = \frac{e}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}}(\cos\varphi - j\sin\varphi).$$

L'intensité efficace du courant sera le module de l'expression imaginaire, c'est-à-dire

$$(7) \qquad i = \frac{e}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}}.$$

La puissance développée par le courant (**191**) sera

$$(8) \qquad \mathfrak{P} = \frac{e^2\cos\varphi}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}} = ei\cos\varphi.$$

193. Action d'un condensateur intercalé dans le circuit. — L'intensité du courant sera déterminée par l'équation

$$(1) \qquad E = RI + \mathfrak{L}\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}\int I dt;$$

t comme

$$\mathfrak{L}\frac{dI}{dt} = j\omega\mathfrak{L}I, \qquad \frac{1}{C}\int I dt = -\frac{j}{\omega C}I,$$

aura

$$E = I\left[R + j\left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)\right] = ZI.$$

En prenant $E = e$, on obtiendra

) $$I = \frac{e}{R^2 + \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}\left[R - j\left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)\right];$$

, si l'on désigne toujours par φ l'angle de retard du courant ır la force électromotrice, on aura :

) $$I = \frac{e}{\sqrt{R^2 + \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}(\cos\varphi - j\sin\varphi);$$

5) $$\mathfrak{P} = \frac{e^2\cos\varphi}{\sqrt{R^2 + \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = ei\cos\varphi.$$

Le vecteur de la différence de potentiel des armatures du condensateur sera défini par l'expression

(6) $$V = \frac{-j}{\omega C}I = \frac{-e}{\omega C\sqrt{R^2 + \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}[\sin\varphi + j\cos\varphi];$$

c'est-à-dire que la phase de V est en retard de $\frac{\pi}{2}$ sur celle de I.

194. Dérivations en arc multiple. — Considérons plusieurs conducteurs groupés en arc multiple entre deux points A et B dont la différence de potentiel efficace est égale à u.

Soient :

$R_1, R_2, \ldots, R_n$, les résistances; $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2, \ldots, \mathcal{L}_n$, les coefficients de self-induction des différentes branches ;

$I_1, I_2, \ldots, I_n$, les vecteurs des courants dérivés ;

I, le vecteur de l'intensité totale.

Représentons par Z l'expression imaginaire, $R + j\omega\mathcal{L}$, dont le module, $z = \sqrt{R^2 + \omega^2\mathcal{L}^2}$, mesure l'impédance du circuit.

Les opérations à effectuer pour déterminer les vecteurs des courants seront définies par les équations symboliques

$$U = Z_1 I_1 = Z_2 I_2 = \ldots = Z_n I_n; \tag{1}$$

$$I = I_1 + I_1 + \ldots + I_n = U\left[\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \ldots + \frac{1}{Z_n}\right]. \tag{2}$$

Si les courants dérivés étaient continus, on aurait

$$I = U\left[\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots + \frac{1}{R_n}\right].$$

On voit que, dans le cas de courants alternatifs, la quantité $\frac{1}{Z}$ joue le même rôle que la quantité $\frac{1}{R}$ pour un courant continu.

L'inverse de la résistance s'appelle la *conductance* et, par analogie, on donne le nom d'*admittance* à l'inverse de l'impédance.

En posant

$$\frac{1}{Z} = Y,$$

nous aurons

$$I = U\left[Y_1 + Y_2 + \ldots Y_n\right] = U\sum Y; \tag{3}$$

et nous pourrons énoncer la règle suivante :

Lorsque plusieurs conducteurs sont montés en dérivation entre deux points, l'admittance du conducteur unique équivalent à l'arc multiple est égale à la somme des admittances partielles.

Si nous effectuons les calculs indiqués par les équations (1) et (2), nous aurons

$$I_k = \frac{U}{Z_k} = \frac{u(R_k - j\omega\mathfrak{L}_k)}{z^2_k},$$

ou, en posant

$$\frac{R_k}{z^2_k} = \rho_k, \qquad \frac{\omega\mathfrak{L}_k}{z^2_k} = \sigma_k,$$

$$I_k = UY_k = u(\rho_k - j\sigma_k).$$

On voit que l'expression imaginaire qui définit l'admittance a pour module

$$y = \sqrt{\rho^2 + \sigma^2} = \frac{1}{z},$$

c'est-à-dire l'inverse de l'impédance.

Lorsque l'impédance sera donnée sous la forme

$$Z = z(\cos\varphi + j\sin\varphi),$$

l'admittance correspondante sera représentée par l'expression

$$Y = \frac{1}{z}(\cos\varphi - j\sin\varphi).$$

Si l'une des dérivations contient un condensateur en série, on aura

$$\sigma = \frac{\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{\omega C}\right)^2};$$

σ sera positif, nul ou négatif selon que $\omega\mathfrak{L}$ sera supérieur, égal ou inférieur à $\frac{1}{\omega C}$.

Si l'on donne l'intensité efficace du courant total et qu'il

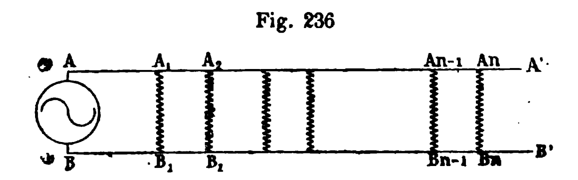
s'agisse de déterminer la différence de potentiel des points A et B, ainsi que les courants dérivés dans chaque branche, on aura

$$U = \frac{i}{\sum \rho - j \sum \sigma} = i \frac{\sum \rho + j \sum \sigma}{\left(\sum \rho\right)^2 + \left(\sum \sigma\right)^2}.$$

U étant alors connu, on calculera les courants dérivés de la même manière que précédemment.

195. Dérivations en des points multiples. — Considérons un système de n dérivations prises sur deux conducteurs principaux AA′, BB′ (*fig.* 236).

Fig. 236



Soient :

$Z_1 Z_2 \ldots Z_n$ les impédances des portions de conducteurs comprises entre A et A_1, entre A_1 et A_2,... entre A_{n-1} et A_n;

$Y_1\ Y_2 \ldots Y_n$ les admittances des dérivations;

$U_1\ U_2 \ldots U_n$ les différences de potentiel sous lesquelles sont alimentés les branchements.

On donne la différence de potentiel des points A et B, les résistances et les coefficients de self-induction des différentes parties du circuit, et il s'agit de déterminer les tensions U_1, $U_2 \ldots U_n$, les intensités des courants dérivés I_1, $I_2 \ldots I_n$ et l'intensité totale du courant débité par la génératrice qui alimente le réseau.

Nous aurons évidemment

$$U = U_1 + Z_1(I_1 + I_2 + \ldots + I_n)$$

et, comme

$$I_1 = U_1 Y_1; \qquad I_2 = U_2 Y_2, \ldots; \qquad I_n = U_n Y_n,$$

on aura

$$U = (1 + Z_1 Y_1) U_1 + Z_1 (U_2 Y_2 + U_3 Y_3 + \ldots + U_n Y_n).$$

On aura de même :

$$U_1 = (1 + Z_2 Y_2) U_2 + Z_2 (U_3 Y_3 + \ldots + U_n Y_n);$$

$$U_{n-2} = (1 + Z_{n-1} Y_{n-1}) U_{n-1} + Z_{n-1} U_n Y_n;$$

$$U_{n-1} = (1 + Z_n Y_n) U_n.$$

En partant du dernier branchement pour revenir à la source on obtiendra successivement les valeurs de U_{n-1}, U_{n-2} .... U_1, U en fonction de U_n. La différence de potentiel initiale étant donnée, U_n sera déterminé par une équation de la forme

$$U = U_n(\alpha + j\beta),$$

au moyen de laquelle on obtiendra

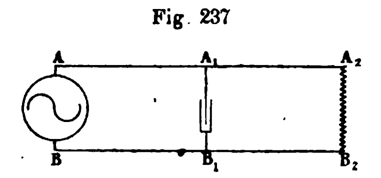
$$U_n = u \left[\frac{\alpha}{\alpha^2 + \beta^2} - j \frac{\beta}{\alpha^2 + \beta^2} \right],$$

ce qui permettra de déterminer les modules et les arguments des tensions et des intensités dérivées I_1, I_2 ... I_n ainsi que de l'intensité totale I.

196. Influence de la capacité des conducteurs (méthode approchée). — Dans le plus grand nombre des cas on pourra, comme nous l'avons indiqué précédemment (**189**), tenir compte de la capacité des conducteurs, avec une approximation suffisante, en la supposant localisée, au milieu de la ligne, dans un condensateur monté en dérivation entre les deux conducteurs.

Supposons, par exemple, qu'il s'agisse d'alimenter, à l'extrémité d'une ligne de longueur donnée (*fig.* 237), un récep-

Fig. 237



teur de puissance déterminée dont les constantes sont connues, et soient :

U la différence de potentiel initiale;

U_2 la différence de potentiel aux bornes du récepteur;

U_1 la différence de potentiel au milieu de la ligne où nous supposons branché un condensateur de capacité C égale à celle de la ligne;

Z_1 et Z_2 les impédances imaginaires des deux parties de la ligne;

$Y_1 = j\omega C$ l'admittance du condensateur;

$Y_2 = \frac{1}{R_2 + j\omega \mathfrak{L}_2}$ l'admittance du récepteur;

I le courant débité par la génératrice;

I_1 le courant qui passe dans le condensateur;

I_2 le courant fourni au récepteur.

Nous aurons :

$$U = U_1 + Z_1(I_1 + I_2). \quad (1)$$

$$U_1 = U_2 + Z_2 I_2. \quad (2)$$

$$I_1 = U_1 Y_1. \quad (3)$$

$$I_2 = U_2 Y_2. \quad (4)$$

On en déduit :

$$U_1 = U_2(1 + Z_2 Y_2). \quad (5)$$

$$U = U_2\left[(1 + Z_1 Y_1)(1 + Z_2 Y_2) + Z_1 Y_2\right]. \quad (6)$$

La tension aux bornes du récepteur étant fixée, l'équa-

tion (6) donnera la différence de potentiel à maintenir aux bornes de la génératrice, et l'équation (5) la différence de potentiel des armatures du condensateur. On en déduira l'intensité du courant dérivé I_1 et l'on aura ensuite

$$I = I_1 + I_2.$$

197. Capacité uniformément répartie. — Lorsque la ligne a une capacité élevée, ce qui a lieu notamment pour les lignes souterraines de très grande longueur, le courant dérivé représente une fraction importante du courant débité par la génératrice, et il peut être nécessaire de connaître la loi exacte suivant laquelle varient l'intensité du courant et la tension d'un point à un autre de la ligne.

Le problème de la capacité uniformément répartie a été traité par plusieurs auteurs; nous indiquons ici la solution donnée par M. Steinmetz (*Alternating Current Phenomena*).

Supposons qu'il s'agisse de transmettre à la distance L une puissance électrique $\mathfrak{P}$, définie par la différence de potentiel à maintenir aux bornes du récepteur, par l'intensité du courant et par le facteur de puissance; et proposons-nous de déterminer la différence de potentiel que doit fournir la génératrice ainsi que l'intensité du courant qu'elle aura à débiter.

Désignons par :

r la résistance du conducteur par unité de longueur;
λ le coefficient de self-induction » ;
C la capacité » ;
R la résistance isolante du diélectrique » ;
I l'intensité du courant en un point de la ligne;
U la différence de potentiel en ce point;

Considérons un élément de longueur dx, et soient :

dU la différence de potentiel des extrémités de cet élément;
dI la somme du courant dérivé à travers le diélectrique et du courant absorbé par la capacité de l'élément dx.

Si nous convenons de compter les distances dans le sens des potentiels croissants, nous aurons

$$dU = rdxI + \lambda dx \frac{dI}{dt},$$

c'est-à-dire

(1) $$\frac{dU}{dx} = rI + \lambda \frac{dI}{dt}.$$

Le couaant, dI', dérivé à travers l'enveloppe isolante, dont la résistance est $\frac{R}{dx}$, sera

$$dI' = \frac{Udx}{R}.$$

Le courant, dI'', absorbé par la capacité Cdx, sera déterminé par la condition

$$dI''.dt = Cdx.dU;$$

et, comme

$$dI = dI' + dI'',$$

l'accroissement du courant le long de l'élément dx se déduira de l'équation

(2) $$\frac{dI}{dx} = \frac{U}{R} + C\frac{dU}{dt}.$$

Les équations (1) et (2), résolues par la méthode des imaginaires, donneront :

(3) $$\frac{dU}{dx} = ZI \qquad \text{avec} \qquad Z = r + j\omega\lambda$$

et

(4) $$\frac{dI}{dx} = YU \qquad \text{avec} \qquad Y = \frac{1}{R} + j\omega C.$$

En différentiant ces deux équations on obtient :

(5) $$\frac{d^2U}{dx^2} = Z\frac{dI}{dt} = ZYU$$

et

(6) $$\frac{d^2I}{dx^2} = Y\frac{dU}{dt} = ZYI.$$

Ces deux équations étant identiques, on en conclut que l'intensité du courant et le potentiel en un point ne diffèrent que par une constante.

En posant

(7) $$m^2 = ZY,$$

l'intégrale générale de l'équation (6) sera

(8) $$I = C_1e^{mx} + C_2e^{-mx},$$

C_1 et C_2 étant deux constantes arbitraires.

On en déduit

(9) $$\frac{dI}{dx} = mC_1e^{mx} - mC_2e^{-mx} = Ae^{mx} - Be^{-mx},$$

en posant

$$mC_1 = A; \qquad mC_2 = B.$$

L'équation (8) devient alors

(10) $$I = \frac{1}{m}[Ae^{mx} + Be^{-mx}];$$

et l'équation (4) combinée avec (9) donnera

(11) $$U = \frac{1}{Y}[Ae^{mx} - Be^{-mx}].$$

Pour déterminer m en fonction des quantités données, nous remarquerons que, m étant une quantité imaginaire de la forme $p + jq$, on doit avoir

$$m^2 = [p + jq]^2 = ZY = (r + j\omega\lambda)\left(\frac{1}{R} + j\omega C\right).$$

Les coefficients p et q devront donc satisfaire aux identités

(13) $$p^2 - q^2 = \frac{r}{R} - \omega^2 C\lambda,$$

(14) $$2pq = \omega C r + \frac{\omega\lambda}{R}.$$

En élevant au carré les deux membres des équations (13) et (14) et en les ajoutant, on obtient

(15) $$(p^2 + q^2)^2 = (r^2 + \omega^2\lambda^2)\left(\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2\right).$$

En combinant cette équation avec l'équation (13), on aura

(16) $$2p^2 = \sqrt{(r^2 + \omega^2\lambda^2)\left(\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2\right)} + \frac{r}{R} - \omega^2 C\lambda$$

et

(17) $$2q^2 = \sqrt{(r^2 + \omega^2\lambda^2)\left(\frac{1}{R^2} + \omega^2 C^2\right)} - \frac{r}{R} + \omega^2 C\lambda.$$

Si, après avoir remplacé m par sa valeur, $p + q\sqrt{-1}$, dans les équations (10) et (11) nous les mettons sous la forme trigonométrique, au moyen des formules d'Euler :

$$e^{qx\sqrt{-1}} = \cos qx + j \sin qx,$$

$$e^{-qx\sqrt{-1}} = \cos qx - j \sin qx,$$

nous obtiendrons finalement

(18) $$U = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C}\left[(Ae^{px} - Be^{-px})\cos qx + j(Ae^{px} + Be^{-px})\sin qx\right]$$

(19) $$I = \frac{1}{p + jq}\left[(Ae^{px} + Be^{-px})\cos qx + j(Ae^{px} - Be^{-px})\sin qx\right].$$

Ces équations permettront de calculer les valeurs de la différence de potentiel et de l'intensité du courant, en un point quelconque de la ligne, lorsqu'on aura déterminé les constantes A et B.

Si l'on donne l'impédance du récepteur $Z = r_1 + j\omega\mathfrak{L}_1$ et la différence de potentiel efficace, u, à maintenir aux bornes, en faisant $x = 0$ dans les équations (18) et (19) les constantes A et B seront déterminées par les conditions

$$A - B = u\left(\frac{1}{R} + j\omega C\right)$$

$$A + B = \frac{p + jq}{r_1 + \omega\mathfrak{L}_1} u.$$

Si l'on donne l'impédance du récepteur et la différence de potentiel aux bornes de la génératrice, on aura, pour $x = 0$,

$$U = \frac{A - B}{\frac{1}{R} + j\omega C};$$

$$I = \frac{A + B}{p + jq};$$

d'où l'on tire

$$\frac{U}{I} = r_1 + j\omega\mathfrak{L}_1 = \frac{(A - B)}{(A + B)} \cdot \frac{p + jq}{\frac{1}{R} + j\omega C};$$

et la seconde équation de condition s'obtiendra en écrivant que pour $x = L$ on doit avoir $U = u_0$.

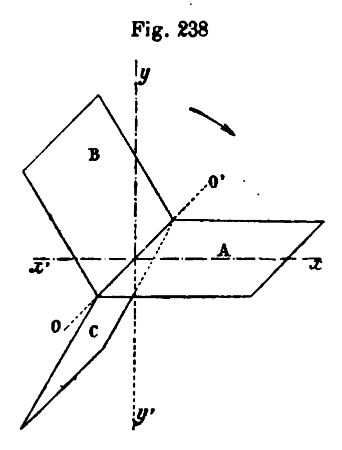
Les formules (18) et (19) montrent que l'intensité et la différence de potentiel se propagent sous forme d'ondes périodiques dont la longueur est donnée par la formule

$$l = \frac{2\pi}{q}. \qquad (20)$$

COURANTS POLYPHASÉS

198. Production des courants polyphasés. — Un grand nombre d'applications des courants alternatifs exigent la combinaison de plusieurs courants de même période dont les forces électromotrices présentent entr'elles des différences de phase constantes. On les désigne sous le nom de courants *polyphasés*. Leur mode de production est le même que celui des courants alternatifs simples dont nous venons d'étudier les propriétés générales.

Fig. 238



Sur un axe OO′, normal à la direction d'un champ magnétique uniforme (*fig.* 238), fixons trois cadres égaux indépendants A, B, C faisant entr'eux un angle de 120°, et soit Φ_0 le flux qui traverse chaque cadre lorsque son plan est perpendiculaire à la direction du champ.

Si nous prenons comme origine du mouvement l'instant où le cadre A était parallèle à yy', lorsque le système aura décrit

l'angle α, les flux qui traversent les trois cadres seront respectivement

$$\Phi_0 \cos \alpha, \qquad \Phi_0 \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right), \qquad \Phi_0 \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right).$$

Si le système tourne autour de l'axe OO′ avec une vitesse angulaire constante ω, on aura

$$\alpha = \omega t,$$

t étant le temps écoulé depuis l'instant où le cadre A était parallèle à yy'.

Les forces électromotrices induites dans les trois cadres, à l'instant t, seront

$$E_1 = E_0 \sin \omega t, \qquad E_2 = E_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right),$$
$$E_3 = E_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right),$$

en représentant par $E_0 = \omega\Phi_0$ l'amplitude de la force électromotrice induite dans un cadre.

Ces trois forces électromotrices ont même période, et leurs phases diffèrent d'une quantité constante égale à un tiers de la période ; on les appelle forces électromotrices *triphasées*.

Fermons le circuit de chacun des cadres par un conducteur extérieur ; si la résistance et le coefficient de self induction ont les mêmes valeurs dans les trois circuits, le retard du courant sur la force électromotrice sera le même pour les trois lignes, et les courants induits seront décalés les uns par rapport aux autres de un tiers de période. Si les constantes des circuits n'étaient pas identiques, les différences de phase des courants ne seraient plus les mêmes que celles de leurs forces électromotrices respectives.

Ce que nous venons de dire pour un système de trois cadres équidistants, produisant un système de forces électromotrices triphasées, s'applique à un nombre, m, quelconque

de cadres uniformément distribués autour d'un axe c... et les forces électromotrices *polyphasées*, induites d... système à m cadres, seront représentées d'une façon ... par la suite

$$E_1 = E_0 \sin \omega t, \qquad E_2 = E_0 \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{m}\right),$$

. . . .

$$E_m = E_0 \sin \left(\omega t + (m - 1) \frac{2\pi}{m}\right).$$

La somme des sinus d'une série d'arcs en progressio... métique, entre o et 2π, étant nulle, on voit que

$$E_1 + E_2 + \ldots + E_m = 0;$$

c'est-à-dire que, dans un système polyphasé dont les ... sont uniformément réparties sur la période entière, l'u... conque des forces électromotrices est égale et de sign... traire à la somme de toutes les autres.

Quand le nombre des cadres est pair, les forces élec... trices sont deux à deux égales et de signes contrai... effet, si l'on prend $m = 2m_1$, on aura $\frac{2\pi}{m} = \frac{\pi}{m_1}$ et par ... quent

$$E_k = - E_{k+m_1},$$

puisque

$$E_0 \sin \left(\omega t + k \frac{\pi}{m_1}\right) + E_0 \sin \left(\omega t + (k + m_1) \frac{\pi}{m_1}\right) = 0.$$

La somme des forces électromotrices induites dans ... tème polyphasé étant nulle, au lieu d'employer pour ... cadre un conducteur d'aller et un conducteur de retou... pourra grouper les cadres de manière à n'avoir qu'un ... conducteur par phase, l'un quelconque de ces m condu... pouvant être considéré comme le fil de retour de ... autres.

199. Modes de groupement des circuits polyphasés. — Un système de circuits polyphasés peut être groupé suivant deux modes différents :

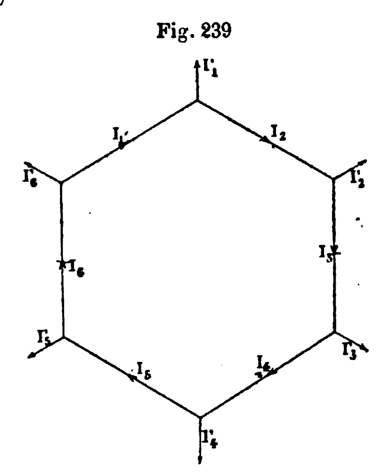
montage fermé ou polygonal ;

montage ouvert ou en étoile.

En faisant l'étude de ces groupements de circuits, il est nécessaire, afin d'éviter toute ambiguité, d'adopter sur les schémas une direction constante pour représenter le sens positif des courants dont le sens réel dans chaque branche sera ensuite déterminé par le signe de l'expression algébrique du courant ou la direction du vecteur qui le définit.

200. Montage polygonal. — Les m cadres sont réunis les uns aux autres de manière à former un polygone fermé (*fig.* 239).

Fig. 239



Numérotons les sommets du polygone de 1 à m, et désignons par

V_1 V_2 ... V_m les potentiels des sommets ;

E_1 E_2 ... E_m les forces électromotrices induites dans les cadres respectifs ;

I_1 I_2 ... I_m les courants intérieurs ;

I'_1 I'_2 ... I'_m les courants extérieurs.

Nous aurons

$$V_m - V_1 = E_1, \qquad V_1 - V_2 = E_2, \qquad \dots V_{m-1} - V_m = E_m.$$

Dans le montage polygonal la tension aux bornes est égale à la force électromotrice intérieure, abstraction faite de la chute intérieure de potentiel dans l'induit.

En appliquant la première règle de Kirchhoff aux différents sommets, nous obtiendrons les relations suivantes entre les valeurs instantanées des courants

$$I' = I_1 - I_2, \qquad I'_2 = I_2 - I_3, \qquad I'_m = I_m - I_1.$$

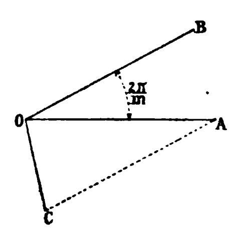
Pour déterminer l'intensité efficace et la phase du courant extérieur,

$$I'_k = I_k - I_{k+1},$$

traçons les vecteurs de ces deux courants en prenant (*fig.* 240),

$$\overline{OA} = \overline{OB} = i; \qquad AOB = \frac{2\pi}{m}.$$

Fig. 240



Par l'extrémité A du vecteur de I_k menons, parallèlement à $\overline{BO}$ la droite $\overline{AC} = i$ qui représentera le vecteur de $-I_{k+1}$, et complétons le triangle AOC ; le côté $\overline{OC}$ représentera, en grandeur et en phase, le vecteur de I'_k. Nous aurons donc

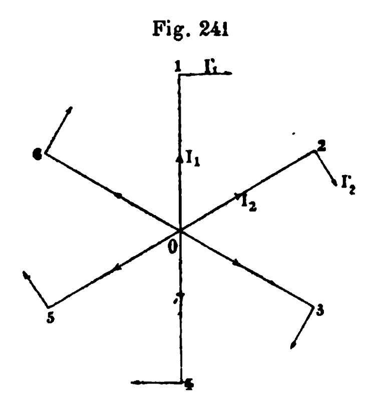
$$\overline{OC} = 2i \sin \frac{\pi}{m} = i';$$

c'est-à-dire que, dans le montage polygonal, l'intensité efficace de l'un des courants extérieurs est égale à l'intensité efficace

du courant intérieur multipliée par $2 \sin \frac{\pi}{m}$; la tension aux bornes est égale à la force électromotrice d'une phase.

201. Montage en étoile. — Chaque cadre a une de ses extrémités reliée à un des conducteurs extérieurs, tandis que l'autre extrémité est raccordée au centre de l'étoile (*fig.* 241).

Fig. 241



En conservant les mêmes notations que précédemment et, en désignant par V_0 le potentiel du centre de l'étoile, nous aurons

$$V_0 - V_1 = E_1, \qquad V_0 - V_2 = E_2, \qquad V_0 - V_m = E_m;$$

et par conséquent

$$V_1 - V_2 = E_2 - E_1; \qquad V_k - V_{k+1} = E_{k+1} - E_k; \qquad V_m - V_1 = E_1 - E_m.$$

Si nous représentons les forces électromotrices E_{k+1} et E_k par les vecteurs $\overline{OB}$ et $\overline{OA}$ (*fig.* 240), et que nous menions par le point A le vecteur $\overline{AC}$ anti-parallèle à $\overline{OB}$, la ligne $\overline{OC}$ représentera, en grandeur et en phase, la différence de potentiel

$$V_k - V_{k+1} = 2e \sin \frac{\pi}{m} = u'.$$

On voit que, dans le montage en étoile, la tension aux bornes est égale à la force électromotrice d'une phase multipliée par $2 \sin \frac{\pi}{m}$, et que le courant extérieur est égal au courant intérieur.

Les seuls systèmes polyphasés usités dans les applications sont les systèmes à 3, à 4 et à 6 phases.

202. Système tétraphasé. Montage diphasé. — Les forces électromotrices du système tétraphasé sont représentées par les quatre termes

$$E_1 = E_0 \sin \omega t ;$$

$$E_2 = E_0 \sin \left(\omega + \frac{\pi}{2}\right) = E_0 \cos \omega t ;$$

$$E_3 = E_0 \sin (\omega t + \pi) = - E_0 \sin \omega t ;$$

$$E_4 = E_0 \sin \left(\omega t + \frac{3\pi}{2}\right) = - E_0 \cos \omega t.$$

Ces quatre phases peuvent être groupées suivant l'un ou l'autre des deux modes précédents et, comme

$$\sin \frac{\pi}{m} = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

on aura pour le montage polygonal

$$u' = e \qquad i' = i \sqrt{2},$$

et pour le montage en étoile

$$u' = e \sqrt{2} \qquad i' = i.$$

Fig. 242

On peut adopter un troisième dispositif et réunir les cadres par paires de manière à former deux circuits indépendants (*fig.* 242).

Comme $E_3 = - E_1$, en associant les cadres 1 et 3 en série de manière que leurs forces électromotrices agissent dans le

me sens, on aura un premier circuit dans lequel agira la :e électromotrice

$$2 E_0 \sin \omega t.$$

On pourra de même grouper E_2 et E_4 de manière à former deuxième circuit, distinct du premier, dont la force électro-otrice sera

$$2 E_0 \cos \omega t.$$

L'ensemble de ces deux circuits distincts, dont les forces ectromotrices sont décalées de $\frac{\pi}{2}$, a reçu le nom de *système iphasé*.

203. Système triphase. Système hexaphasé. — 'our $m = 3$ on aura le système triphasé dont les forces élec-notrices sont

$$E_1 = E_0 \sin \omega t;$$

$$E_2 = E_0 \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right);$$

$$E_3 = E_0 \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right).$$

Comme $\sin \frac{\pi}{m} = \sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, on aura :

pour le montage en triangle (**200**)

$$u' = e; \qquad i' = i\sqrt{3};$$

pour le montage en étoile (**201**)

$$u' = e\sqrt{3}; \qquad i' = i.$$

Avec le système hexaphasé, on aura pour les deux modes de groupement

$$u' = e; \qquad i' = i.$$

Ce système peut se ramener à un système triphasé en remarquant que l'on a

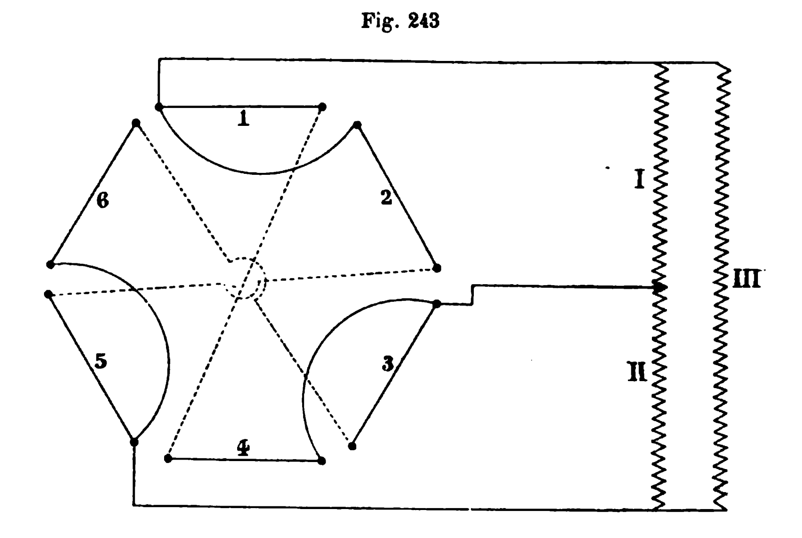
$$E_1 = E_0 \sin \omega t = - E_0 \sin \left(\omega t + 3 \frac{\pi}{3}\right) = - E_4;$$

$$E_3 = E_0 \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) = - E_0 \sin \left(\omega t + 5 \frac{\pi}{3}\right) = - E_6;$$

$$E_5 = E_0 \sin \left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) = - E_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) = - E_2;$$

ce qui permet de grouper les phases par paires de manière à faire agir dans le même sens les deux forces électromotrices dont les phases sont en opposition. Réciproquement on pourra obtenir un système de courants hexaphasés au moyen d'un système triphasé (*fig.* 243).

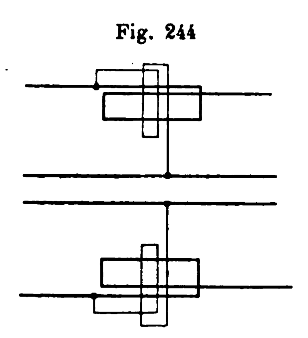
Fig. 243



204. Mesure de la puissance des courants polyphasés. — La puissance développée par un système de courants diphasés se détermine, comme celle des courants alter-

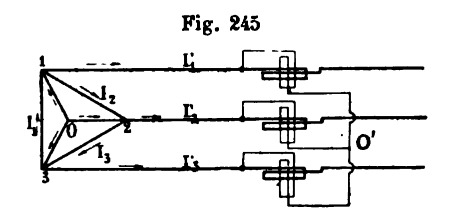
ıtifs simples, en faisant deux mesures simultanées (*fig.* 244) ır les deux circuits et en ajoutant les indications des deux ·attmètres.

Fig. 244



Dans le cas de courants triphasés on peut mesurer séparément les puissances développées dans les trois phases au moyen de trois wattmètres montés d'après le dispositif de la *fig.* 245,

Fig. 245



dans lequel les bobines fixes font partie des circuits principaux, tandis que les bobines mobiles, munies de leurs résistances auxiliaires, sont montées en dérivation entre les conducteurs principaux et un point commun O′, c'est-à-dire groupées en étoile.

Nous allons montrer que cette disposition est applicable au montage en triangle et au montage en étoile des circuits principaux.

Désignons par

V_1 V_2 V_3 les potentiels aux bornes,

V_0 V'_0 les potentiels des points O et O′,

I_1 I_2 I_3 les courants intérieurs,

I'_1 I'_2 I'_3 les courants extérieurs.

Si les circuits sont montés en triangle, la puissance développée à l'instant t sera donnée par la somme

$$\mathfrak{P}_t = (V_3 - V_1)\, I_1 + (V_1 - V_2)\, I_2 + (V_2 - V_3)\, I_3,$$

que l'on peut mettre sous la forme équivalente

$$\mathfrak{P}_t = \left[(V'_0 - V_1) - (V'_0 - V_3)\right] I_1 + \left[(V'_0 - V_2) - (V'_0 - V_1)\right] I_2 + \\ + \left[(V'_0 - V_3) - (V'_0 - V_2)\right] I_3;$$

et, comme dans le montage en triangle,

$$I'_1 = I_1 - I_2, \qquad I'_2 = I_2 - I_3, \qquad I'_3 = I_3 - I_1,$$

la valeur moyenne de la puissance totale développée dans le circuit sera donnée par l'intégrale

$$(1)\quad \mathfrak{P} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left[(V'_0 - V_1)\, I'_1 + (V'_0 - V_2)\, I'_2 + (V'_0 - V_3) I'_3\right] dt.$$

Pour le montage en étoile la puissance instantanée sera donnée par la somme

$$\mathfrak{P}_t = (V_0 - V_1)\, I_1 + (V_0 - V_2)\, I_2 + (V_0 - V_3)\, I_3.$$

Comme les courants intérieurs et extérieurs sont égaux et que la somme des trois courants est nulle, on aura

$$V_0\, (I_1 + I_2 + I_3) = V'_0\, (I'_0 + I'_1 + I'_3) = 0\,;$$

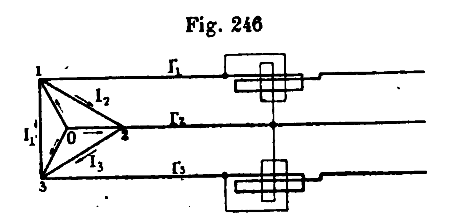
et la puissance moyenne du circuit sera donnée par l'intégrale

$$(2)\quad \mathfrak{P} = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left[(V'_0 - V_1)\, I'_1 + (V_0' - V_2) I'_2 + (V'_0 - V_3) I'_3\right] dt.$$

Les expressions (1) et (2) étant identiques, on voit que, dans les deux cas, la puissance totale sera donnée par la somme des indications relevées sur les trois wattmètres montés comme l'indique la figure 245.

La méthode peut être simplifiée et le nombre des wattmètres luit à deux en adoptant la disposition indiquée par fig. 246.

Fig. 246



Si les circuits sont montés en triangle on aura comme précédemment

$$\mathfrak{P}_t = (V_3 - V_1)\, I_1 + (V_1 - V_2)\, I_2 + (V_2 - V_3)\, I_3;$$

et, comme

$$(V_3 - V_1) + (V_1 - V_2) + (V_2 - V_3) = 0,$$

en éliminant $(V_3 - V_1)$ entre les deux équations, on obtiendra pour la puissance moyenne totale l'expression

$$(3) \qquad \mathfrak{P} = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left[(V_2 - V_1)\, I'_1 + (V_2 - V_3)\, I'_3\right] dt.$$

Pour le montage en étoile on aura

$$\mathfrak{P}_t = (V_0 - V_1)\, I_1 + (V_0 - V_2)\, I_2 + (V_0 - V_3)\, I_3.$$

Comme les courants intérieurs et extérieurs sont égaux et que

$$I_1 + I_2 + I_3 = 0,$$

on aura, en éliminant I_2,

$$(4) \qquad \mathfrak{P} = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left[(V_2 - V_1)\, I'_1 + (V_2 - V_3)\, I'_3\right] dt.$$

Les expressions (3) et (4) étant identiques, on voit que,

quel que soit le mode de groupement des circuits, la puissance d'un système de courants triphasés peut être mesurée au moyen de deux wattmètres, dont les bobines fixes seront introduites dans deux quelconques des conducteurs principaux et dont les bobines mobiles seront montées en dérivation entre le troisième conducteur et les deux autres.

Les deux wattmètres peuvent être réunis en un seul instrument, en superposant les bobines à gros fil et en montant les bobines en dérivation sur un axe commun, de façon que leurs actions s'ajoutent et que l'appareil donne par simple lecture la puissance du système.

HARMONIQUES DES COURANTS ALTERNATIFS

205. Série de Fourier. — Lorsque le champ inducteur n'est pas uniforme, la force électromotrice induite ne sera plus représentée par les ordonnées d'une sinusoïde, comme nous l'avons admis jusqu'à présent; mais elle sera encore périodique et pourra, quelle que soit sa forme, être représentée par une série trigonométrique (Série de Fourier) telle que

$$F(t) = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t + \ldots$$
$$+ B_0 + B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2\omega t + \ldots$$

$A_1, A_2 \ldots B_0, B_1, B_2, \ldots$ et ω étant des paramètres constants.

La période de cette fonction sera $\frac{2\pi}{\omega}$, puisque, si l'on y remplace t par $t + \frac{2\pi}{\omega}$, tous les termes reprennent identiquement la même valeur.

En appliquant cette formule à la représentation de la force électromotrice induite par la rotation d'un conducteur dans un champ magnétique, on voit que, les pôles inducteurs étant symétriquement disposés autour de l'induit,

la fonction prendra, aux temps t et $t + \frac{\pi}{\omega}$, des valeurs égales et de signes contraires, telles que

$$\sin m\omega t + \sin m\omega \left(t + \frac{\pi}{\omega}\right) = 0;$$

$$\cos m\omega t + \cos m\omega \left(t + \frac{\pi}{\omega}\right) = 0;$$

ce qui n'est possible que si m est un nombre impair.

La force électromotrice d'un alternateur pourra donc être représentée, sous la forme la plus générale, par la fonction

$$E = (A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t) + (A_3 \sin 3\omega t + B_3 \cos 3\,\omega t) + \ldots;$$

ou

$$E_1 = C_1 \sin (\omega t + \alpha_1) + C_3 \sin (3\omega t + \alpha_3) + \ldots,$$

en prenant

$$C_m = \sqrt{A^2{}_m + B^2{}_m}; \qquad \alpha_m = \text{arc tg}\,\frac{B_m}{A_m}.$$

Dans cette série le premier terme, qui représente une sinusoïde de fréquence $\frac{\omega}{2\pi}$, s'appelle *l'onde fondamentale*; les termes suivants représentent des sinusoïdes dont les fréquences sont des multiples de la première et s'appellent les *harmoniques* de l'onde fondamentale, par analogie avec la dénomination usitée en Acoustique pour désigner des sons dont les nombres de vibrations sont entre eux comme la suite naturelle des nombres.

Pendant que le mouvement fondamental fait une oscillation complète les harmoniques en font 3, 5, etc., et chaque fois que le mouvement fondamental est revenu au même point, le mouvement harmonique s'y retrouve également.

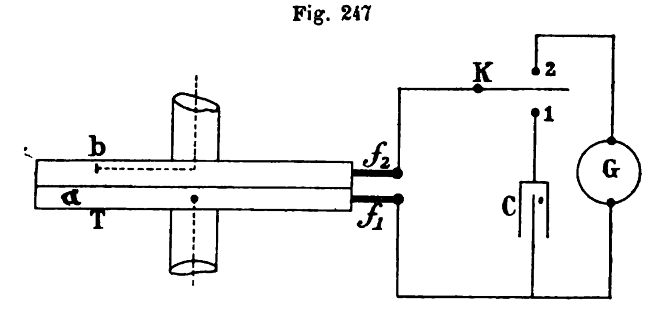
206. Inscription de la forme des courants. — La loi du courant en fonction du temps peut s'obtenir sous forme de courbe par la méthobe stroboscopique qui convient

particulièrement à l'étude des phénomènes périodiques, et dont nous rappellerons d'abord le principe.

T étant la période du courant, la fonction aura la même valeur aux instants t, $t + T$, ... et, si l'instrument de mesure n'est mis en communication avec le circuit qu'à ces instants successifs, le courant se comportera vis-à-vis de l'instrument comme s'il était invariable; et l'on aura ainsi tout le temps nécessaire pour effectuer la mesure. En faisant une série d'observations semblables, à des phases successives de la période, on obtiendra autant de points que l'on voudra de la courbe représentative du courant ou de la force électromotrice.

La première application de cette méthode à l'étude des courants alternatifs a été faite en 1881 par M. Joubert. Elle exige l'emploi d'une pièce de contact capable d'établir, au moment précis, la communication entre le circuit et l'appareil de mesure; cette pièce de contact mobile est un tambour en

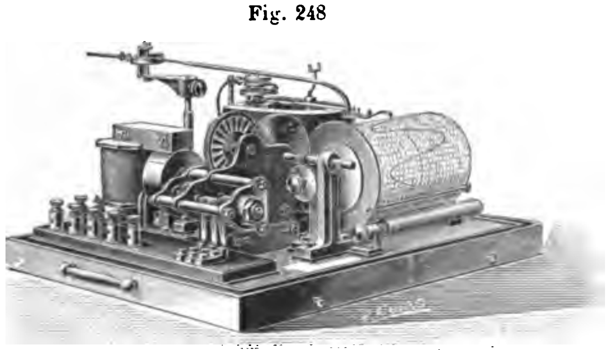
Fig. 247



ébonite, T, monté sur l'arbre de l'alternateur (*fig.* 247). Un anneau de bronze, a, recouvre la moitié de la largeur du tambour; une languette de cuivre, b, encastrée dans l'ébonite fait saillie sur la surface isolante; les pièces a et b sont reliées électriquement aux deux extrémités du circuit dans lequel on veut étudier la loi de variation. Deux balais isolés, f_1 et f_2, frottent sur le tambour; le premier est en contact avec l'anneau de cuivre continu a, tandis que l'autre, qui appuie sur la partie isolante, ne touche qu'une fois par tour la languette conductrice b.

Une des armatures du condensateur C est en communication permanente d'une part avec *a* par l'intermédiaire du balai f_1 d'autre part avec une des bornes du galvanomètre balistique G; l'autre armature est reliée au balai f_2 par la clef K. Quand cette clef est abaissée sur le contact 1, le condensateur se charge une fois par tour à la différence de potentiel qui existe entre f_1 et f_2; en ramenant la clef en 2, on décharge le condensateur à travers le galvanomètre, dont l'élongation sera proportionelle à la charge du condensateur, c'est-à-dire à la différence de potentiel des deux points. En déplaçant successivement f_2 par rapport à l'origine de la période, on obtiendra les différents points de la courbe cherchée. A cet effet l'arc correspondant à une période est divisé en 24 parties égales, et l'on établit sur l'arbre un dispositif permettant de faire tourner brusquement le commutateur d'un angle égal à une de ces divisions.

Fig. 248



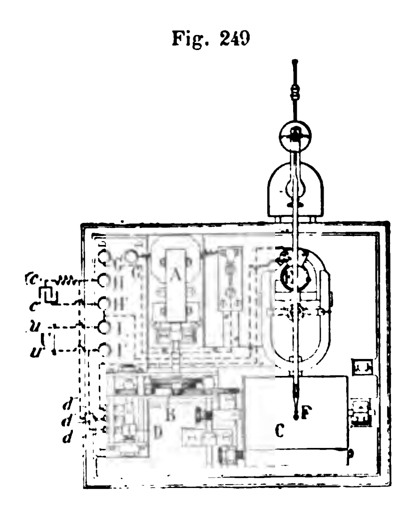
Le tracé par points exige un temps assez long et l'on a cherché à construire des appareils capables de tracer automatiquement la courbe stroboscopique.

L'ondographe Hospitalier que nous allons décrire a résolu le problème d'une façon pratique très simple.

La *fig.* 248 donne une vue d'ensemble de l'ondographe tel

qu'il est construit par la Compagnie pour la fabrication des compteurs et matériel d'usines à gaz.

Fig. 249



La *fig.* 249 montre la disposition des différentes parties de l'appareil qui comprend :

1. le condensateur cc' dont les armatures sont attachées aux bornes HH' [1]; sa capacité n'a pas besoin d'être exactement connue; mais il est plus commode d'employer une boîte de condensateurs étalonnés de façon à pouvoir maintenir les déviations du galvanomètre dans des limites convenables, quelle que soit la différence de potentiel à mesurer;

2. le commutateur tournant D ;

3. le galvanomètre apériodique E ;

4. le cylindre enregistreur sur lequel la plume F, solidaire de l'équipage du galvanomètre, trace à l'encre la courbe à enregistrer;

5. le moteur synchrome A alimenté par la source électrique que l'on veut étudier. Ce moteur, dont le nombre de tours par seconde est un sous-multiple constant de la fré-

(1) La résistance en série avec une des armatures a pour but d'empêcher la production des étincelles auxquelles donnerait lieu une charge trop brusque du condensateur.

quence du courant, commande le commutateur et le cylindre enregistreur par l'intermédiaire d'engrenages combinés de manière à imprimer à chacun de ces organes la vitesse angulaire convenable.

Le commutateur est formé d'un noyau cylindrique en ébonite recouvert d'un tube de laiton convenablement découpé et de trois balais d, d', d'', dont la *fig.* 249 indique les connexions avec les autres parties de l'appareil.

Cet ensemble a pour but :

1° de charger, à chaque tour du cylindre, le condensateur cc' à la différence de potentiel U qui existe entre les points I et I', à l'instant où le balai d est mis en communication avec le balai d' par le tube de laiton ;

2° de décharger le condensateur, également une fois par tour, dans le galvanomètre E, pendant que le balai d porte sur le noyau d'ébonite et que les balais d' et d'' communiquent par le tube de laiton.

Si l'intervalle compris entre deux décharges du condensateur était égal à la période du courant, la différence de potentiel des bornes I et I' paraîtrait invariable ; mais si l'intervalle T', compris entre deux décharges, est plus grand que la période, la deuxième mesure trouvera la différence de potentiel à la phase $t + (T' - T)$, la troisième à la phase $t + 2(T' - T)$, et ainsi de suite.

La fréquence du courant étant de $\frac{1}{T}$ périodes par seconde, tandis que le nombre de mesures faites dans le même temps n'est que $\frac{1}{T'}$, la période entière se déroulera devant l'observateur $\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T'}\right)$ fois par seconde, et le temps correspondant à l'inscription d'une période entière sera

$$\tau = \frac{TT'}{T' - T} \text{ secondes.}$$

Le train d'engrenages, qui entraîne le commutateur, étant

combiné de manière que celui-ci fasse 999 tours pendant 1 000 périodes du courant, on aura :

$$T' = \frac{1\,000\,T}{999}; \qquad \text{et} \qquad \tau = 1\,000\,T.$$

Le cylindre enregistreur, faisant exactement un tour pendant 3 000 périodes du courant, recevra l'inscription de trois périodes entières. Si l'on ne renouvelle pas le papier, la quatrième courbe se superposera à la première, la cinquième à la deuxième, et ainsi de suite.

La superposition des courbes est un indice certain du bon fonctionnement de l'appareil, bien qu'il puisse se produire quelquefois des écarts provenant d'un changement de régime survenu entre les 3 000 périodes qui séparent deux passages successifs de la même génératrice du cylindre enregistreur sous la plume.

La courbe du courant s'obtient en reliant les bornes I et I' aux deux extrémités d'une résistance non inductive dans laquelle passe le courant dont on veut enregistrer la courbe.

En inscrivant successivement, sur la même feuille de papier, la courbe de U et celle de I, on pourra mesurer sur le tracé le décalage du courant.

Au point de vue des applications industrielles, la propriété de la méthode stroboscopique de ne fournir que la courbe moyenne du phénomène pour un grand nombre de périodes est plutôt un avantage qu'un inconvénient. Il n'en est plus de même lorsqu'on se propose d'étudier un phénomène variable en le suivant dans toutes ses évolutions et, dans ce cas, il sera nécessaire d'employer un oscillographe, c'est-à-dire un galvanomètre apériodique dont la période d'oscillation est extrêmement courte par rapport à celle du phénomène variable, de telle sorte que l'équipage mobile soit capable de suivre exactement toutes les ondulations du courant à étudier (1). Sous

(1) Voir à ce sujet le rapport présenté par M. A. Blondel au Congrès International de Physique en 1900, sur l'inscription directe des courants variables.



leurs formes actuelles, ces instruments, dont les indications ne peuvent être fixées que par la photographie, conviennent plutôt aux recherches scientifiques qu'aux mesures courantes des laboratoires industriels, et leur étude, quelqu'intéressante qu'elle soit, sortirait du cadre de ces leçons.

207. Analyse harmonique des courbes périodiques. — Après avoir obtenu le tracé de la courbe représentant la loi d'un phénomène périodique, on pourra, s'il y a lieu, déterminer les harmoniques du mouvement fondamental en calculant les coefficients des différents termes de la série de Fourier (**205**), dont le terme général est représenté par la somme

$$(A_m \sin m\omega t + B_m \cos m\omega t).$$

Pour déterminer le coefficient A_m, multiplions tous les termes de l'équation par $\sin m\omega t$, et intégrons les deux membres entre $t = 0$ et $t = \frac{2\pi}{\omega}$; tous les coefficients inconnus disparaîtront à l'exception de A_m, parce que l'on a

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin m\omega t \sin n\omega t dt = 0; \qquad \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin m\omega t \cos n\omega t dt = 0;$$

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin m\omega t \cos m\omega t dt = 0; \qquad \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin^2 m\omega t dt = \frac{\pi}{\omega}.$$

On en conclura :

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} E \sin m\omega t dt = \frac{\pi}{\omega} A_m.$$

Pour obtenir la valeur numérique de l'intégrale définie du premier membre, on divisera la période en un nombre pair n, de parties égales, $\tau = \frac{2\pi}{n\omega}$, dont les abscisses seront $0, \tau, 2\tau \dots n\tau$.

Après avoir mesuré sur la courbe les ordonnées correspondantes, $y_0, y_1 \dots y_n$, on formera les produits

$$z_k = y_k \sin mk\omega\tau$$

pour chaque valeur de l'abscisse entre o et $n\tau$.

L'intégrale définie pourra se calculer par la formule de Simpson qui donne, pour la surface de la courbe,

$$S = \frac{\tau}{3}\left[z_0 + z_n + 4(z_1 + z_3 + \dots + z_{n-1}) + \right.$$
$$\left. + 2(z_2 + z_4 + \dots + z_{n-2})\right] = \frac{\pi}{\omega} A_m.$$

En remplaçant τ par sa valeur, $\frac{2\pi}{n\omega}$, on obtiendra :

$$A_m = \frac{2\left[z_0 + z_n + 4(z_1 + z_3 + \dots + z_{n-1}) + 2(z_2 + z_4 + \dots + z_{n-2})\right]}{3n}.$$

Le coefficient B_m se calcule de la même manière en intégrant les deux membres de la série entre o et $\frac{2\pi}{\omega}$ après avoir multiplié tous les termes par $\cos m\omega t dt$.

208. Sinusoïde équivalente. — Si l'on mesure, au moyen d'un électromètre ou d'un voltmètre thermique, une force électromotrice alternative représentée par la fonction

$$(1) \qquad E = E_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + E_3 \sin(3\omega t + \alpha_3) + \dots,$$

la déviation de l'instrument donnera la valeur de l'intégrale

$$(2) \quad e^2 = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left[E_1 \sin(\omega t + \alpha_1) + E_3 \sin(3\omega t + \alpha_3) + \dots\right]^2 dt.$$

Comme l'on a

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin^2 (p\omega t + \alpha_p) dt = \frac{\pi}{\omega},$$

et

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \sin (p\omega t + \alpha_p) \sin (q\omega t + \alpha_q) dt = 0,$$

l'équation (2) donnera :

$$(3) \qquad e^2 = \frac{E^2_1 + E^2_3 + \ldots}{2} = e^2_1 + e^2_3 + \ldots;$$

en désignant par e_1, e_3 les valeurs efficaces des harmoniques dont la superposition produit la force électromotrice considérée.

Dans un circuit ayant résistance, self-induction et capacité, le courant produit par cette force électromotrice devra satisfaire à l'équation fondamentale

$$E = RI + \mathfrak{L} \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \int I dt,$$

et l'intensité sera représentée par la fonction périodique

$$(4) \qquad I = \frac{1}{R} \left[E_1 \cos \varphi_1 \sin (\omega t + \alpha_1 - \varphi_1) + \right.$$
$$\left. + E_3 \cos \varphi_3 \sin (\omega t + \alpha_3 - \varphi_3) + \ldots \right],$$

en prenant

$$(5) \qquad \varphi_k = \text{arc tg} \left(\frac{k\omega\mathfrak{L}}{R} - \frac{1}{k\omega CR} \right).$$

Le courant sera la somme de courants sinusoïdaux de mêmes fréquences que celles des forces électromotrices composantes, mais de phases différentes.

L'intensité efficace de ce courant, mesurée par l'électrodynamomètre, donne la valeur de l'intégrale

$$(6)\qquad i^2 = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \mathrm{I}^2 dt = \frac{e^2_1 \cos^2\varphi_1 + e^2_3 \cos^2\varphi_3 + \dots}{\mathrm{R}^2}.$$

En mesurant au moyen du wattmètre la puissance développée par ce courant, on obtiendra la valeur de l'intégrale

$$(7)\qquad \mathfrak{P} = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \mathrm{EI}dt = \frac{e^2_1 \cos^2\varphi_1 + e^2_3 \cos^2\varphi_3 + \dots}{\mathrm{R}}.$$

Cette puissance est la même que celle qui serait développée par un courant sinusoïdal dont l'intensité efficace serait

$$(8)\qquad i = \frac{1}{\mathrm{R}}\sqrt{e^2_1 \cos^2\varphi_1 + e^2_3 \cos^2\varphi_3 + \dots},$$

et dont la force électromotrice efficace serait

$$(9)\qquad e = \sqrt{e^2_1 + e^2_3 + \dots},$$

à la condition que la différence de phase du courant et de la force électromotrice satisfasse à la relation

$$(10)\qquad \cos\varphi = \frac{\mathfrak{P}}{ei} = \frac{\sqrt{e^2_1 \cos^2\varphi_1 + e^2_3 \cos^2\varphi_3 + \dots}}{\sqrt{e^2_1 + e^2_3 + \dots}}.$$

Les sinusoïdes satisfaisant aux conditions (8), (9), (10) sont équivalentes aux fonctions périodiques, définies par le séqua-

tions (1) et (4), que l'on pourra ainsi représenter par deux vecteurs E et I décalés d'un angle φ.

Les résultats obtenus par la substitution des sinusoïdes équivalentes aux fonctions complexes ne sont rigoureux que lorsqu'il s'agit de déterminer la puissance développée dans un circuit. Il n'en est plus de même lorsqu'on veut étudier les phénomènes auxquels donnent lieu la self-induction et la capacité des circuits et, dans ce cas, il sera nécessaire de connaître la forme exacte de la courbe qui représente la force électromotrice.

Le courant produit par cette force électromotrice, étant la résultante des courants produits par les différentes harmoniques, sera représenté par la somme

$$I = \sum \frac{E_k \sin(k\omega t + \alpha_k - \varphi_k)}{\sqrt{R^2 + \left(k\omega\mathfrak{L} - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}}.$$

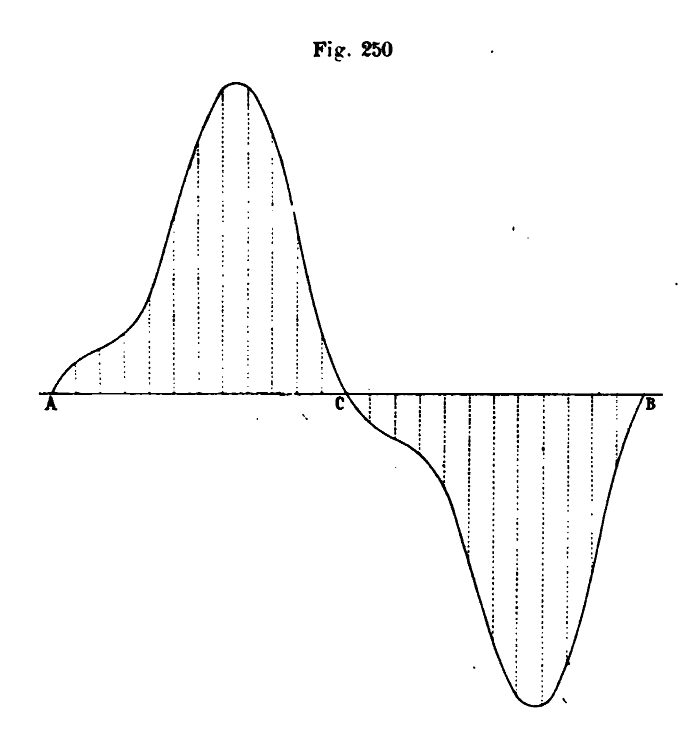
L'impédance du circuit ne sera donc pas la même pour tous les courants composants; l'amplitude des harmoniques d'ordre supérieur est diminuée par la réactance de self-induction et augmentée par la réactance de capacité; et l'on conçoit que, par suite de la capacité du circuit, la tension pourra, en certains points, prendre des valeurs exagérées dues aux effets de résonnance auxquels donne lieu la présence d'harmoniques pour lesquelles la réactance s'annule.

On a reconnu que, pour éviter les ruptures d'isolants et autres accidents pouvant résulter de ces phénomènes de résonnance, dont il n'est pas possible de prévoir l'importance, il est préférable de construire les alternateurs de manière que leur force électromotrice diffère aussi peu que possible de la forme sinusoïdale simple.

209. Détermination graphique de la valeur efficace d'une fonction périodique. — La courbe représentant la force électromotrice ou l'intensité d'un courant alter-

natif de forme quelconque étant donnée (*fig.* 250), on pourra déterminer graphiquement l'amplitude et la valeur efficace de la sinusoïde équivalente.

Fig. 250



En désignant par y la valeur de la fonction à l'instant t, la valeur efficace e sera donnée par l'intégrale

$$e^2 = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} y^2 dt$$

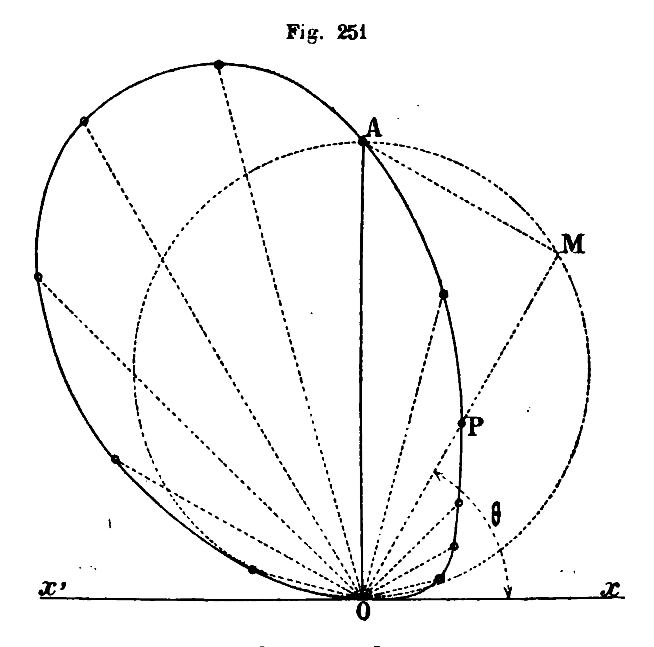
ou, en prenant comme variable l'angle $\omega t = \theta$,

$$e^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y^2 d\theta = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} y^2 d\theta.$$

Pour calculer cette intégrale, traçons la courbe de la (*fig.* 250) en coordonnées polaires ; on obtiendra ainsi, pour chaque demi-période, une courbe fermée telle que OPA (*fig.* 251) dont la surface a pour expression

$$S = \int_0^\pi \frac{y^2 d\theta}{2} = \frac{\pi}{2} e^2.$$

Fig. 251



En mesurant cette surface au planimètre, on obtiendra la valeur de

$$e^2 = \frac{2}{\pi} S;$$

e sera la valeur efficace de la sinusoïde équivalente et, comme

$$E_0 = e\sqrt{2},$$

on aura aussi

$$S = \frac{\pi}{4} E_0^2.$$

Le diamètre OA du cercle de surface S sera donc l'amplitude de la sinusoïde équivalente ; cette sinusoïde, tracée en coordonnées polaires, est une circonférence de diamètre E_0, passant par l'origine.

Si le vecteur $\overline{OA}$ tourne autour du point O avec une vitesse angulaire uniforme, l'ordonnée de la sinusoïde, à l'instant t, sera égale à la corde $\overline{OM}$ que la circonférence découpe sur le vecteur tournant.

Pour la courbe complexe (*fig.* 250), la valeur de la fonction à l'instant t, sera égale à la longueur de la corde $\overline{OP}$ que la courbe OPQ intercepte sur le vecteur tournant.

CHAMPS TOURNANTS

210. Champ elliptique. — Le champ produit par le courant alternatif,

$$I = I_0 \sin(\omega t + \alpha),$$

sera défini par une équation de la forme

$$\mathcal{H} = \frac{4\pi N I_0}{L} \sin(\omega t + \alpha) = \mathcal{H}_0 \sin(\omega t + \alpha).$$

Le champ est alternatif ; sa période et son angle de phase à l'origine du temps sont les mêmes que ceux du courant ; la direction du champ est celle de la normale à la face positive du courant.

Nous allons montrer que de l'action simultanée d'un nombre quelconque de champs alternatifs simples, ayant même période et différant par la phase et l'amplitude, produit un champ dont la direction tourne dans l'espace, et dont l'amplitude peut être représentée par le rayon

d'une ellipse décrivant des aires égales dans des temps égaux.

Soient

$$\mathcal{H}_1 \sin(\omega t + \varphi_1), \qquad \mathcal{H}_2 \sin(\omega t + \varphi_2), \ldots$$

les champs alternatifs agissant sur un point donné.

Par ce point menons trois axes rectangulaires Ox, Oy, Oz, et désignons par

$$A_1, A_2, \ldots, \qquad B_1, B_2, \ldots, \qquad C_1, C_2, \ldots,$$

les projections de $\mathcal{H}_1$, $\mathcal{H}_2, \ldots$, sur les trois axes.

La somme des composantes parallèles à l'axe des x sera

$$x = \left(\sum A \cos\varphi\right) \sin \omega t + \left(\sum A \sin \varphi\right) \cos \omega t;$$

et, en prenant

$$a \cos \alpha = \sum A \cos \varphi; \qquad a \sin \alpha = \sum A \sin \varphi,$$

on aura

$$(1) \qquad \frac{x}{a} = \cos\alpha \sin\omega t + \sin\alpha\cos\omega t = \sin(\omega t + \alpha).$$

On aura de même, pour les composantes y et z,

$$(2) \qquad \frac{y}{b} = \cos\beta \sin\omega t + \sin\beta\cos\omega t = \sin(\omega t + \beta).$$

$$(3) \qquad \frac{z}{c} = \cos\gamma \sin\omega t + \sin\gamma\cos\omega t = \sin(\omega t + \gamma).$$

Les équations (1) et (2) donnent

$$\sin\omega t = \frac{\frac{x}{a}\sin\beta - \frac{y}{b}\sin\alpha}{\sin(\beta - \alpha)};$$

$$\cos\omega t = \frac{\frac{y}{b}\cos\alpha - \frac{x}{a}\cos\beta}{\sin(\beta - \alpha)}.$$

En ajoutant, après avoir élevé au carré, on obtient

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2xy}{ab}\cos(\beta - \alpha) = \sin^2(\beta - \alpha);$$

c'est l'équation d'un cylindre elliptique dont l'axe passe par le centre des coordonnées, c'est-à-dire par le point donné.

En remplaçant $\sin \omega t$ et $\cos \omega t$ par leurs valeurs dans l'équation (3) on obtient

$$\frac{x}{a}\sin(\gamma - \beta) + \frac{y}{b}\sin(\alpha - \gamma) + \frac{z}{c}\sin(\beta - \alpha) = 0,$$

équation d'un plan passant par l'origine.

Le lieu des points dont les coordonnées satisfont aux équations (1), (2), (3) sera l'intersection du cylindre par le plan, c'est-à-dire une ellipse dont le centre est le point donné.

Le rayon de l'ellipse

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

varie avec le temps.

En remplaçant x, y, z par leurs valeurs, il vient

$$r^2 = a^2 \sin^2(\omega t + \alpha) + b^2 \sin^2(\omega t + \beta) + c^2 \sin^2(\omega t + \gamma);$$

expression que l'on peut mettre sous la forme

$$r^2 = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} - \frac{1}{2}\left[a^2 \cos 2(\omega t + \alpha) + b^2 \cos 2(\omega t + \beta) + c^2 \cos 2(\omega t + \gamma)\right]$$

ou

$$r^2 = p^2 - q^2 \cos 2(\omega t + \delta);$$

r est maximum pour $\omega t = \frac{\pi}{2} - \delta$;
« minimum « $\omega t = -\delta$;
et les axes principaux, A et B, auront pour longueurs

$$A = \sqrt{p^2 + q^2} \qquad B = \sqrt{p^2 - q^2}.$$

En remplaçant ωt par $\frac{\pi}{2} - \delta$ et par $-\delta$ dans les équations (1), (2), (3), on obtiendra les trois projections rectangulaires du grand axe et du petit axe de l'ellipse décrite par le champ résultant.

Considérons maintenant la projection de cette trajectoire sur le plan xy et soient :

ρ la projection du rayon de l'ellipse à l'instant t,

θ l'angle du rayon ρ avec l'axe Ox.

L'aire décrite par ρ pendant le déplacement angulaire $d\theta$ a pour expression :

$$dS = \frac{1}{2}\rho^2 d\theta = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)d\theta;$$

et, comme

$$\theta = \text{arc tg}\,\frac{y}{x},$$

on aura

$$d\theta = \frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2};$$

et, par conséquent,

$$dS = \frac{1}{2}(xdy - ydx).$$

Remplaçant x et y par leurs valeurs

$$x = a \sin(\omega t + \alpha), \qquad y = b \sin(\omega t + \beta),$$

il vient

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\omega ab}{2} \sin(\alpha - \beta) = \text{constante}.$$

Puisque l'aire, décrite par la projection du rayon sur le plan xy, croit proportionnellement au temps et que la trajectoire est plane, les aires décrites par le rayon dans le plan de l'ellipse seront aussi proportionnelles au temps.

Le champ résultant est donc représenté par le rayon d'une

ellipse décrivant des aires égales dans des temps égaux; c'est un *champ tournant elliptique*.

Si les deux axes de l'ellipse sont égaux, le champ tournant est circulaire; son intensité est constante et il décrit des angles égaux dans des temps égaux.

Un champ elliptique peut se décomposer en deux champs circulaires ayant même centre et tournant en sens inverses avec la même vitesse angulaire.

Prenons le plan de l'ellipse comme plan des xy, et orientons ensuite les axes Ox et Oy suivant les diamètres principaux de l'ellipse; l'équation de l'ellipse se ramènera alors à la forme

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$

Considérons maintenant deux champs circulaires de rayons $\frac{A+B}{2}$ et $\frac{A-B}{2}$ tournant en sens inverses autour du centre de l'ellipse, le premier avec la vitesse angulaire $+\omega$, le second avec la vitesse angulaire $-\omega$; et prenons comme origine du temps l'instant où les vecteurs des deux champs circulaires sont en coïncidence sur l'axe des x.

A l'instant t le premier, $\left(\frac{A+B}{2}\right)$, fera avec l'axe un angle ωt; le second, $\left(\frac{A-B}{2}\right)$, un angle $-\omega t$, et l'on aura :

$$x = \frac{A+B}{2}\cos\omega t + \frac{A-B}{2}\cos(-\omega t) = A\cos\omega t;$$

$$y = \frac{A+B}{2}\sin\omega t + \frac{A-B}{2}\sin(-\omega t) = B\sin\omega t;$$

et, par conséquent,

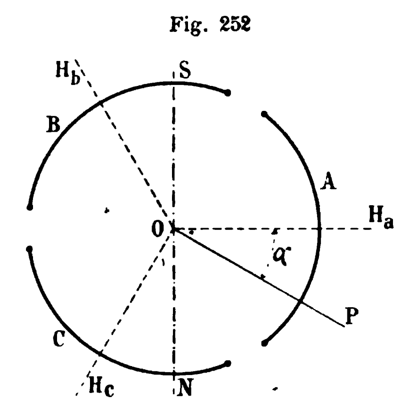
$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{B^2} = 1.$$

Les champs tournants d'intensité constante s'obtiennent

la combinaison de champs magnétiques alternatifs poly-
sés de même amplitude; ils peuvent être bipolaires ou
.tipolaires.

:11. Champ bipolaire d'intensité constante. —
· une circonférence décrite du point O comme centre
'. 252) disposons trois bobines identiques A, B, C dont les
:s seront inclinés de 120° l'un sur l'autre et qui seront par-
ırues respectivement par trois courants triphasés.

Fig. 252



Chacun de ces courants produira un champ alternatif dont
.a période et la phase seront les mêmes que celles du courant;
si les trois courants ont même amplitude, les champs correspondants seront représentés par les fonctions

$$\mathcal{H}_a = \mathcal{H}_o \sin \omega t, \qquad \mathcal{H}_b = \mathcal{H}_o \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right),$$
$$\mathcal{H}_c = \mathcal{H}_o \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right).$$

A l'instant $t + \frac{2\pi}{3\omega}$, on aura :

$$\mathcal{H}_a = \mathcal{H}_o \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right), \qquad \mathcal{H}_b = \mathcal{H}_o \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right),$$
$$\mathcal{H}_c = \mathcal{H}_o \sin \omega t.$$

La phase de chacun des courants ayant augmenté de

choses se passent comme si, pendant l'intervalle $\frac{2\pi}{3\omega}$, $\mathcal{H}$ venu prendre la place de $\mathcal{H}_a$; $\mathcal{H}_c$ celle de $\mathcal{H}_b$; $\mathcal{H}$ de $\mathcal{H}_c$; c'est-à-dire comme si chacun des champs altern avait décrit un angle $\frac{2\pi}{3}$ dans le sens des phases décroiss

Pendant le second tiers de la période le déplacement an-laire sera encore $\frac{2\pi}{3}$ dans le même sens, et à l'instant t chacun des champs aura repris sa position initiale.

Pour trouver l'intensité et la direction du champ rés à l'instant t projetons les trois champs alternatifs s rayon OP faisant avec OH_a un angle α mesuré dans le de la rotation des champs alternatifs.

La somme de ces trois projections sera

$$\mathcal{H}_p = \mathcal{H}_o \left[\begin{array}{c} \sin \omega t \cos \alpha \\ + \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \\ + \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right) \cos\left(\alpha + \frac{4\pi}{3}\right) \end{array} \right] =$$

$$= \frac{\mathcal{H}_o}{2} \left[\begin{array}{c} \sin(\omega t - \alpha) + \sin(\omega t + \alpha) \\ + \sin(\omega t - \alpha) + \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{4\pi}{3}\right) \\ + \sin(\omega t - \alpha) + \sin\left(\omega t + \alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \end{array} \right].$$

La somme des sinus des trois arcs en progression arith-tique, de raison $\frac{2\pi}{3}$, étant nulle, on obtient

$$\mathcal{H}_p = \frac{3\mathcal{H}_o}{2} \sin(\omega t - \alpha).$$

En substituant aux trois courants triphasés un systè

de m courants, présentant de l'un à l'autre une différence de phase $\frac{2\pi}{m\omega}$, on aurait de même

$$\mathcal{H}_p = \mathcal{H}_0 \sum_0^{m-1} \sin\left(\omega t + k\frac{2\pi}{m}\right) \cos\left(\alpha + k\frac{2\pi}{m}\right),$$

ou

$$\mathcal{H}_p = \frac{\mathcal{H}_0}{2}\left[\sum_0^{m-1} \sin(\omega t - \alpha) + \sum_0^{m-1} \sin\left(\omega t + \alpha + 2k\frac{2\pi}{m}\right)\right].$$

Le second terme de la parenthèse donnant une somme nulle, on aura

$$\mathcal{H}_p = \frac{m\mathcal{H}_0}{2} \sin(\omega t - \alpha).$$

On voit que l'intensité du champ, suivant une direction donnée, est une fonction de même période que le courant, dont les maxima positifs et négatifs sont $+\frac{m\mathcal{H}}{2}$ et $-\frac{m\mathcal{H}_0}{2}$.

Si nous adoptons comme sens positif du flux celui qui est dirigé du centre à la circonférence, le maximum positif du champ correspondra à un pôle sud et le maximum négatif à un pôle nord.

A l'instant t les rayons correspondant aux deux maxima seront déterminés par la condition

$$\omega t - \alpha = \pm \frac{\pi}{2}.$$

On aura donc

$$\alpha_s = \omega t - \frac{\pi}{2}; \qquad \alpha_n = \omega t + \frac{\pi}{2}.$$

L'angle compris entre les deux rayons étant égal à π, les deux pôles de noms contraires se trouvent aux extrémités d'un même diamètre.

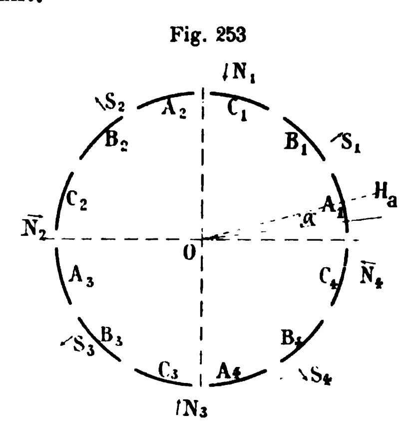
L'angle de la ligne des pôles avec l'axe OH_a varie avec le temps et, comme

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega,$$

on voit que la ligne, NS, des pôles, dont la figure indique la position à l'origine du temps, tournera autour du centre dans le sens des aiguilles d'une montre, à raison de $\frac{\omega}{2\pi}$ tours par seconde.

212. Champ multipolaire d'intensité constante. — Pour obtenir, au moyen de courants triphasés, un champ dont le nombre de pôles sera égal à $2p$, on divisera la circonférence en p segments égaux sur chacun desquels on disposera trois bobines identiques A, B, C équidistantes (*fig.* 253) ; les bobines de mêmes noms sont réunies en série et traversées par le même courant.

Fig. 253



Les phases des champs alternatifs sont les mêmes que celles des courants respectifs et l'on aura

pour $A_1, A_2, \ldots$ $\qquad \mathcal{H}_a = \mathcal{H}_o \sin \omega t;$

» $B_1, B_2, \ldots$ $\qquad \mathcal{H}_b = \mathcal{H}_o \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right);$

» $C_1, C_2, \ldots$ $\qquad \mathcal{H}_c = \mathcal{H}_o \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right).$

A l'instant $t + \frac{2\pi}{3\omega}$, on aura

$$\mathcal{H}_a = \mathcal{H}_o \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right); \qquad \mathcal{H}_b = \mathcal{H}_o \sin\left(\omega t + \frac{4\pi}{3}\right);$$

$$\mathcal{H}_c = \mathcal{H}_o \sin \omega t.$$

Chacun des champs alternatifs s'est déplacé d'un arc $\frac{2\pi}{3p}$ dans le sens des phases décroissantes ; le déplacement sera égal à $\frac{2\pi}{p}$ pour une période et. comme il est le même pour tous les segments, les champs des trois bobines A_2, B_2, C_2 se seront substitués à ceux de A_1, B_1, C_1 et ainsi de suite.

Au bout d'un nombre de périodes égal à p, les champs auront repris les mêmes positions qu'au début, après avoir décrit une circonférence entière.

Le système des courants triphasés représenté par la *fig.* 253 produira donc p champs tournant dans le même sens et décrivant chacun un arc $\frac{2\pi}{p}$ dans le temps $\frac{2\pi}{\omega}$.

Le résultat serait le même pour un système de m courants de même amplitude présentant de l'un à l'autre une différence de phase $\frac{2\pi}{m\omega}$.

La position des pôles de l'un des champs tournants se détermine de la même manière que pour un champ bipolaire, en projetant les m champs alternatifs d'un segment sur un rayon faisant avec OA_1 un angle α mesuré dans le sens du mouvement de rotation du champ.

Nous aurons

$$\mathcal{H}_p = \mathcal{H}_o \sum_{0}^{m-1} \sin\left(\omega t + k\frac{2\pi}{m}\right) \cos p\left(\alpha + k\frac{2\pi}{pm}\right) =$$

$$= \frac{\mathcal{H}_o}{2}\left[\sum_{0}^{m-1} \sin(\omega t - p\alpha) + \sum_{0}^{m-1} \sin\left(\omega t + p\alpha + 2k\frac{2\pi}{m}\right)\right].$$

et, comme le second terme de la parenthèse est nul,

$$\mathcal{H}_p = \frac{m\mathcal{H}_0}{2} \sin(\omega t - p\alpha).$$

A l'instant t les rayons correspondant au maximum positif et au maximum négatif de $\mathcal{H}_p$, c'est-à-dire au pôle sud et au pôle nord du champ, seront déterminés par la condition

$$\omega t - p\alpha = \pm \frac{\pi}{2} = \mp \frac{3\pi}{2},$$

qui donne

$$\alpha_s = \frac{\omega t}{p} - \frac{\pi}{2p},$$

$$\alpha_n = \frac{\omega t}{p} + \frac{\pi}{2p} = \frac{\omega t}{p} - \frac{3\pi}{2p}.$$

L'angle compris entre ces deux rayons est constamment égal à $\frac{\pi}{p}$, c'est-à-dire à la moitié de l'arc décrit par le champ pendant une période des courants.

L'angle qui définit la position des pôles varie avec le temps et, comme

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\omega}{p},$$

on voit que les pôles tournent autour du centre avec une vitesse angulaire uniforme $\frac{\omega}{p}$.

La position des pôles à l'origine du temps est indiquée sur la *fig.* 253. Quand la phase des courants augmente les pôles se déplacent dans le sens des aiguilles d'une montre; et, à l'expiration de la première période, S_1 aura pris la place de S_4, N_1 celle de N_4 et ainsi de suite.

Après un nombre de périodes égal à p, les pôles auront respectivement repris leurs positions initiales.

Le champ produit par le système de courants polyphasés est donc identique à celui d'un électro-aimant excité par un

courant continu dont le nombre de pôles serait $2p$, et que l'on ferait tourner autour du centre avec une vitesse angulaire $\frac{\omega}{p}$.

213. Force magnétomotrice d'un champ tournant d'intensité constante. — La force magnéto-motrice du champ tournant sera la résultante des forces magnétomotrices développées par les bobines élémentaires.

M étant le nombre total des boucles enroulées sur la circonférence et m le nombre des phases, on voit que chaque phase aura $\frac{M}{m}$ boucles ; si le nombre des pôles est $2p$, c'est-à-dire si la circonférence est divisée en p segments comprenant chacun m bobines, chaque bobine sera formée de $\frac{M}{pm}$ boucles.

L'amplitude de la force magnétomotrice alternative développée par une bobine sera donc

$$\mathcal{F}_0 = \frac{4\pi M I_0}{pm}.$$

La force magnétomotrice résultante pour un des segments, ou force magnétomotrice de l'un des champs tournants, se détermine par un calcul identique au précédent et sera

$$\mathcal{F} = \frac{m\mathcal{F}_0}{2} = \frac{4\pi M I_0}{2p};$$

sa valeur est indépendante du nombre des phases.

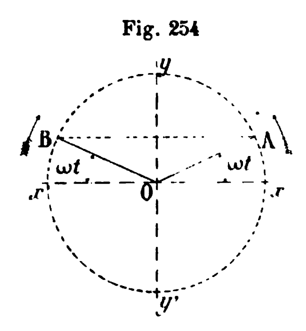
Le flux tournant produit par cette force magnétomotrice sera

$$\Phi = \frac{4\pi M I_0}{2p\mathcal{R}},$$

en désignant par $\mathcal{R}$ la réluctance de la trajectoire fermée du flux Φ.

214. Décomposition d'un champ alternatif en deux champs tournants d'intensité constante. — Représentons par les vecteurs $\overline{OA}$ et $\overline{OB}$ (*fig.* 254) deux champs de même intensité constante, tournant en sens inverses avec la vitesse angulaire ω.

Fig. 254



Prenons comme origine du mouvement l'instant où les deux vecteurs sont en opposition sur la ligne xx'. Au temps t chacun d'eux fera avec xx' un angle ωt et le champ résultant, dirigé suivant yy', sera

$$\mathcal{H} = 2\overline{OA} \sin \omega t = \mathcal{H}_0 \sin \omega t,$$

si l'on prend $\overline{OA} = \overline{OB} = \frac{\mathcal{H}_0}{2}$.

Les deux vecteurs continuant à se déplacer en sens inverses avec la même vitesse, leur résultante sera constamment égale à la valeur du champ alternatif dont l'intensité oscille périodiquement entre $+\mathcal{H}_0$ et $-\mathcal{H}_0$ le long de la ligne yy'.

Etant donné un champ alternatif, on pourra donc le décomposer en deux champs de même intensité constante, égale à la demi-amplitude du champ alternatif, tournant en sens inverses avec une vitesse angulaire égale à la pulsation du champ alternatif.

CHAPITRE XVI

—

ALTERNATEURS

215. Caractères distinctifs. — On donne le nom d'*alternateurs* aux machines électromagnétiques spécialement construites pour la production des courants alternatifs.

Sous sa forme la plus simple un alternateur est constitué par un cadre tournant, dans un champ magnétique uniforme, avec une vitesse angulaire constante, autour d'un axe perpendiculaire à la direction du flux inducteur (**175**). En réalité l'induit d'un alternateur se compose d'un certain nombre de cadres élémentaires analogues, que l'on réunit les uns aux autres de manière que les forces électromotrices partielles s'ajoutent.

En reliant les deux extrémités de l'induit par un conducteur de façon à receuillir directement les courants produits, sans les redresser, on obtiendra dans le circuit extérieur un courant alternatif.

Si le champ est bipolaire, la période du courant est la durée d'une révolution complète du cadre autour de son axe ; si le champ est multipolaire, la période du courant sera le temps pris par le cadre pour décrire l'arc compris entre deux pôles de même nom consécutifs. Le nombre de périodes par seconde sera égal au produit, pn, de la moitié du nombre des pôles par le nombre de tours que le cadre fait en une seconde.

Comme les applications des courants alternatifs exigent une période très courte, les inducteurs des alternateurs doivent

être multipolaires, afin que la condition de fréquence puisse être réalisée sans qu'il soit nécessaire de donner à la machine une vitesse angulaire excessive.

Dans les premiers alternateurs, construits pour produire la lumière par arc voltaïque, les inducteurs étaient des aimants permanents, et il existe encore quelques unes de ces machines en service pour l'éclairage des phares. Mais, comme les électro-aimants présentent de nombreux avantages sur les aimants permanents, on n'emploie plus aujourd'hui que des alternateurs à électro-aimants auxquels le courant d'excitation est ordinairement fourni par une dynamo à courant continu désisignée sous le nom d'*excitatrice*. Quelquefois, mais plus rarement, les électro-aimants sont excités en totalité ou en partie par une dérivation du courant alternatif que l'on redresse au moyen d'un commutateur spécial.

Comme la force électromotrice induite ne dépend que de la variation du flux inducteur par unité de temps, il est indifférent que cette variation soit produite par le déplacement de l'induit dans un champ magnétique immobile ou par celui des pôles inducteurs devant un induit immobile. Pour les dynamos à courant continu, les conditions auxquelles doit satisfaire le collecteur justifient la préférence exclusive donnée au premier mode; tandis que pour les alternateurs, dont les prises de courant sont faites en des points fixes, les deux modes sont applicables.

La variation périodique du flux inducteur peut être obtenue de deux manières différentes :

1° par le déplacement de l'induit dans un champ dont les pôles sont alternativement de noms contraires, identique à ceux que l'on utilise dans la construction des dynamos à courant continu;

2° en faisant agir sur l'induit un flux constamment dirigé dans le même sens, mais alternativement croissant et décroissant.

On peut donc classer les alternateurs en

Alternateurs à pôles alternés, ou à flux magnétique renversé, que l'on peut subdiviser en alternateurs à *inducteur fixe* avec

induit mobile et alternateurs à *induit fixe* avec inducteur mobile ;

Alternateurs homopolaires ou à flux inducteur ondulé dont l'induit est fixe et l'inducteur mobile.

Chacun de ces groupes peut être subdivisé d'après le nombre des circuits de l'induit en : *alternateurs simples* et en *alternateurs polyphasés.*

Dans les alternateurs dont l'induit est immobile les prises extérieures du courant se font sur des bornes fixées au bâti de la machine.

Si l'induit est mobile, les deux extrémités du circuit aboutissent à des bagues métalliques *a* et *b* (*fig.* 255), solidaires de l'arbre, sur chacune desquelles appuie un frotteur métallique

Fig. 255

a *b*

qui sera relié au circuit extérieur.

Lorsque l'inducteur est mobile, on emploie des bagues de construction analogue pour amener le courant d'excitation aux électro-aimants.

216. Enroulement de l'induit. — L'induit de l'alternateur peut être enroulé en *anneau*, en *disque* ou en *tambour* ; mais le mode de groupement des sections n'est pas le même que pour les machines à courant continu, ainsi que le montrent les schémas des *fig.* 256 à 263, qui représentent les dispositions que l'on rencontre le plus fréquemment.

Lorsque le nombre des sections de l'induit est le même que celui des pôles, les forces électromotrices de deux sections adjacentes seront de sens contraires, et les bobines devront être réunies les unes aux autres de manière que les forces élec-

tromotrices partielles agissent toutes dans le même sens sur le courant (*fig.* 256).

Fig. 256

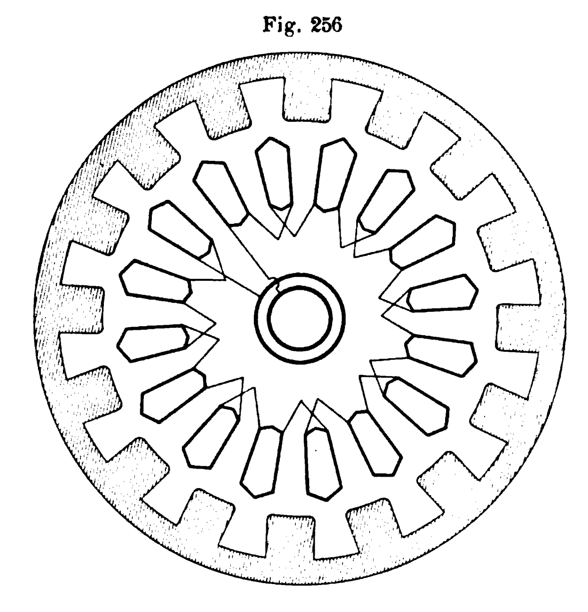
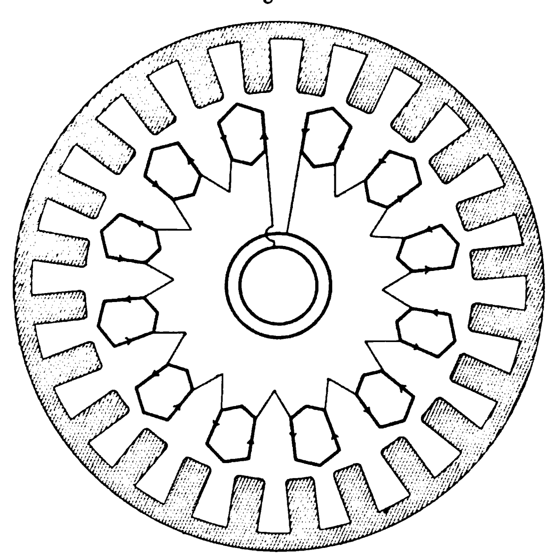


Fig. 257



Lorsque le nombre des sections est la moitié de celui des pôles (*fig.* 257) les forces électromotrices partielles sont toutes

de même sens et les sections sont réunies les unes aux autres dans l'ordre naturel.

Dans la disposition représentée *fig.* 258, chaque section est

Fig. 258

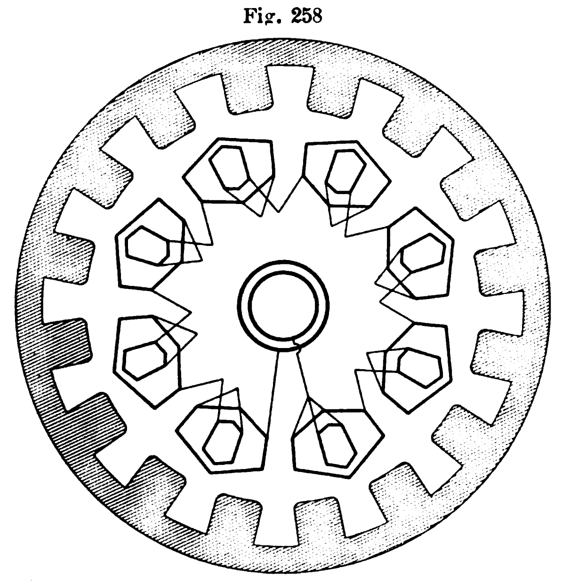
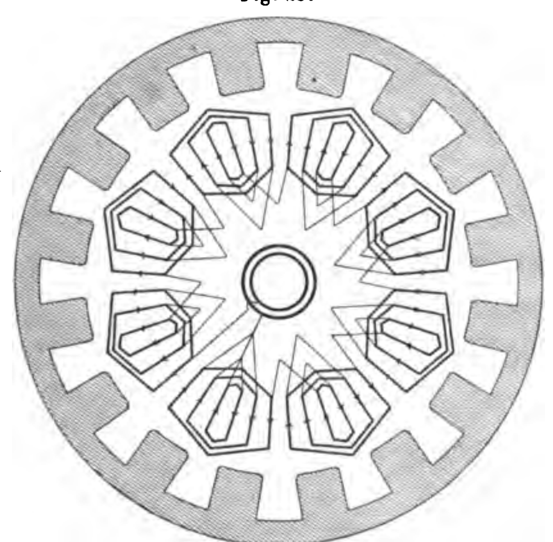


Fig. 259



formée de deux bobines de dimensions différentes montées en série ; dans celle de la *fig.* 259, chaque section est composée

de trois bobines en série ; ces dispositions sont employées pour distribuer plus uniformément les fils à la périphérie de noyau.

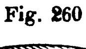


Fig. 260

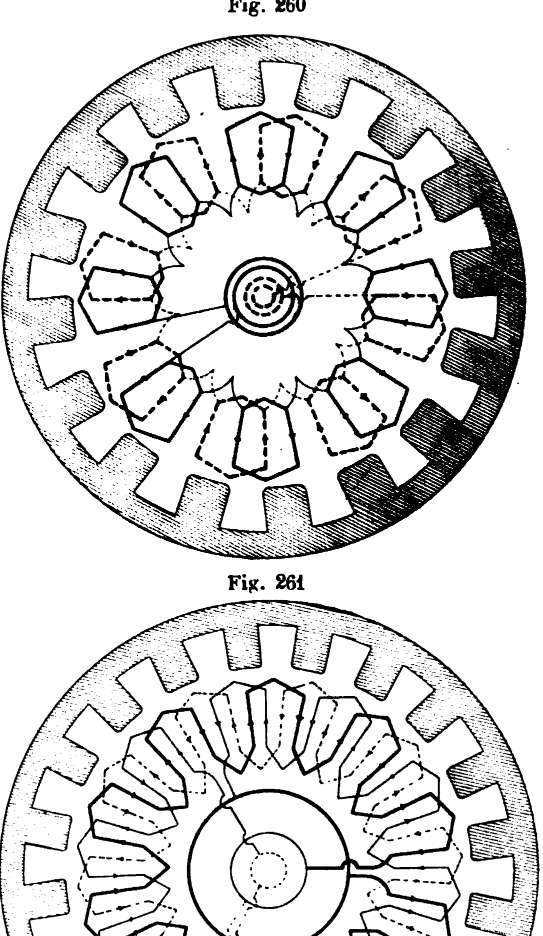


Fig. 261

Dans tous les cas les prises de courant sont aux deux extrémités de l'enroulement qui est *ouvert*, tandis que, dans les dynamos à courant continu, l'enroulement est *fermé* sur lui-même.

La *fig.* 260 donne le schéma d'un enroulement à quatre phases monté pour alimenter deux circuits indépendants (système diphasé).

Fig. 262

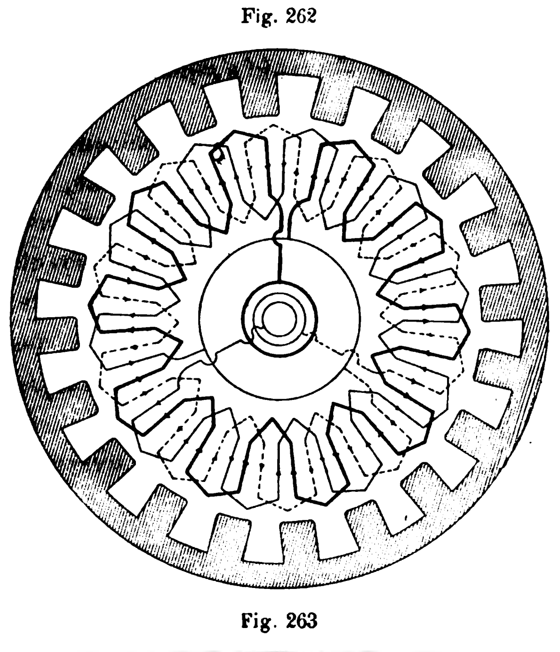


Fig. 263

La *fig.* 261 représente un enroulement triphasé monté en

triangle ; la *fig.* 262, représente le même enroulement avec montage en étoile.

La *fig.* 263 indique l'ordre dans lequel les sections doivent être réunies les unes aux autres pour obtenir avec le même enroulement un courant alternatif simple.

217. Différents types. — La combinaison des différents modes d'enroulement de l'induit, fixe ou mobile, avec des inducteurs à pôles alternés ou homopolaires a donné lieu à la création d'un nombre considérable de types différents.

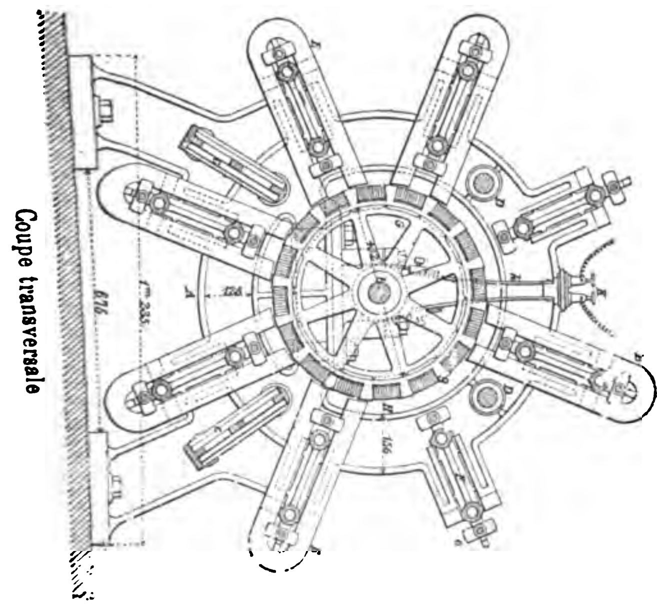
Mais à mesure que les applications industrielles des courants alternatifs se sont développées avec l'emploi des courants triphasés, à mesure aussi que les conditions mécaniques et électriques, auxquelles doivent satisfaire les alternateurs, ont été mieux connues, la sélection s'est faite et la diversité des types tend à disparaître.

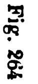
Cependant il ne sera pas inutile de passer rapidement en revue quelques-uns des alternateurs qui ont été créés à une époque où il n'était pas possible de prévoir l'ampleur que prendraient les applications des courants alternatifs. L'étude comparée de ces divers types permettra de se rendre compte des causes de l'évolution qui s'est faite dans les dispositions et le mode de construction des alternateurs modernes.

DESCRIPTION DE QUELQUES ALTERNATEURS

218. Machine magnéto-électrique de Méritens. — La *fig.* 264 représente la machine magnéto-électrique de Méritens du modèle qui avait été adopté pour l'éclairage électrique des phares en France.

L'inducteur se compose de 5 couronnes d'aimants d'acier en fer à cheval, au nombre de 8 par couronne, dirigés normalement à l'axe de rotation de l'induit ; chaque couronne est





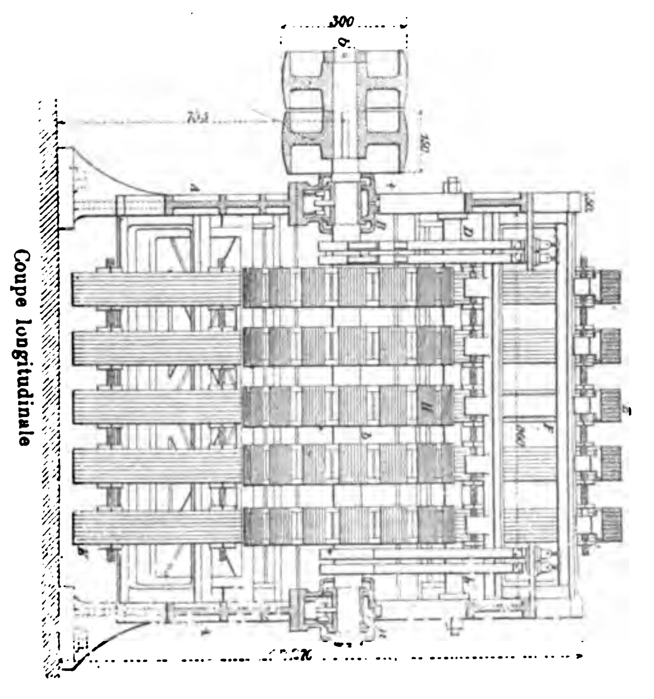
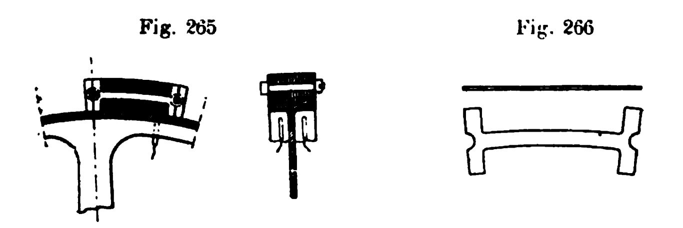


Fig. 264. — [illegible] électrique de Meritens (type des phares)

ainsi formée de 16 pôles alternés disposés suivant les sommets d'un polygone régulier ; chacun des aimants est formé par la réunion de 8 lames d'acier superposées.

L'armature se compose de 5 anneaux de bronze correspondant aux 5 couronnes d'inducteurs ; chaque anneau porte 16 bobines induites (*fig.* 265) dont le noyau est formé de

Fig. 265 Fig. 266



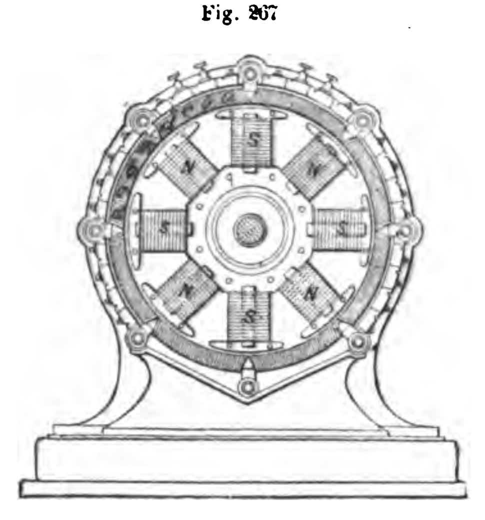
80 lames de tôle douce de 1 mm. d'épaisseur, découpées à l'emporte-pièce en forme de double T (*fig.* 266). Toutes ces bobines sont enroulées dans le même sens et distribuées régulièrement sur la périphérie des anneaux de bronze qui sont calés sur l'arbre. Les 16 bobines d'un anneau sont réparties en 4 groupes égaux comprenant chacun 4 bobines consécutives que l'on réunit en série de manière que leurs forces électromotrices s'ajoutent en agissant dans le même sens.

L'induit total est divisé en deux moitiés contenant chacune 10 groupes de 4 bobines montés en quantité. On obtient ainsi deux circuits distincts de 40 bobines, à chacun desquels correspondent deux bagues collectrices en bronze sur lesquelles frottent les balais. La force électromotrice de chacun des deux circuits est donc égale à celle de quatre bobines élémentaires attelées en série.

Pour alimenter les régulateurs à arc voltaïque, employés dans l'éclairage des phares, dont l'intensité lumineuse est d'environ 450 carcels, on réunit les deux circuits en série ; à la vitesse de 430 tours par minute le courant débité est de 75 ampères environ avec une force électromotrice de 95 volts.

219. Alternateur Gramme. — L'alternateur Gramme, du modèle représenté par la *fig.* 267, a son induit fixe; l'inducteur mobile est constitué par 8 noyaux d'électro-aimants à pôles alternés disposés radialement autour d'un moyeu en fonte formant culasse.

Fig. 267



Alternateur Gramme à 8 pôles

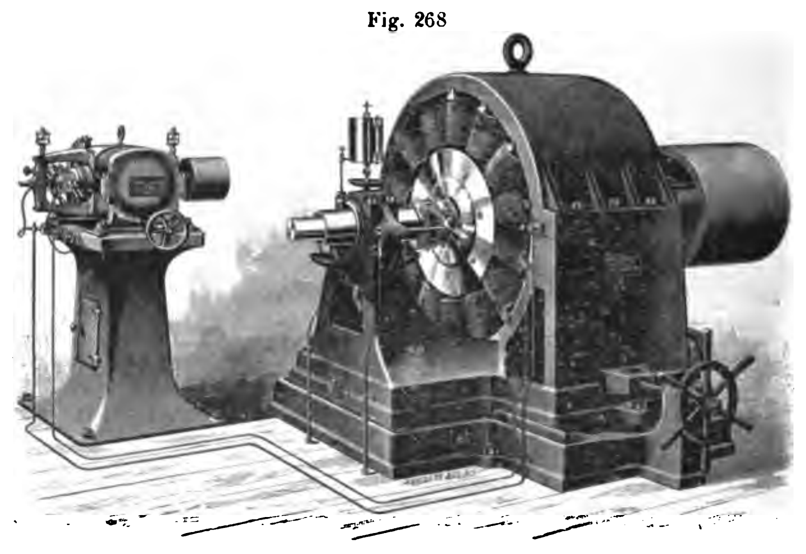
L'induit, fixé sur le bâti de la machine, est un anneau en tôles, de construction analogue à celui des dynamos à courant continu, dont l'enroulement est divisé en 32 sections que l'on réunit de manière à former 4 circuits distincts, *a*, *b*, *c*, *d*.

Les bobines semblables de deux champs contigus sont réunies de manière que leurs forces électromotrices s'ajoutent; et l'alternateur alimente 4 circuits distincts indépendants dont les forces électromotrices présenteront de l'une à l'autre une différence de phase égale à un quart de période.

Le courant nécessaire à l'excitation des électro-aimants est fourni par une excitatrice à 4 pôles dont l'induit est claveté sur l'arbre de l'alternateur et dont le courant est amené aux électro-aimants par deux bagues collectrices.

220. Alternateur Westinghouse. — Cet alternateur, dont la *fig.* 268 donne une vue d'ensemble, est à inducteur fixe et induit mobile.

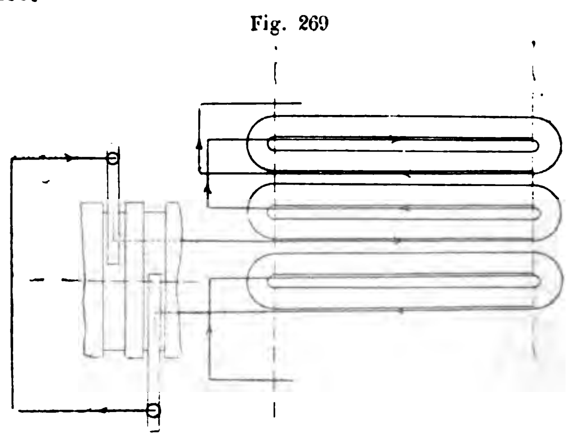
Fig. 268



Alternateur Westinghouse avec son excitatrice.

L'armature est un tambour en tôles, à la surface duquel sont disposées les bobines de l'induit en nombre égal à celui des pôles.

Fig. 269



Alternateur Westinghouse (schéma de l'enroulement induit).

Ces bobines, dont la forme est indiquée *fig.* 269, sont en-

ses sur gabarit et appliquées ensuite sur le noyau : les mités qui débordent sont rabattues sur les bases du tam- et maintenues par les disques d'extrémités (*fig.* 270).

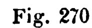
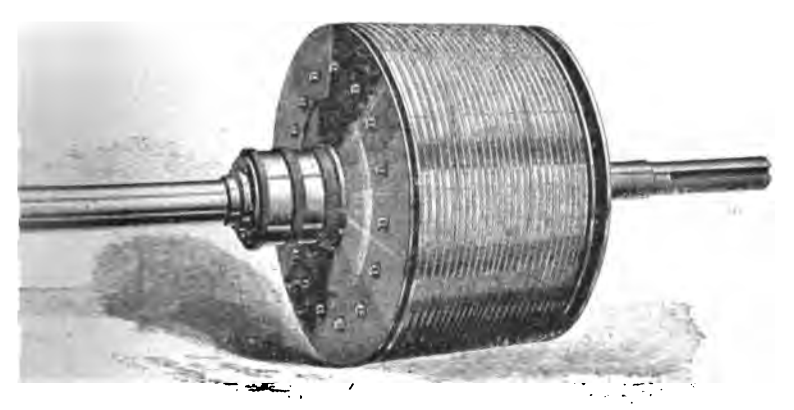


Fig. 270



Induit de l'alternateur Westinghouse.

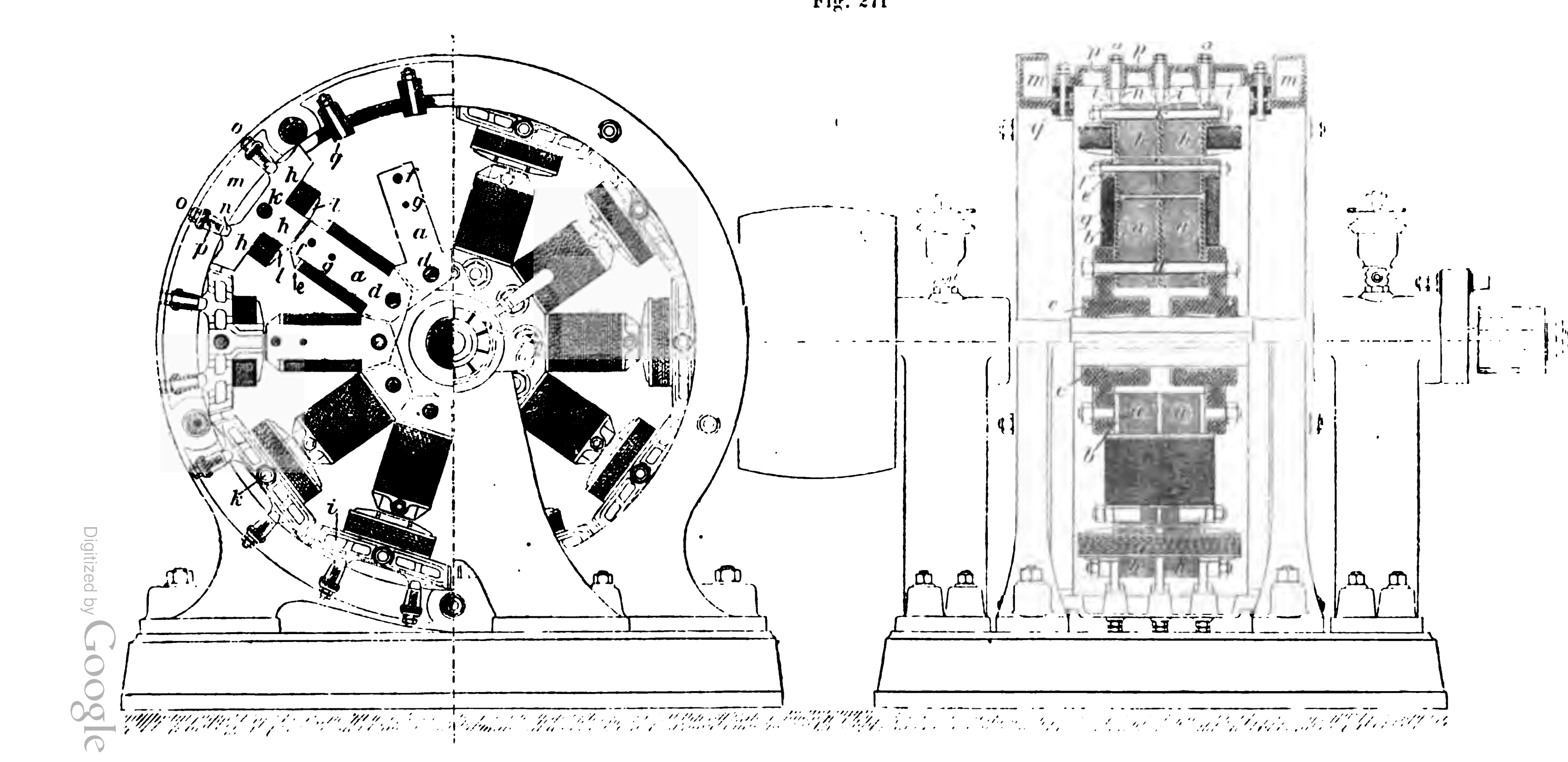
Dans les machines modernes le noyau est denté et les bines sont logées dans des encoches où elles sont maintenues r des coins en bois.

L'excitatrice fournissant le courant inducteur est actionnée ar l'alternateur lui-même au moyen d'une transmission par oulie et courroie.

221. Alternateur Ganz-Zipernowski (*fig.* 271). — es alternateurs, à induit fixe et inducteur mobile, sont construits en France par MM. Schneider et Cie.

Les noyaux de l'inducteur sont formés de pièces de tôle, *a*, découpées en forme de V, que l'on assemble autour du centre de manière à former une étoile ; on empile ces étoiles les unes sur les autres en les séparant par une feuille de papier et en croisant les joints des assises successives de façon à rendre tous les noyaux solidaires. Les paquets de tôles sont consolidés par deux plaques plus épaisses reliées au moyen de tiges rivées, *g* ; l'ensemble est fixé par dix boulons entre deux

Fig. 271



Alternateur Ganz-Zipernowski (ateliers du Creusot).

moyeux, *cc*, clavetés sur l'arbre. Les bobines inductrices, enroulées à l'avance sur un manchon en zinc, sont enfilées sur les noyaux de l'inducteur et maintenues par des pièces de bronze, *e*, que les boulons, *f*, fixent sur le noyau.

L'armature, qui est fixe, est un tambour denté en tôles dont les saillies intérieures sont en nombre égal à celui des pôles inducteurs.

Les noyaux de l'induit sont formés de tôles, découpées en forme de T, maintenues entre des plaques de serrage, *i*, par des tiges filetées, *k*; les bobines induites, enroulées sur des manchons en fibre vulcanisée, sont glissées sur les noyaux et maintenues en place par les bras rapportés, *l*. Chaque noyau est fixé par les tiges filetées, *oo*, à une entretoise en bronze, *pp*, maintenue par les flasques, *mm*, du bâti; ce montage, qui permet d'enlever un des noyaux sans déplacer les autres, facilite les réparations de l'armature.

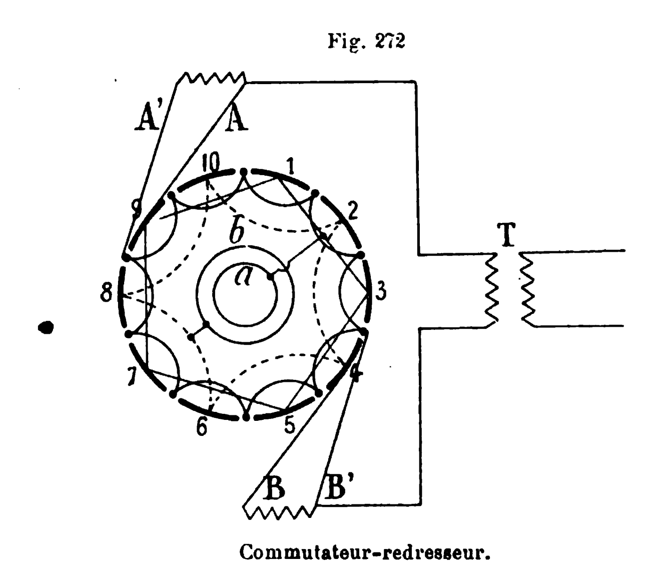
Dans les machines de construction récente, le courant inducteur est fourni par une excitatrice à courant continu; tandis que dans les anciennes machines l'excitation était faite par une dérivation du courant alternatif préalablement redressé au moyen d'un commutateur spécial.

La *fig.* 272 représente le schéma de ce commutateur pour une machine à dix pôles; il se compose de dix lames principales (1 à 10) et de dix lames intercalaires plus étroites, isolées des premières et réunies toutes ensemble. Les lames principales forment deux groupes : les cinq lames 1, 3, 5, 7, 9 sont reliées à une des extrémités du circuit inducteur par l'intermédiaire de la bague *a*; les cinq autres lames, 2, 4, 6, 8, 10, sont reliées à l'autre extrémité du circuit inducteur par la bague *b*.

Sur le commutateur appuient deux paires de balais, AA' et BB', reliées aux bornes du secondaire d'un transformateur T qui réduit la tension du courant alternatif. Les deux balais d'une paire sont calés en avant l'un de l'autre, et la

position des deux paires est déterminée de façon que le passage d'une lame à la suivante se fasse au moment où le courant alternatif change de sens ; de telle sorte que le courant qui circule dans les inducteurs soit toujours de même

Fig. 272

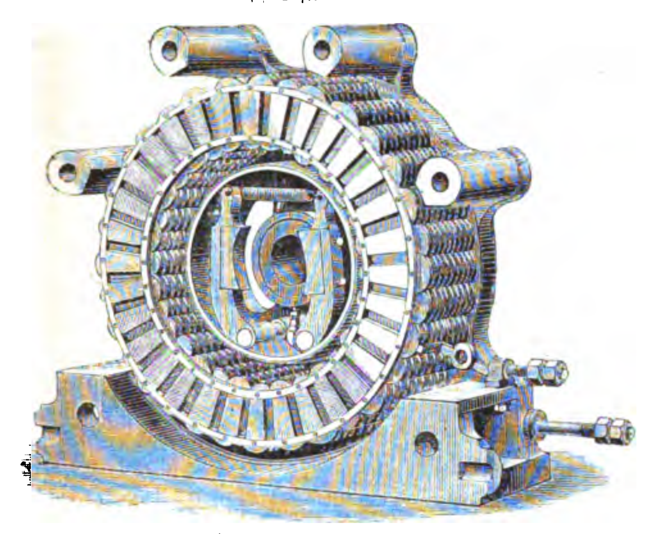


Commutateur-redresseur.

sens. A chaque inversion les balais A′ et B′ mettent l'inducteur en court circuit ; il se développe alors dans le circuit une force électromotrice de self-induction qui prolonge le courant dans le même sens et amortit les variations du courant inducteur.

222. Alternateur Ferranti. — L'inducteur, qui est fixe, est constitué par deux séries de noyaux à axe horizontal se faisant face (*fig.* 273) et produisant des champs magnétiques alternés parallèles à l'axe de rotation de l'induit. Les flasques portant les noyaux sont mobiles sur glissières de sorte que l'on peut les écarter pour visiter l'induit ; lorsqu'ils sont ramenés à leurs positions normales, l'attraction magnétique suffit pour les maintenir en place ; l'excitation des inducteurs est faite par une dynamo indépendante.

Fig. 273



Alternateur Ferranti, type primitif. — Vue intérieure de l'inducteur.

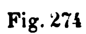
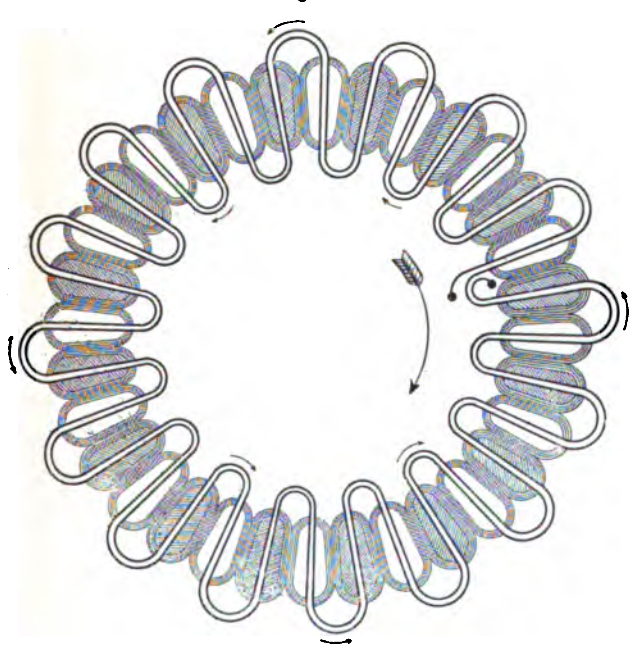


Fig. 274



Alternateur Ferranti, type primitif. — Vue schématique.

Pour les machines de faible puissance l'induit est constitué par 16 boucles symétriques ; le nombre des pôles étant double de celui des boucles, les forces électromotrices partielles sont toutes de même sens et s'ajoutent naturellement dans le circuit.

L'enroulement est formé par la superposition de 4 rubans de cuivre isolés, enroulés en zigzag, dont chacun fait deux fois le tour de la circonférence (*fig.* 274) ; les 4 circuits sont couplés en parallèle.

Fig. 275



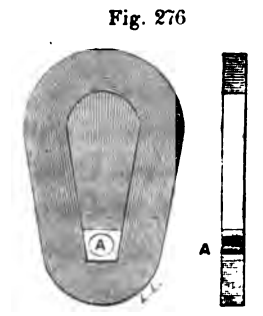
Induit de l'alternateur Ferranti (*fig.* 273).

L'enroulement est maintenu par deux étoiles (*fig.* 275), isolées l'une de l'autre et isolées de l'arbre, qui servent en même temps de connexions entre les extrémités de l'induit et les bagues collectrices respectives. Les frotteurs qui recueillent le courant sont formés de deux pièces massives de cuivre dont chacune embrasse la moitié environ de la circonférence de l'une des bagues.

Dans les grandes machines l'enroulement est divisé en sections dont le nombre est égal à celui des champs.

Chaque bobine, dont la *fig.* 276 indique la forme, est enroulée séparément sur un noyau constitué par des bandes de laiton

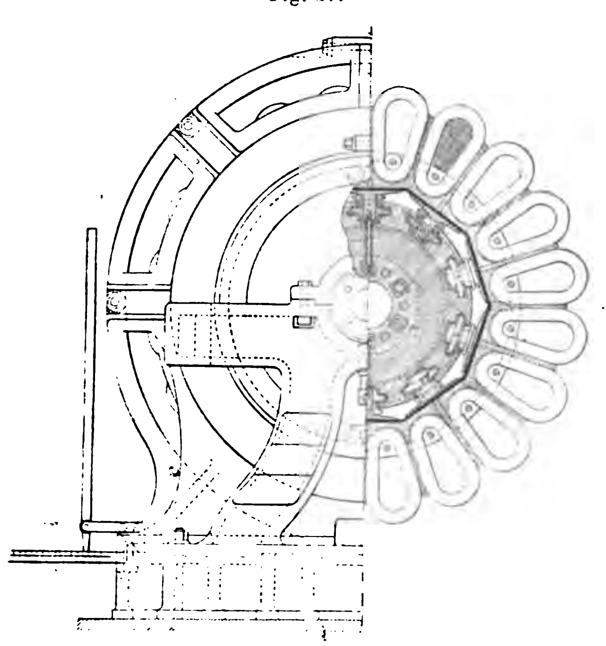
Fig. 276



Bobine élémentaire de l'alternateur Ferranti.

isolées de manière à éviter la production des courants de Foucault; ces bandes de laiton sont brasées à une extrémité

Fig. 277



Alternateur Ferranti. — Coupe partielle.

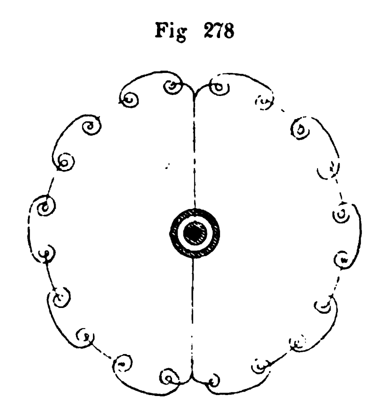
et reliées à l'autre extrémité à un bloc de laiton percé d'un trou A.

La bobine est formée d'un ruban de cuivre dont les spires sont séparées par une bande de papier ; l'extrémité intérieure de l'enroulement est soudée au noyau de laiton.

Ces bobines ont une forme très aplatie permettant de les loger facilement dans un entrefer de 18 à 20 mm., en réservant le jeu nécessaire pour le déplacement de l'induit. Elles sont montées par paires dans un support qui établit la connexion entre les extrémités internes, A, des deux bobines, de telle sorte que les enroulements de deux bobines consécutives sont inversés l'un par rapport à l'autre ; le courant qui circule de l'extérieur à l'intérieur de l'une des bobines circule de l'intérieur à l'exterieur de l'autre. Le bout extérieur de chaque bobine est relié au bout extérieur de la bobine voisine dans le porte-bobines suivant (*fig.* 277).

Les porte-bobines sont solidement fixés sur la jante d'un moyeu de bronze dont ils sont isolés par des bagues de porcelaine.

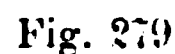
Fig 278

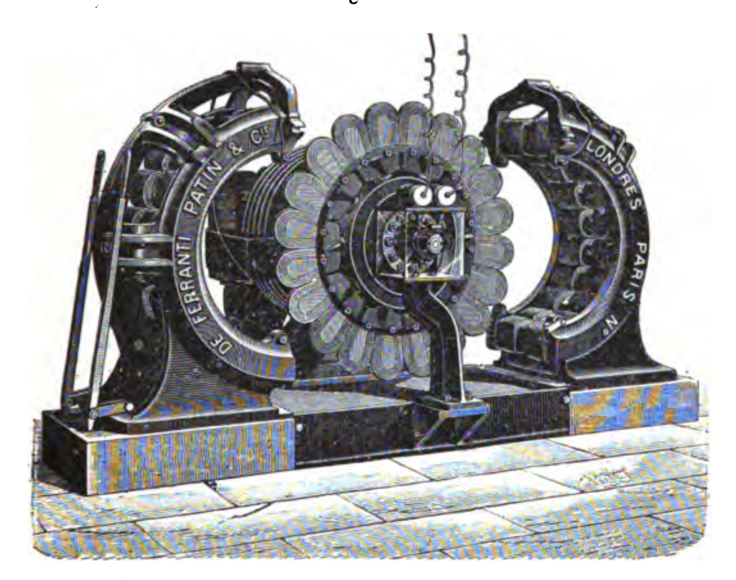


Alternateur Ferranti. — Connexions de l'induit.

Ordinairement les bobines sont montées en deux séries parallèles, comme l'indique la *fig.* 278. Deux tiges de cuivre, aboutissant aux bagues collectrices, sont reliées aux bouts intérieurs de deux bobines situées aux extrémités d'un même

diamètre ; l'enroulement est dans ce cas fermé sur lui-même et divisé en deux parties dont chacune fournit la moitié du courant extérieur ; les bagues collectrices et les frotteurs sont enfermés dans une cage de verre. A l'extrémité opposée l'arbre porte un excentrique actionnant une pompe qui puise l'huile à travers un filtre dans un réservoir et l'envoie sous pression aux coussinets d'où elle retourne au réservoir.


Fig. 279



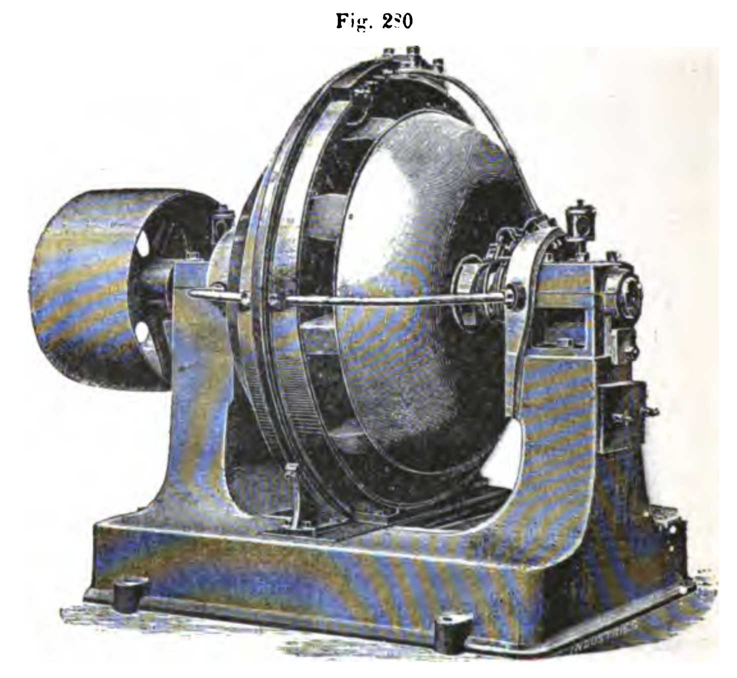
Vue d'ensemble d'un alternateur Ferranti. — Position des inducteurs pour la visite de l'induit.

La *fig.* 279 représente un alternateur Ferranti, du modèle qui vient d'être décrit, employé à l'Usine centrale des Halles à Paris.

223. Alternateur Mordey. — Cet alternateur, dont la *fig.* 280 représente le modèle pour une puissance de 50 chevaux, est à induit fixe et inducteur mobile.

L'inducteur est du type homopolaire; il est constitué par un noyau cylindrique en fer doux sur lequel est enroulée la

Fig. 280

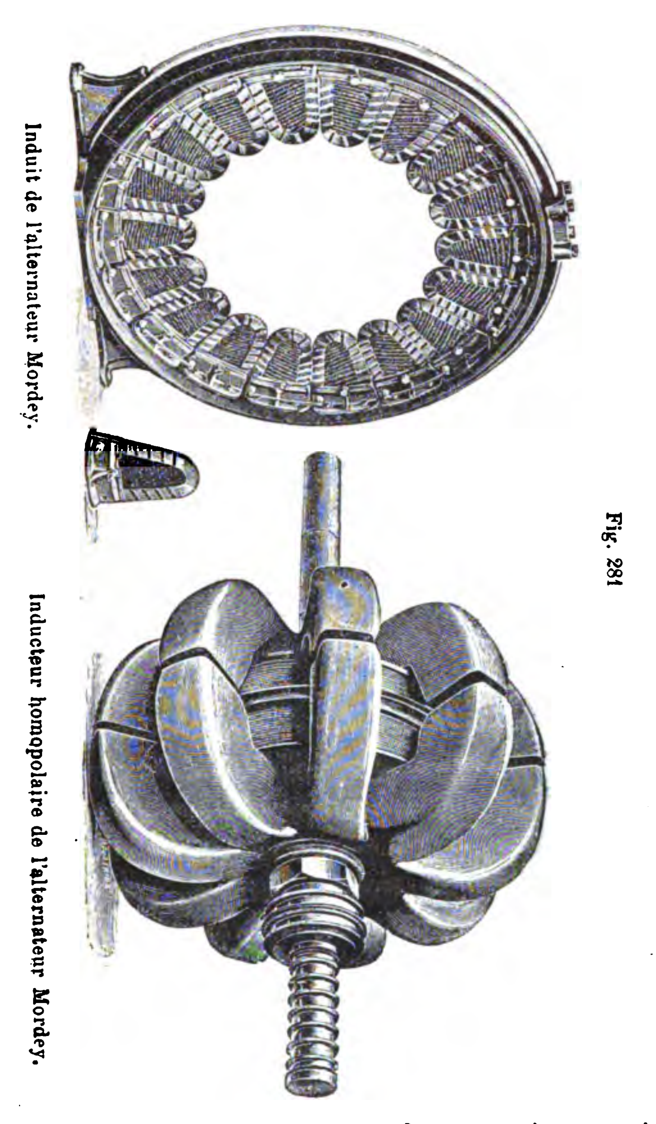


Alternateur Mordey. — Vue d'ensemble.

bobine inductrice qui reçoit le courant continu de l'excitatrice par deux frotteurs et deux bagues montées sur l'arbre (*fig.* 281). Sur chacune des bases du noyau central est fixée une calotte portant un certain nombre de bras recourbés qui forment les épanouissements polaires de l'électro-aimant droit. Tous les pôles situés du même côté sont donc de mêmes noms; l'entrefer de deux faces polaires opposées est de 18 mm.

L'induit, qui est fixe, est divisé en bobines dont le nombre est double de celui des flux inducteurs; chaque bobine est formée d'un ruban de cuivre de 11 mm. de largeur enroulé sur un noyau de porcelaine avec interposition de fibre vulcanisée; ces bobines sont fixées à un anneau en bronze par l'intermédiaire d'une gaine en maillechort recou-

verte d'ébonite. C'est dans l'espace réservé entre les épanouissements polaires opposés que vient se loger la couronne des bobines induites qui sont reliées les unes aux


Induit de l'alternateur Mordey.
Inducteur homopolaire de l'alternateur Mordey.
Fig. 281

autres de manière que les forces électromotrices partielles s'ajoutent; l'ordre des connexions est le même que pour l'alternateur Ferranti.

Fig. 282

224. Alternateur homopolaire à courant alternatif simple (Ateliers d'Oerlikon) (*fig.* 282). — Cet alternateur, qui a figuré à l'Exposition universelle de 1900, est commandé directement par une machine à vapeur verticale pouvant développer 400 à 450 chevaux à la vitesse de 250 tours par minute; comme il y a 24 pôles, la fréquence est de 50 périodes par seconde.

L'inducteur mobile est constitué par une couronne en acier coulé, de 1.890 mm. de diamètre extérieur, boulonnée aux bras du moyeu claveté sur l'arbre du moteur.

Sur la jante, qui a 85 mm. d'épaisseur et 700 mm. de largeur, sont fixées 24 pièces polaires placées deux par deux aux extrémités d'une même génératrice. Ces pièces polaires, formées de feuilles de tôle isolées, ont une hauteur radiale de 151 mm., une largeur de 150 mm. parallèlement à l'axe et une longueur de 220 mm. suivant la circonférence. Les paquets de tôles, dont la partie inférieure est découpée en forme de queue d'aronde, sont maintenus sur la jante par des clavettes que l'on fixe au moyen de boulons; le diamètre extérieur de l'inducteur est de 2.192 mm.

La bobine inductrice, concentrique à la jante du volant, est divisée en deux parties dont chacune est formée de 75 spires d'une bande de cuivre plat, de 60 mm. de largeur et de 2 mm. d'épaisseur, isolées par du papier d'amiante; les deux enroulements sont réunis en série, et la résistance totale du circuit inducteur est de 0,171 ohm à chaud.

La bobine inductrice est maintenue par un support annulaire, dont la section est en forme de T, fixé à l'intérieur de l'armature entre les deux moitiés de l'induit.

L'excitatrice, d'une puissance de 2 500 watts, a son induit calé en porte à faux sur l'arbre de l'alternateur; son inducteur excité en dérivation est à 4 pôles; les bobines inductrices sont formées de 244 spires de fil de 4,2 mm. de diamètre; l'enroulement induit, en tambour, comprend 130 conducteurs

de 4 mm. de largeur et 7 mm. de hauteur disposés dans les 65 encoches du noyau denté. La résistance de l'induit est de 0,0172 ohm ; celle des inducteurs de 0,86 ohm. Afin de ne pas consommer inutilement trop d'énergie, le réglage du courant d'excitation de l'alternateur se fait au moyen d'un rhéostat placé dans le circuit dérivé de l'excitatrice et, comme complément, par un rhéostat intercalé dans son circuit principal.

La carcasse de l'induit de l'alternateur est en fonte et divisée en deux parties ; la moitié inférieure est munie de pattes reposant sur les plaques de fondation par l'intermédiaire de vis calantes permettant le réglage de l'entrefer. Des ouvertures ménagées au pourtour de cette carcasse assurent la ventilation des différentes parties de la machine.

Les noyaux de l'induit sont des anneaux en tôles isolées ayant 2 530 mm. de diamètre extérieur, 2 200 mm. de diamètre intérieur, avec une longueur de 154 mm. parallèlement à l'axe ; l'entrefer a 4 mm.

Chaque noyau porte 72 encoches (6 par champ) de façon que le même modèle puisse être employé comme alternateur simple ou alternateur triphasé. Pour la production du courant alternatif simple, on n'utilise que 48 encoches sur chaque noyau (24 bobines), soit les 2/3 seulement de la surface.

Les noyaux d'induit sont maintenus par des boulons entre des brides intérieures venues de fonte avec la carcasse et deux anneaux en acier coulé appliqués contre les faces extérieures des noyaux.

Les bobines induites (*fig.* 283) sont enroulées sur gabarit et recouvertes ensuite de plaques de micanite que l'on colle sur la bobine de manière à constituer une gaine isolante continue ; ces bobines sont maintenues dans les encoches par des cales en fibre glissées dans des rainures latérales pratiquées à cet effet. Une bobine comprend 30 spires, dont chacune est formée par 2 fils de 3,5 mm. réunis parallèlement.

24 bobines d'un même noyau sont groupées en série, et deux enroulements réunis en parallèle; la résistance du ;uit induit ainsi constitué est de 0,253 ohm à chaud.

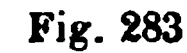
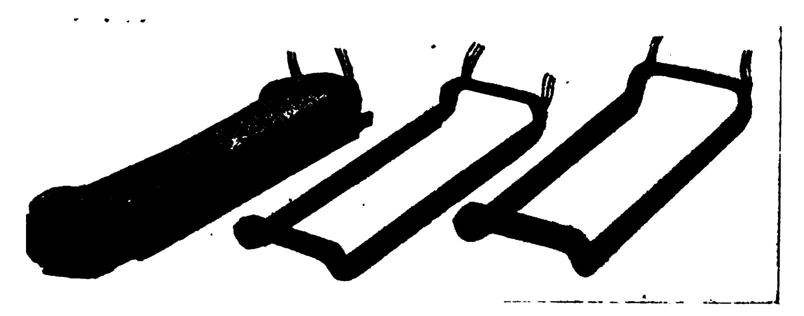


Fig. 283



Mode de construction des bobines induites.

Les prises de courant de l'induit et de l'inducteur sont sposées à la partie inférieure de la machine.

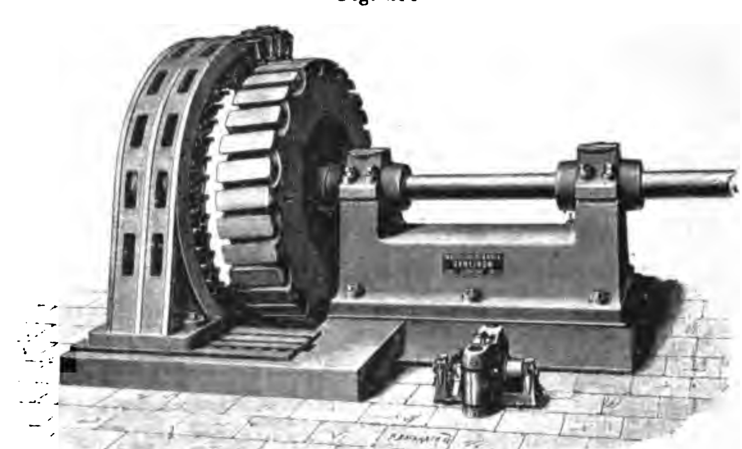
225. Alternateur triphasé de Brown (1891). — 'alternateur que nous allons décrire marque une étape importante dans le développement des applications électriques. Il a été construit par les Ateliers d'Oerlikon pour une insallation exécutée en commun avec l'Allgemeine Elektricitæts iesellschaft de Berlin à l'occasion de l'Exposition de Francfort :n 1891, afin de montrer la possibilité de transmettre industriellement l'énergie électrique sous la forme de courants riphasés à haute tension.

Cet alternateur, installé à Lauffen-sur-Neckar (Wurtemberg), était actionné par une turbine de 300 chevaux. Les courants produits étaient, au départ de l'usine, amenés à la tension de 15000 volts (et plus tard de 25000 volts) à l'aide de tranformateurs et transmis à Francfort où le courant, après avoir passé dans un transformateur qui ramenait sa tension à 100 volts, était utilisé pour alimenter des lampes et des

moteurs. La ligne. dont la longueur était d'environ 175 kilomètres, était formée de trois fils en cuivre nu de 4 mm. de diamètre, portés par des isolateurs sur poteaux en bois. On a pu transmettre dans ces conditions une puissance d'environ 200 chevaux avec un rendement de 74 à 75 °/₀.

L'alternateur a une puissance de 200 à 225 kilovolt-ampères à la vitesse de 150 tours par minute; l'induit est fixe, l'inducteur est mobile.

Fig. 284



Alternateur triphasé de Brown.

L'inducteur est en porte à four sur l'extrémité de l'arbre; l'induit peut être retiré par glissement sur la plaque de fondation (*fig.* 284) pour être visité.

L'inducteur est excité par une bobine unique logée dans la gorge d'une poulie en fonte dont la *fig.* 285 donne une coupe partielle.

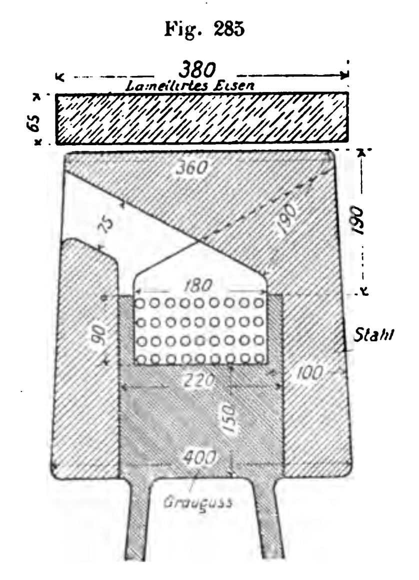
Sur chacune des faces de cette poulie, clavetée sur l'arbre moteur, est boulonné un disque d'acier muni de 16 projections polaires. Les deux disques étant décalés l'un par rapport à l'autre de 1/32 de circonférence, on obtient à la périphérie de l'inducteur 32 pôles alternativement de noms contraires;

chacun des épanouissements polaires a une surface de 576 cm² : l'entrefer est de 6 mm.

Dans la gorge de la poulie de l'électro-aimant, qui a 180 mm. de largeur sur 90 mm. de profondeur, on enroule 496 spires de fil de cuivre de 5 mm. de diamètre; le poids du fil de cuivre enroulé est de 300 kilogrammes.

Le courant de l'excitatrice est transmis à l'inducteur par deux câbles métalliques passant sur deux poulies solidaires de l'arbre et deux autres poulies fixées au bâti de la machine et reliées par des bornes à l'excitatrice.

Fig. 285



Coupe de l'inducteur de l'alternateur Brown.
Lamellirtes Eisen = Fer lamellé. — Grauguss = Fonte grise. — Stahl = Acier.

L'emploi d'une bobine excitatrice unique permet de réduire le poids de cuivre, ainsi que la puissance nécessaire à l'excitation; mais cette disposition présente des inconvénients lorsque le circuit inducteur est mobile, parce que, sous l'action de la force tangentielle qui les sollicite, les spires ont une tendance à glisser les unes sur les autres; il en résulte une usure plus ou moins rapide de la gaine isolante des fils.

Le noyau d'induit est un anneau formé de tôles isolées de 0,5 mm. d'épaisseur maintenues par une carcasse en fonte. Le noyau de tôles a 1.894 mm. de diamètre extérieur et 1.764 mm. de diamètre intérieur; sa longueur, parallèlement à l'axe, est de 380 mm.

A la périphérie intérieure du noyau sont poinçonnés 96 trous ronds de 33 mm. de diamètre, dont les centres sont sur une circonférence de 1.860 mm. de diamètre. Chaque trou est garni d'un tube d'amiante dans lequel passe un rondin de cuivre de 29 mm. de diamètre; les extrémités des génératrices sont soudées à des pièces de cuivre qui les relient de 3 en 3 de manière à former 3 enroulements ondulés indépendants de 32 barres chacun.

La *fig.* 286 indique la disposition de l'enroulement.

Fig. 286

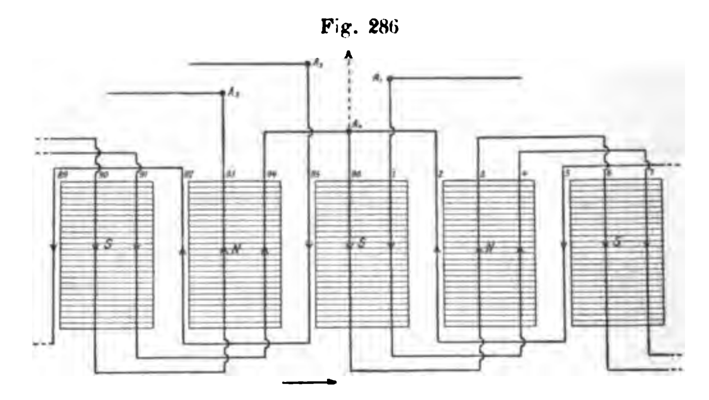


Schéma de l'enroulement triphasé en étoile.

Les barres étant numérotées dans l'ordre consécutif, on les réunit les unes aux autres de la manière suivante, en passant d'une face à l'autre :

1er circuit	1, 4, 7 ...	91, 94
2e »	95, 92, 89 ...	5, 2
3e »	93, 90, 87 ...	3, 96

Les extrémités des nos 94, 96, 2 sont reliées à un point commun A_0 qui forme le centre de l'étoile; tandis que les

n°s 93, 95, 1 aboutissent respectivement à trois bornes extérieures A_3, A_2, A_1.

La différence de potentiel entre le centre de l'étoile et la borne extérieure est de 50 à 55 volts suivant l'excitation ; le courant débité est de 1.400 ampères par phase, et la fréquence de 40 périodes par seconde.

226. Alternateur homopolaire de 800 KVA, à axe vertical (Oerlikon). — Cet alternateur est commandé directement par une turbine à axe vertical développant une puissance de 1100 chevaux à la vitesse de 428 tours par minute. La puissance normale de l'alternateur est de 800 KVA (720 KW avec un facteur de puissance cos $\varphi = 0,9$) ; la tension normale aux bornes est de 1900 volts composés (1100 volts par phase) ; l'intensité du courant intérieur est de 245 ampères par phase.

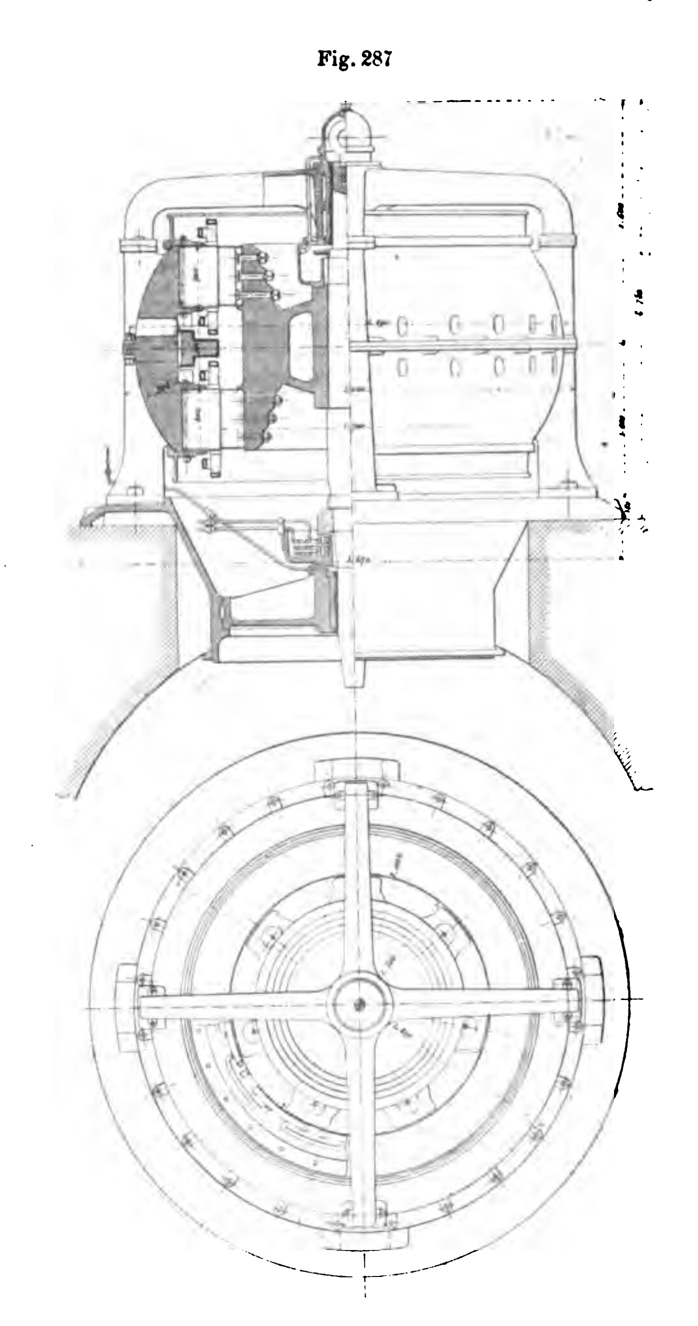
La *fig.* 287, qui donne une coupe et un plan de cet alternateur, montre la disposition adoptée pour équilibrer le poids de l'inducteur mobile par une injection d'huile sous pression qui assure en même temps le graissage des parties frottantes.

L'inducteur est constitué par une poulie en acier moulé de 1400 mm. de diamètre ; sur la jante sont fixées 14 pièces polaires feuilletées disposées par paires suivant 7 génératrices équidistantes.

Les saillies polaires, dont les bords parallèles à l'axe sont chanfreinés, ont une hauteur radiale de 150 mm. sur 400 mm. de largeur parallèlement à l'axe et 300 mm. de longueur suivant la circonférence. Les paquets de tôles, dont la partie inférieure est taillée en queue d'aronde, sont maintenus par des clavettes d'acier à section trapézoïdale fixées à la jante par trois boulons qui la traverse radialement.

Le diamètre extérieur de l'inducteur est de 1.700 mm ; la bobine inductrice, concentrique à l'axe vertical, est formée

Fig. 287



Alternateur homopolaire de 800 KVA à axe vertical (Ateliers d'Oerlikon).

de 600 tours de fil de cuivre de 6,2 mm. de diamètre (6,8 mm. isolant compris) ; le fil est enroulé sur un manchon, dont la section est en forme de T, relié à la carcasse de l'induit. La résistance du circuit inducteur est de 2,5 ohms environ à chaud ; l'intensité du courant d'excitation est de 40 ampères à pleine charge.

La carcasse de l'induit est formée par une couronne de fonte en deux parties, percée d'ouvertures radiales pour la ventilation de la bobine induite ; les couronnes de tôles de l'induit sont serrées par des boulons entre des brides venues de fonte avec la carcasse et des segments amovibles.

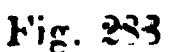
Chaque noyau a 42 encoches dans lesquelles sont logées les bobines préparées sur gabarit et isolées par des gaines de micanite (*fig.* 283). Chaque moitié de l'induit comprend 7 bobines par phase ; les bobines sont formées de 21 fils de 6,2 mm. de diamètre nu réunis par trois en quantité, ce qui donne une section totale de 90 mm². pour le conducteur ; les 14 sections de même phase, logées sur les deux moitiés de l'induit, sont réunies en série. Les prises de courant de l'induit et de l'inducteur sont placées à la partie inférieure de la machine.

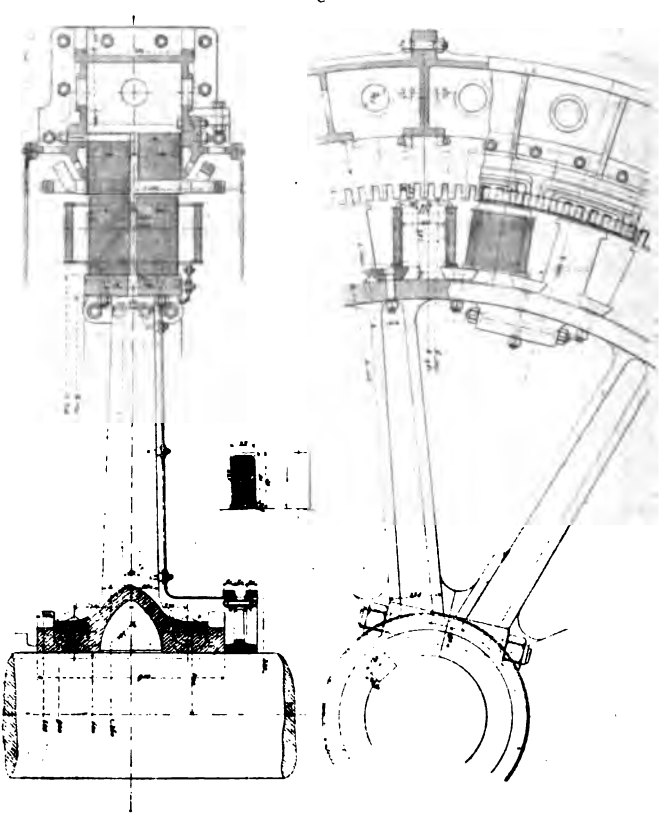
227. Alternateur à pôles alternés de 2 500 KVA (Oerlikon). — Cet alternateur à courants triphasés, dont la *fig.* 288 donne deux coupes partielles, a une puissance normale de 2 500 KVA avec une tension de 6 500 volts composés (3750 volts par phase) ; l'intensité du courant est de 220 ampères par phase ; la fréquence est de 25 périodes par seconde pour une vitesse angulaire de 75 tours par minute avec 40 pôles.

L'inducteur, qui sert de volant à la machine à vapeur, est en deux parties assemblées, au moyeu et à la jante, au moyen de boulons. La jante a 4.220 mm. de diamètre extérieur avec une largeur de 470 mm. et une épaisseur radiale de 100 mm.

Les 40 pôles inducteurs sont formés par deux paquets de

tôles de 1 mm. d'épaisseur maintenus par des rivets, et séparés par un canal de ventilation ; leur partie inférieure est découpée en queue d'aronde ; ils sont fixés sur la jante à l'aide


Fig. 288



Alternateur triphasé de 2 500 KVA.
Coupe longitudinale. Coupe transversale.

de pièces en acier à section trapézoïdale qui sont glissées entre deux pôles voisins et maintenues sur la jante par deux boulons ; la *fig.* 289 donne une vue perspective de ce mode de fixation.

La longueur totale du noyau de tôles est de 380 mm. y compris le tenon et l'épanouissement polaire contre lequel vient buter la bobine inductrice dont la longueur est de 258 mm.

Le diamètre extérieur de l'inducteur est de 4.980 mm.; l'entrefer a 10 mm. Les bobines inductrices sont enroulées sur des manchons, avec joues en bronze, qui sont arrondis sur les faces

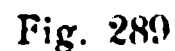
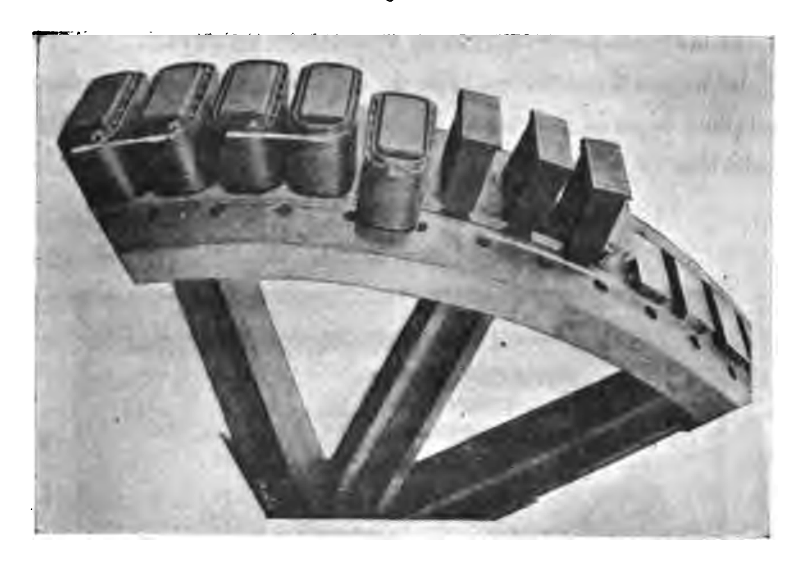


Fig. 289



Inducteur d'un alternateur à pôles alternés (Ateliers d'Oerlikon).

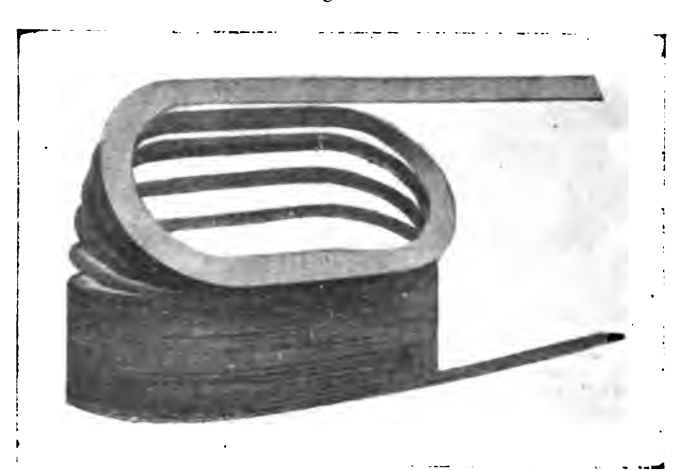
extérieures de façon à laisser un espace assez large entre le noyau et le manchon pour assurer la ventilation. Chaque bobine est formée de 40 tours d'une bande de cuivre de 33 mm. de largeur sur 4,5 mm. d'épaisseur enroulée sur champ (*fig.* 290); les spires sont séparées entre elles par une feuille de papier. Cette disposition, qui permet de réduire au minimum la hauteur radiale de l'enroulement, est celle qui offre la plus grande résistance mécanique à l'action de la force centrifuge. Les 40 bobines inductrices sont montées en série; la résistance totale est de 0,338 ohm à chaud. Le courant d'excitation à pleine charge est de 300 ampères environ; il est amené à deux bagues collectrices en bronze fixées sur une poulie en fonte clavetée sur l'arbre (*fig.* 288). Le réglage du courant se fait au moyen d'un rhéostat agissant sur le champ de l'excitatrice et

s'achève par un rhéostat intercalé dans le circuit inducteur de l'alternateur.

La carcasse de l'induit est formée d'un caisson annulaire cloisonné, en fonte, divisé en deux parties assemblées sur un diamètre au moyen de boulons; ce caisson est ajouré sur les faces latérales pour faciliter la ventilation du noyau.

Le noyau d'induit, en tôles de 0,5 mm., est divisé en deux paquets séparés par un canal de ventilation ; il a un diamètre intérieur de 5.000 mm. et une largeur axiale de 520 mm. ; sa

Fig. 290

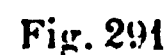


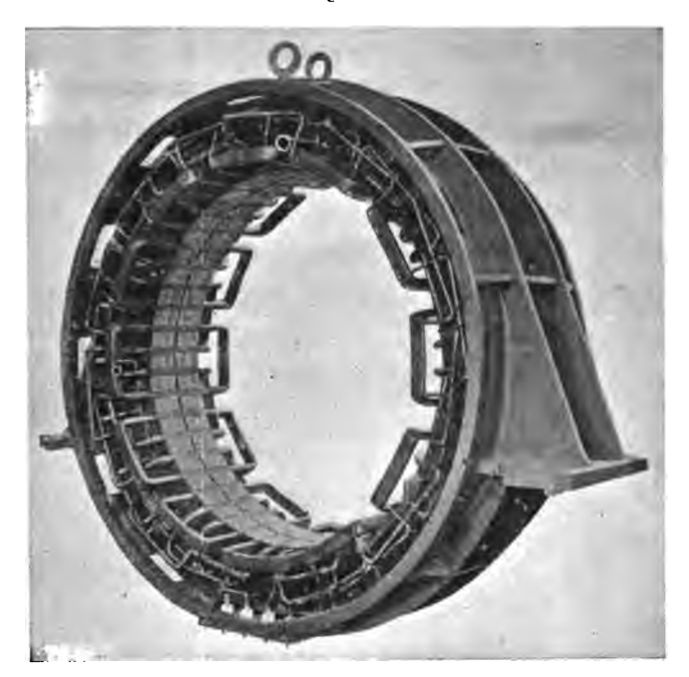
Bobine inductrice.

hauteur radiale est de 300 mm. Il est maintenu entre une bride venue de fonte avec le caisson et des segments amovibles serrés au moyen de tiges filetées qui traversent les tôles de l'induit ; le diamètre extérieur du caisson est de 6.400 mm.

Les encoches du noyau, au nombre de 240 (6 par pôle), ont 28 mm. de largeur et 68 mm. de profondeur. Une phase comprend 20 sections formées chacune de 2 bobines et occupe par conséquent 80 encoches ; les 40 bobines sont réunies en série. Chaque bobine a 7 spires de 3 fils ronds, de 6,2 mm.

de diamètre nu (6,8 mm. avec l'isolement), enroulés parallèlement; les bobines sont préparées d'avance sur gabarit, isolées par un tube de micanite sans couture comme nous l'avons indiqué précédemment (**224**), et mises en place dans les encoches.





Induit d'un alternateur à pôles alternés (Ateliers d'Oerlikon).

La *fig.* 291 indique la disposition générale de l'enroulement dans les encoches; les bobines, une fois mises en place dans les encoches, sont retenues par des cales en fibre que l'on glisse dans les rainures latérales de l'encoche; cette disposition est indiquée sur la *fig.* 288 qui donne la coupe d'une encoche.

228. Alternateur de 1 400 KVA des Ateliers du Creusot. — Cet alternateur (*fig.* 292), dont l'induit est fixe et l'inducteur mobile, a une puissance nominale de 1.400 KVA, à la vitesse de 72 tours par minute. La tension normale est

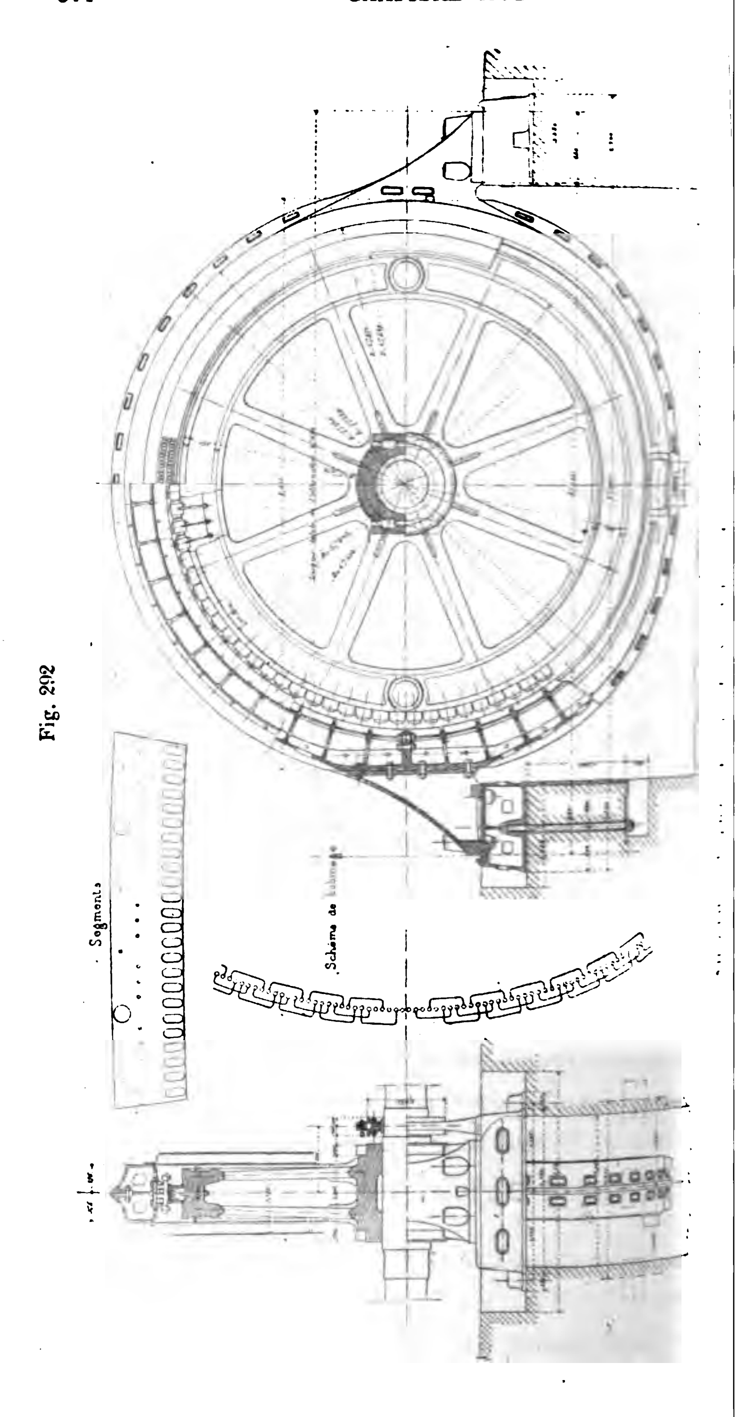


Fig. 292

de 3.000 volts par phase pour le groupement en triangle; le courant intérieur est de 156 ampères par phase, ce qui correspond à une intensité de 270 ampères dans chaque conducteur extérieur.

L'inducteur, constitué par un volant en fonte à 8 bras, porte à sa périphérie 84 pôles radiaux rapportés.

En raison de ses dimensions, le volant a été fondu en deux parties assemblées suivant un diamètre au moyen de 4 frettes en acier forgé posées à chaud et logées dans des gorges réservées à cet effet. Les deux parties du moyeu, après avoir été montées sur l'arbre, sont réunies par des boulons et cerclées par deux frettes posées à chaud; l'entraînement se fait par 3 clavettes à 120°.

L'inducteur remplace le volant de la machine à vapeur, et l'arbre est supporté par deux paliers fixés sur les fondations de l'alternateur.

Les 84 noyaux polaires sont des cylindres pleins en acier moulé; ils sont fixés sur le volant par un boulon qui traverse la jante. Chaque noyau est entouré d'une bobine formée par 45 tours d'un ruban de cuivre de 25 mm. de largeur sur 3 mm. d'épaisseur enroulé de champ; les spires sont séparées par une feuille de papier de 0,05 à 0,07 mm. d'épaisseur. Cette disposition donne, comme nous l'avons déjà indiqué, des éléments rigides pouvant résister, sans déformation, à la force centrifuge.

Les 84 bobines sont réunies en série et les extrémités du circuit reliées à deux bagues de bronze montées sur un anneau de fonte fixé sur l'arbre; le courant d'excitation est amené aux bagues par deux frotteurs métalliques; il est fourni aux inducteurs à la tension de 140 volts; l'intensité à pleine charge atteint 230 ampères. Le poids total de la partie mobile est de 54 tonnes.

La carcasse de l'induit fixe est constituée par deux demi-couronnes en fonte assemblées suivant un diamètre horizontal

et formées chacune de deux parties boulonnées entre lesquelles sont emprisonnées les tôles de l'induit. Deux pattes rapportées et clavetées sur la couronne servent à la fixer sur deux caissons en fonte reposant sur les fondations de l'alternateur.

Les tôles de l'induit sont divisées par paquets laissant entre eux des intervalles d'air pour la ventilation du noyau.

Le noyau comporte en totalité 504 alvéoles (6 par pôle) dont 492 seulement sont occupées par l'enroulement induit; 12 perforations ont été laissées vides pour que le démontage de la demi-couronne supérieure puisse s'effectuer sans modifications importantes dans le bobinage. Des connexions très simples complètent les circuits des 3 phases groupées en triangle et comprenant chacune 82 bobines en série; chaque bobine est composée de 6 tours d'un cable souple à 76 fils de 0,8 mm. de diamètre (38 mm² de section totale pour le cuivre), que l'on aplatit de façon à lui donner une forme rectangulaire de 4,9 mm. sur 12 mm.

Pour éviter les risques de court-circuit, on donne aux trois phases des positions différentes sur la surface de l'induit et les bobines d'une même phase sont identiques comme forme et comme position.

Les bornes, placées à la partie inférieure de l'induit, sont formées de blocs de bronze montés sur des isolateurs en porcelaine; les câbles qui y aboutissent sont fixés par des vis de serrage.

Une couronne de protection pour le bobinage induit, formée de segments de fonte ajourés, est fixée de chaque côté de l'induit dans la partie extérieure aux fondations.

Le poids total de la machine (inducteur et induit) est de 94 tonnes.

229. Alternateur de 3000 KVA de l'Allgemeine Elektricitæts-Gesellschaft. — Cet alternateur, du modèle adopté par les stations centrales de Berlin, est ac-

tionné directement par un moteur à vapeur horizontal, à triple expansion et à quatre cylindres, d'une puissance effective de 4.000 chevaux. A la vitesse de 83 1/3 tours par minute la fréquence est de 50 périodes par seconde.

Fig. 293

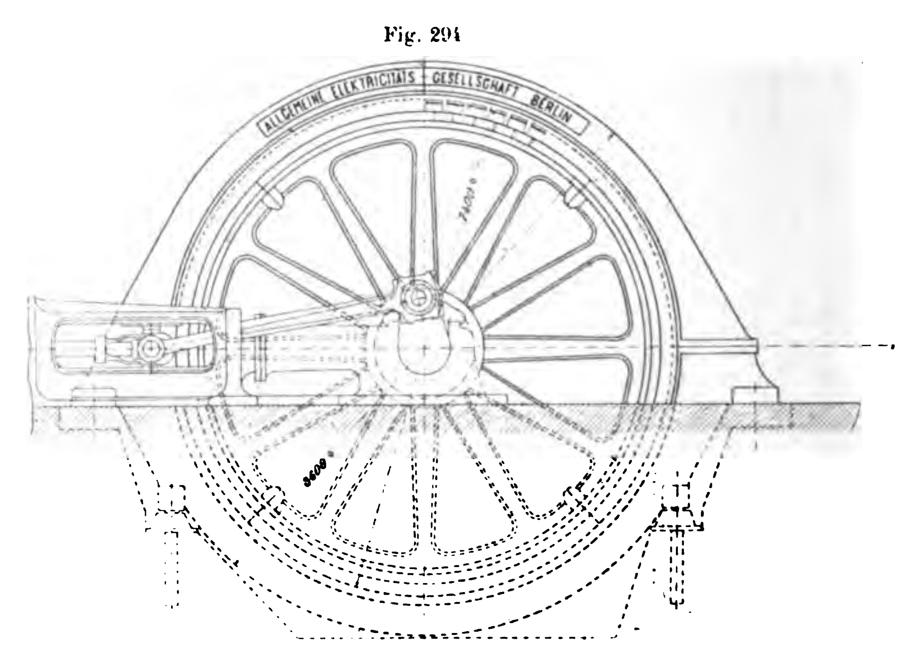


Alternateur triphasé de 3.000 KVA de l'Allgemeine Elektricitats Gesellschat de Berlin.

La *fig.* 293 donne une vue perspective de cette machine telle qu'elle figurait à l'Exposition de 1900.

La puissance nominale de l'alternateur est de 3.000 KVA ; la tension aux bornes est de 6.000 volts pour le groupement en étoile (3.465 volts par phase); l'intensité du courant est de 288 ampères par phase.

Fig. 294



Alternateur triphasé de 3.000 KVA. — Ensemble.

L'inducteur (*fig.* 294) sert de volant à la machine à vapeur; il est en fonte en quatre parties dont chacune est réunie au moyeu par trois bras munis de nervures; l'assemblage du moyeu est fait à l'aide de boulons et de deux frettes posées à chaud. Le diamètre de l'arbre est de 660 mm. et la longueur totale du moyeu de 1.100 mm.; l'entraînement se fait par deux clavettes à 90°.

La jante du volant est revêtue d'une couronne de tôles (*fig.* 295) serrée à l'aide de boulons entre un rebord venu de fonte avec le volant et des segments amovibles en fonte qui s'emboîtent sur la jante. Les noyaux polaires, feuilletés, sont

terminés en queue d'aronde et viennent se loger dans les mortaises de la couronne de tôles. Le diamètre extérieur de l'inducteur est de 7.390 mm.

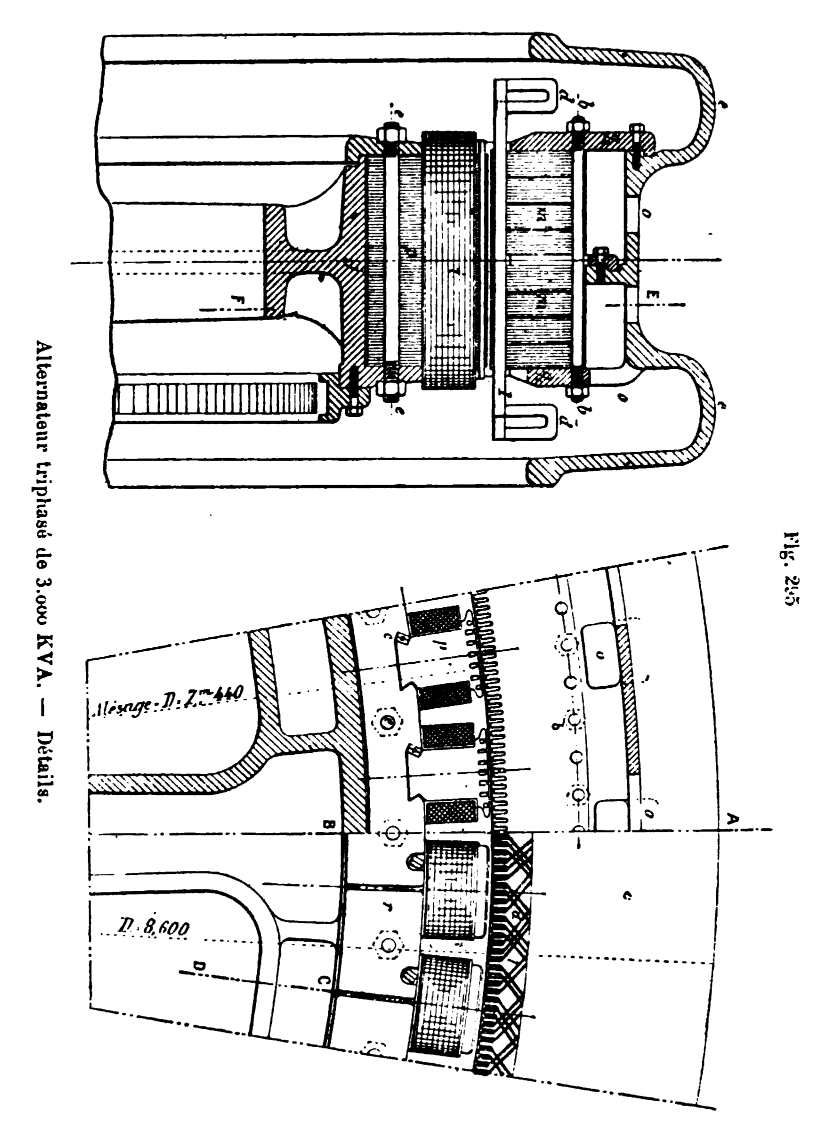


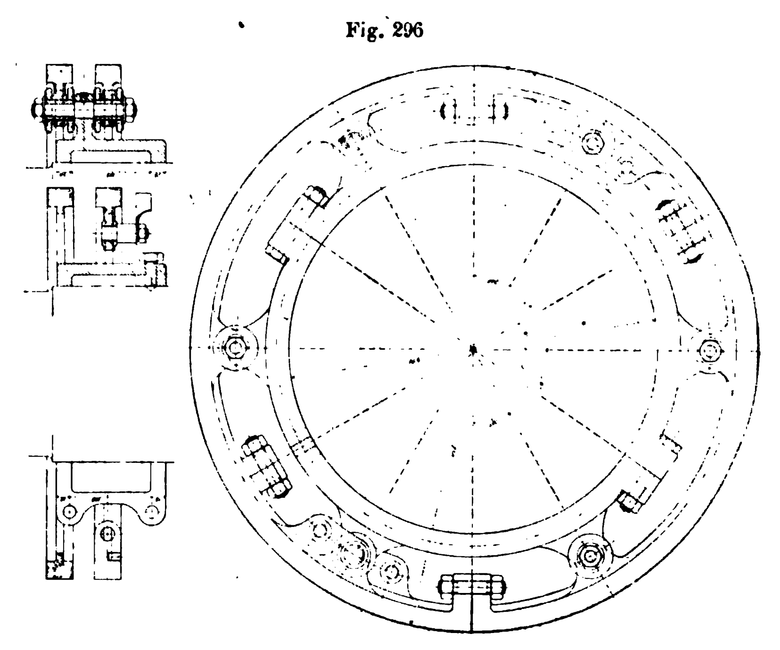
Fig. 265. — Alternateur triphasé de 3.000 KVA. — Détails.

L'enroulement inducteur est fait en câble de profil rectangulaire enroulé sur plat ; chaque bobine est formée de 10 couches à 9 spires.

L'enroulement est divisé en deux séries de 36 bobines que l'on groupe en quantité sur le collecteur à bagues de l'excitation ; à pleine charge l'excitation consomme 31 kilowatts.

Chaque pôle est muni d'un circuit amortisseur Hutin et Leblanc formé par 8 tiges de cuivre, noyées dans les pièces polaires, dont les extrémités sont mises en court circuit sur les deux faces par des bandes de cuivre [1].

Fig. 296



Détails de construction du collecteur à bagues.

La *fig.* 296 indique le mode de construction du collecteur à bagues pour le courant inducteur. Il se compose d'un anneau en fonte, en deux parties assemblées sur l'arbre, dont la jante est munie d'une nervure sur laquelle sont fixées deux bagues de bronze isolées sur lesquelles appuient les balais.

[1] Cette disposition a pour but d'éteindre les oscillations pendulaires auxquelles peut donner lieu une variation brusque de la charge de l'alternateur, notamment lorsqu'il fonctionne en parallèle avec d'autres alternateurs sur le même réseau.

Le poids de l'inducteur complet est de 70 tonnes.

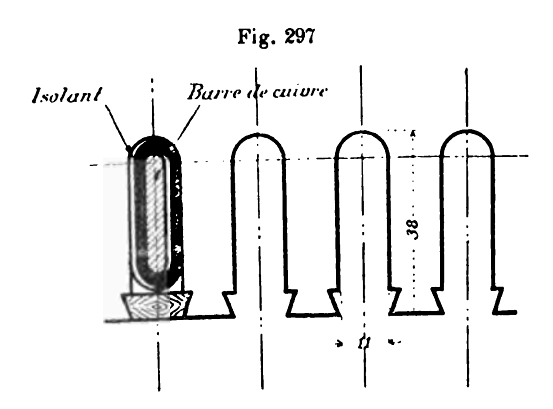
La carcasse de l'induit a un diamètre extérieur de 8.600 mm.; elle est en 4 parties assemblées par des boulons et supportées en 4 points par des vis de calage.

Les tôles de l'induit (*fig.* 295) sont serrées à l'aide de deux boulons par pôle entre une bride annulaire faisant corps avec la carcasse et des segments amovibles; les tôles sont partagées en deux parties par des segments en acier fixés à la nervure centrale de la carcasse; ces segments sont ajourés pour assurer la ventilation du noyau.

Chaque moitié de l'anneau de tôles est divisée en 4 paquets séparés les uns des autres par des bossages formant entretoises entre lesquels l'air peut circuler librement.

Les encoches du noyau, au nombre de 1.080 (15 par pôle), sont rectangulaires à fond arrondi (*fig.* 297); elles ont 11 mm.

Fig. 297



Coupe des encoches de l'induit.

de largeur et 38 mm. de profondeur totale; les bords sont échancrés pour loger les cales isolantes qui ferment les encoches. L'enroulement est fait par une bande de cuivre, de 93 mm² de section, isolée par un tube de micanite; les connexions extérieures sont simplement recouvertes d'un enduit isolant, parce que la différence de potentiel entre deux développantes voisines ne dépasse pas 20 volts.

Chaque phase comprend 360 génératrices (5 entre 2 pôles voisins) que l'on relie en série par les connexions extérieures, dans un ordre tel que les forces électromotrices partielles s'ajoutent dans le circuit (*fig.* 298).

Fig. 298

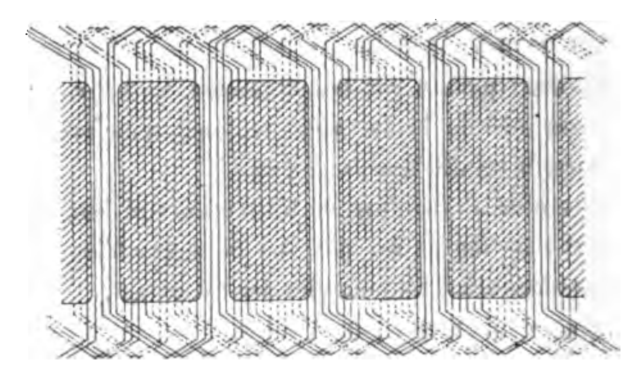
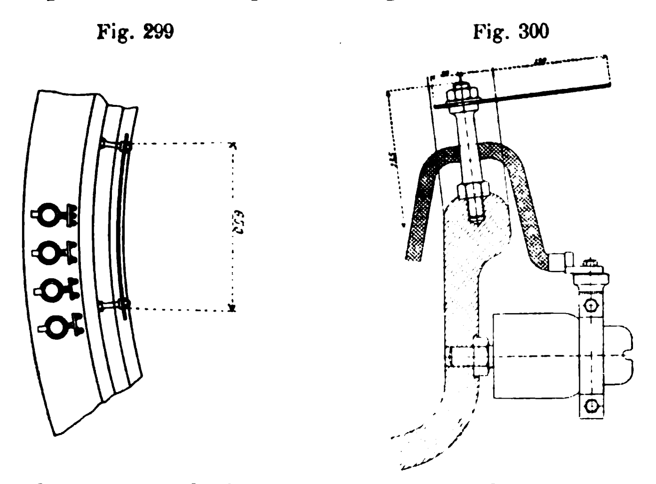


Schéma de l'enroulement induit.

La résistance de l'induit à chaud étant de 0,098 ohm par phase, la perte par effet Joule à pleine charge est de 25 KW environ.

Fig. 299 Fig. 300



Bornes de groupement des 3 phases. Prise de courant.

Les trois phases sont groupées en étoile par l'intermédiaire de 4 bornes fixées sur la carcasse de l'induit (*fig.* 299). Une de ces bornes forme le centre de l'étoile; les trois autres,

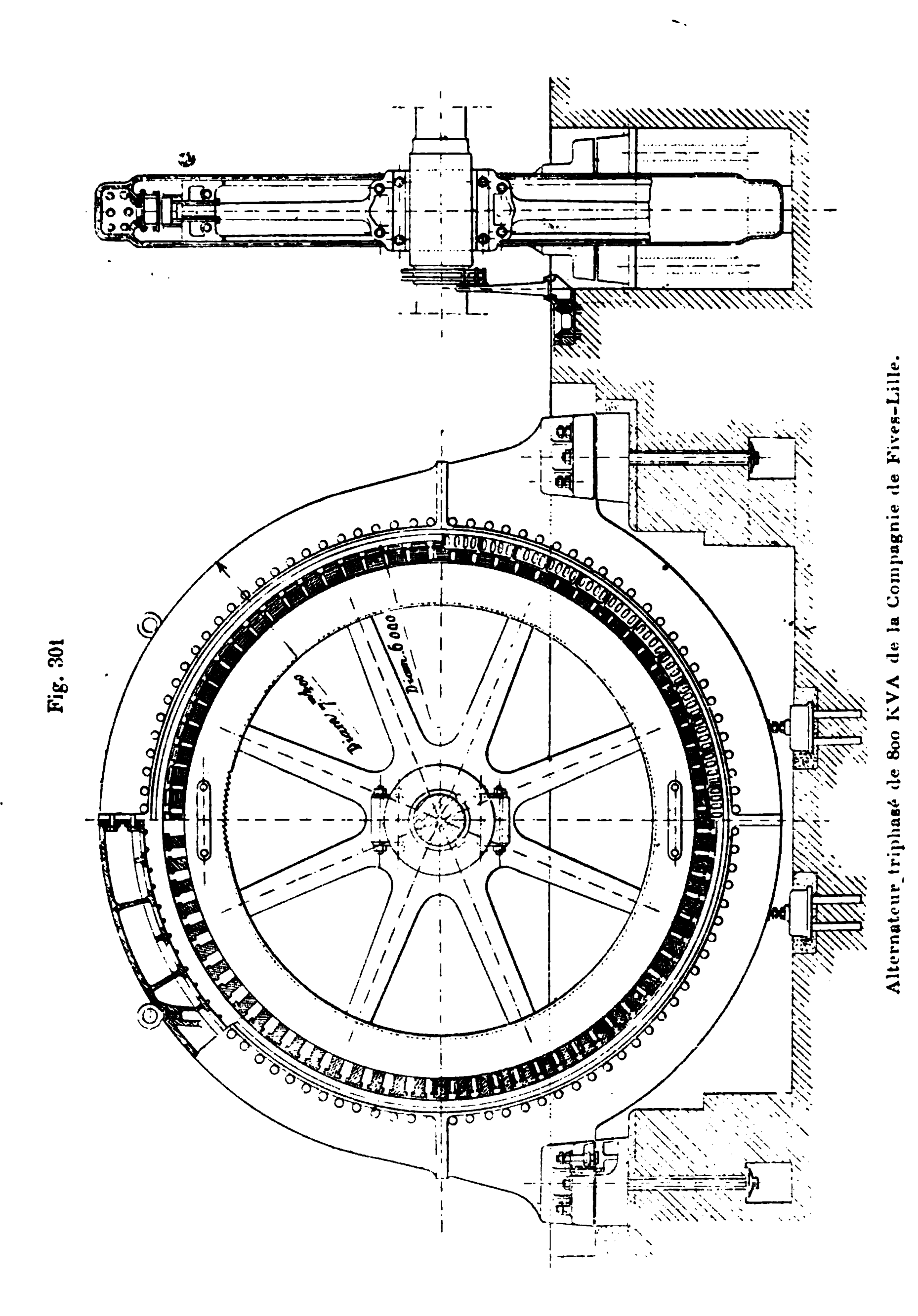
correspondant aux extrémités ouvertes des trois circuits, sont les points d'attache des conducteurs extérieurs ; chaque prise de courant est montée sur un isolateur à cloche en porcelaine fixé au bâti (*fig.* 300).

230. Alternateur triphasé de la Cie de Fives-Lille (*fig.* 301). — Cet alternateur à courants triphasés, monté directement sur l'arbre du moteur à vapeur entre les deux paliers, a une puissance nominale de 800 KVA avec une tension composée de 2.200 volts (1.270 volts par phase); l'intensité du courant est de 210 ampères par phase ; la fréquence est de 50 périodes par seconde à la vitesse de 79 tours par minute.

Les noyaux inducteurs, au nombre de 76, sont montés sur la jante du volant de la machine à vapeur ; ils sont constitués par des segments de tôle de 1 mm. d'épaisseur réunis par des rivets (*fig.* 302) ; chaque noyau est en outre traversé dans toute sa longueur par une barre d'acier rectangulaire, *b*, entrée à force et formant écrou double pour les vis qui maintiennent le noyau ; ces vis sont engagées par l'intérieur de la jante qu'elles traversent complètement pour venir se fixer dans la traverse du noyau. Chaque noyau est ajusté sur le volant ; son centrage est assuré par des goujons vissés dans la jante et qui viennent s'engager de 5 mm. dans des trous pratiqués à la base du noyau. L'entrefer entre la surface extérieure du pôle et le diamètre intérieur du noyau d'induit étant de 7 mm., on peut retirer les deux vis qui maintiennent le pôle, le démonter latéralement sans toucher à la carcasse d'induit et remplacer sans perte de temps une bobine inductrice avariée ; il est également possible, en retirant deux ou trois noyaux polaires, de refaire des bobines dans l'induit.

Les bobines inductrices entourant les pôles sont enroulées sur des manchons en laiton fondu isolés intérieurement, maintenus en place par les rebords des pièces polaires ; le conducteur est un fil de cuivre rond de 4,7 mm. de diamètre

Fig. 301

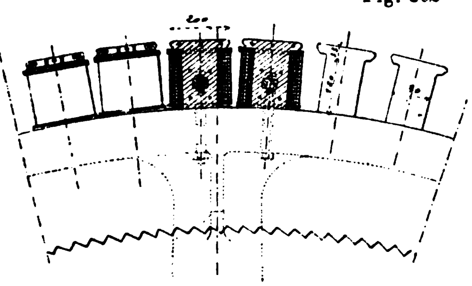


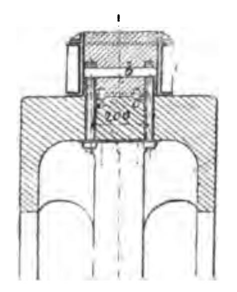
Alternateur triphasé de 800 KVA de la Compagnie de Fives-Lille.

(5,2 mm. isolement compris). Chaque bobine reçoit 155 tours de fil divisés en 5 couches de 31 spires chacune.

Les 76 bobines sont divisées en deux circuits, de 38 bobines chacun, que l'on groupe parallèlement sur les deux bagues par lesquelles arrive le courant continu d'excitation à la tension de 220 volts ; la résistance du circuit inducteur est de 3,06 ohms à chaud.

Fig. 302

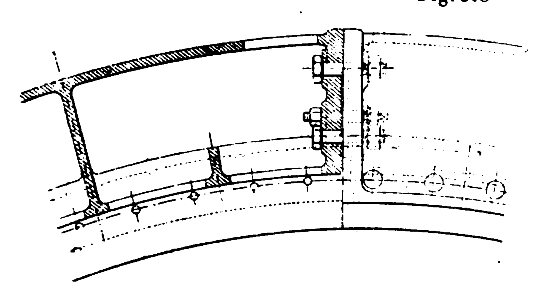


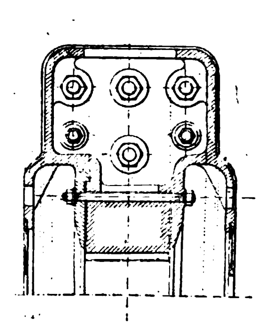


Détails de construction de l'inducteur.

Le diamètre de la jante du volant est de 5.560 mm., sa largeur 650 mm. ; le nombre de bras est de 8. La largeur axiale d'un pôle est de 280 mm., sa longueur 200 mm., sa hauteur radiale 213 mm.; la longueur du noyau est de 130 mm. Le diamètre extérieur de l'inducteur est de 5.986 mm. ; la vitesse tangentielle est de $23^m,82$ par seconde.

Fig. 303





Détails de construction du noyau d'induit.

Le noyau de tôles de l'induit est supporté par une carcasse en fonte (*fig.* 303) divisée en quatre segments par des joints

verticaux et horizontaux; ces segments forment par leur réunion un anneau à l'intérieur duquel sont montées les tôles de l'induit.

La carcasse de cet induit repose sur ses plaques de fondation par l'intermédiaire de vis de calage, qui permettent d'en assurer le centrage exact sur l'arbre ; ses dimensions sont suffisantes pour éviter toute déformation et toute vibration.

Le noyau d'induit est formé de feuilles de tôle de 0,5 mm. d'épaisseur isolées par du papier de soie de 0,03 mm. et découpées en segments ; elles sont maintenues dans la carcasse, entre une bride fixe et des segments amovibles, par des tiges filetées qui les traversent. La distance entre ces tiges et le bord extérieur des tôles est très faible, de telle sorte qu'elles se trouvent en dehors de la trajectoire du flux et qu'il est, par suite, inutile de les isoler, ce qui simplifie la construction, tout en la rendant plus solide.

Le diamètre d'alésage du noyau de tôles est de 6.000 mm.; sa longueur axiale est de 270 mm.; son diamètre extérieur est de 6.450; le diamètre extérieur de la carcasse est de 7.400 mm.; sa longueur de 700 mm.

Les segments sont percés de trous légèrement ouverts qui forment, après leur juxtaposition, des encoches dans lesquelles on enfonce les tubes en micanite, de 3 mm. d'épaisseur, destinés à recevoir l'enroulement. On exécute à l'atelier le bobinage des quatre segments, moins les bobines correspondant aux joints qu'on fait sur place, une fois la machine montée. Les extrémités des bobines sont recouvertes de rubans isolants et protégées contre les chocs par des segments ajourés en fonte fixés sur des rebords venus avec la carcasse. La sortie du courant se fait par trois bornes placées sur le côté de l'induit à la partie inférieure.

Les encoches du noyau, au nombre de 456 (6 par pôle), ont 29 mm. de profondeur et 15,2 mm. de largeur. L'enroulement est divisé en 114 bobines (38 par phase); les bobines

sont doubles et chacune occupe 4 encoches; chaque demi-bobine est formée de 5 tours de 2 fils de 12 mm² de section enroulés en quantité; les deux demi-bobines d'une section sont groupées en quantité. Chaque encoche contient donc 10 fils de 3,9 mm. nu (4,4 mm. guipé).

La résistance de l'induit à chaud est de 0,078 ohm par phase.

231. Alternateur de 900 KVA des Etablissements Postel-Vinay (*fig.* 304). — Cet alternateur, dont l'inducteur est monté directement sur l'arbre du moteur à vapeur entre les deux paliers, est construit pour développer une puissance nominale de 900 kilovolts-ampères, avec une tension de 5.500 volts composés (3.175 volts par phase). L'intensité du courant est de 95 ampères par phase; la fréquence est de 25 périodes par seconde à la vitesse de 93,75 tours par minute.

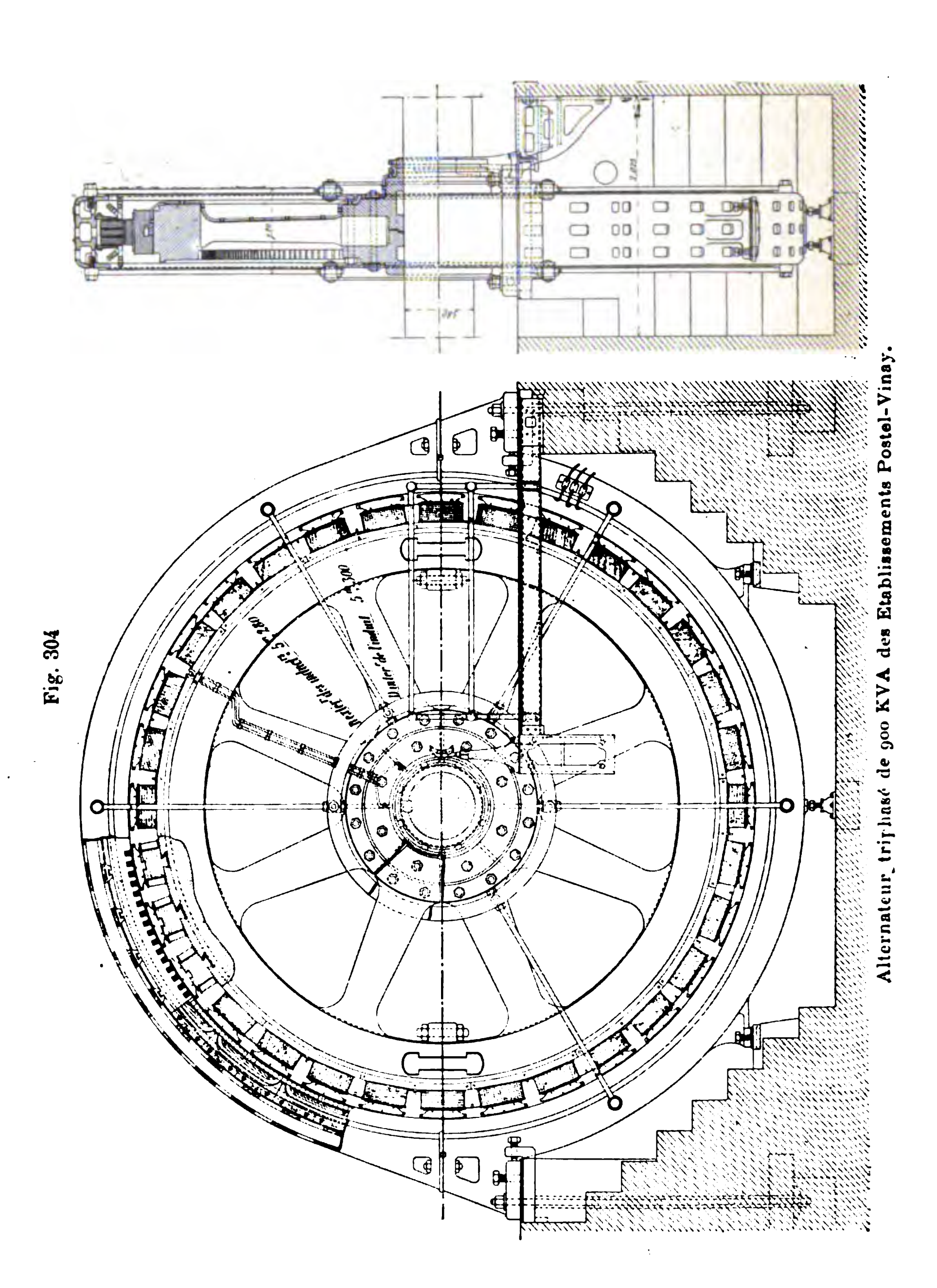
L'inducteur mobile se compose d'un volant de fonte à 8 bras sur la jante duquel sont répartis 32 pôles radiaux.

La jante et les bras sont fondus séparément en deux parties qui s'assemblent suivant un diamètre au moyen de boulons et de clés en acier forgé posées à chaud.

Le moyeu, fondu à part, est formé par la réunion de deux manchons cylindriques clavetés sur l'arbre, entre lesquels sont emprisonnés les bras du volant que l'on relie au moyeu par deux rangées concentriques de tiges filetées, serrées par des écrous sur les faces du moyeu.

Les pôles, en tôles de 1 mm. d'épaisseur, sont maintenus entre deux plaques de serrage par des tiges rivées aux deux extrémités; les noyaux polaires portent des tenons en queue d'aronde qui s'engagent dans des encoches trapézoïdales où ils sont fixés par deux clavettes coniques. Les épanouissements polaires, également en tôles maintenues entre deux plaques de serrage en acier par des tiges de cuivre rouge rivées, se montent sur les têtes des noyaux par tenon et mor-

Fig. 304



Alternateur triphasé de 900 KVA des Etablissements Postel-Vinay.

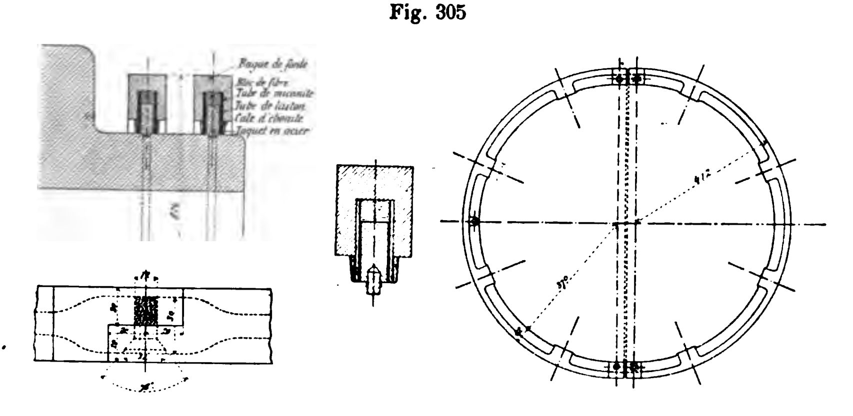
taise à queue d'aronde ; l'arc sous-tendu par un épanouissement polaire est les 0,8 de l'arc polaire.

Le bobinage des pôles est fait d'un ruban de cuivre de 1 mm. d'épaisseur et 60 mm. de largeur enroulé sur champ ; les spires sont séparées par une feuille de papier. Chaque bobine a 105 spires ; la hauteur radiale de l'enroulement est de 150 mm.

Les 32 bobines inductrices sont alimentées en série à la tension de 125 volts ; la résistance totale du circuit inducteur est de 1,12 ohm à 65° C.

L'excitation se règle au moyen d'un rhéostat dont la résistance totale est de 1 ohm environ ; à pleine charge, le courant d'excitation est de 100 ampères environ.

Fig. 305



Alternateur triphasé de 900 KVA (Etablissements Postel-Vinay).
Construction du collecteur à bagues.

Les bagues collectrices du courant d'excitation (*fig.* 305) sont en fonte en deux parties assemblées par des vis ; elles sont isolées de l'arbre par des tubes en micanite et des cales de fibre et d'ébonite. Sur chaque bague frottent deux blocs rectangulaires de charbon maintenus dans un porte-balais en bronze dont les détails de construction sont indiqués sur la *fig.* 306.

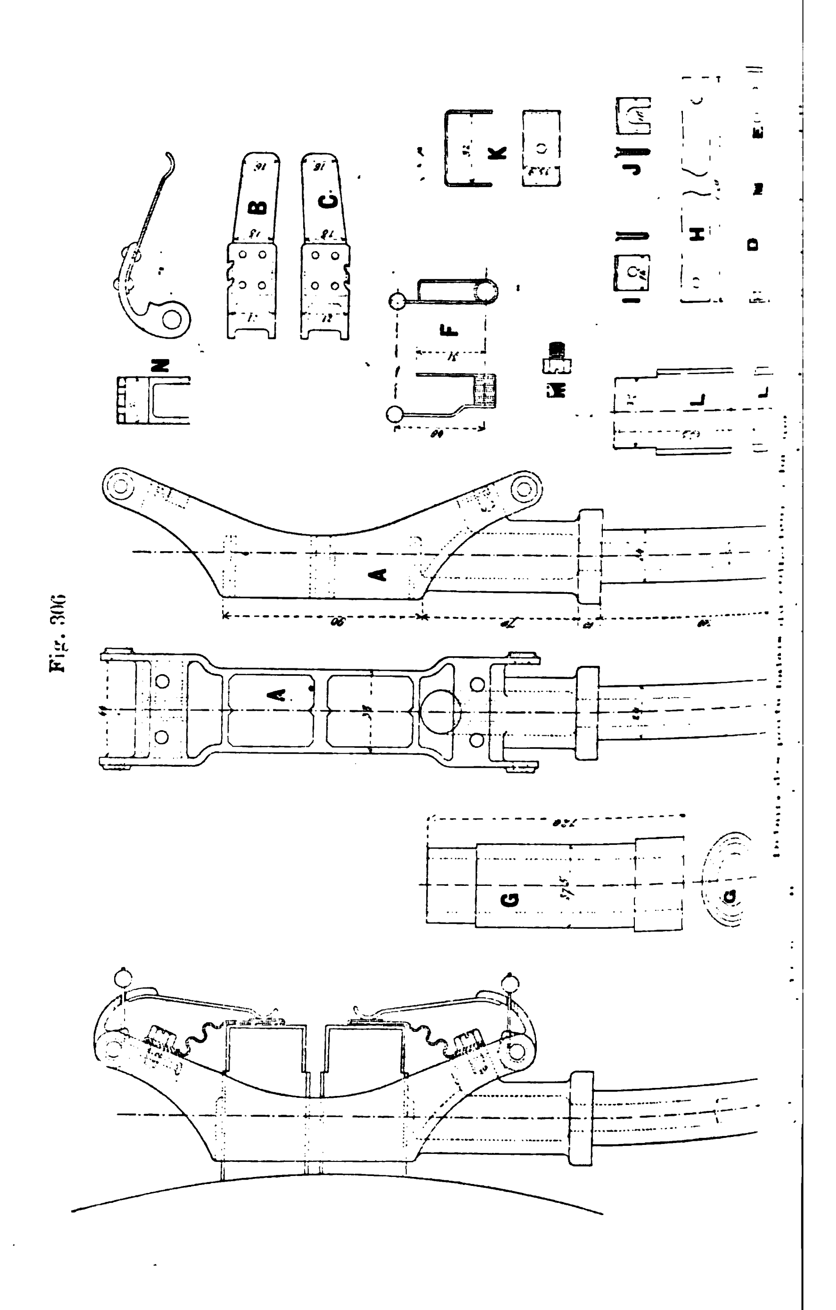
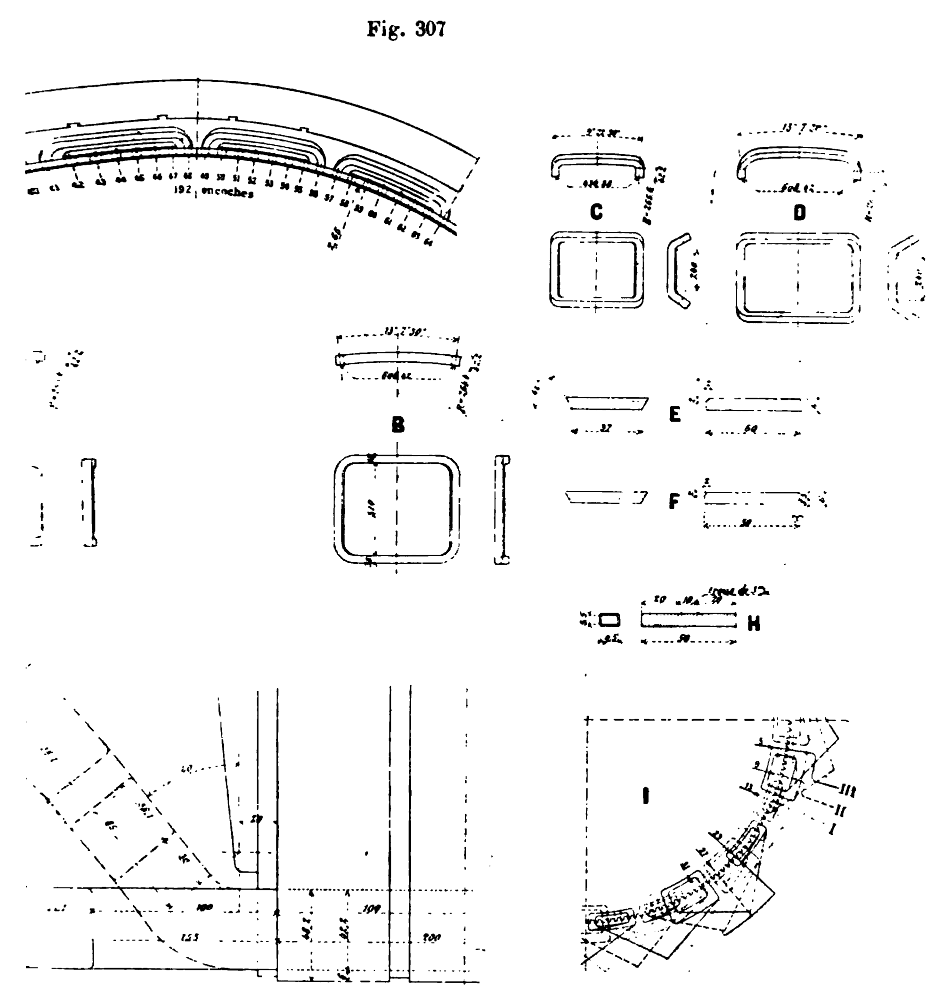


Fig. 306

Fig. 307



Alternateur triphasé de 900 KVA (Etablissements Postel-Vinay).

Détails de l'enroulement induit.

A, bobine droite petite; B, bobine droite grande; C, bobine courbe petite; D, bobine courbe grande, EF, cales de milieu et de côté en bois sec; H, tube de laiton pour le raccordement des spires; I, Schéma de l'enroulement.

La carcasse de l'induit est constituée par un caisson annulaire en fonte cloisonné, coulé en deux parties assemblées suivant un diamètre horizontal. Afin d'empêcher la déformation de la carcasse sous l'action de la pesanteur et des attractions magnétiques entre l'inducteur et l'induit, le caisson annulaire est consolidé par les tirants radiaux indiqués sur la *fig.* 304 ; il repose en 5 points sur des plaques de fondation par l'intermédiaire de vis de réglage permettant d'obtenir un centrage exact sur l'arbre.

Le noyau d'induit est en tôles de 0,5 mm. d'épaisseur divisées en segments que l'on assemble en croisant les joints; ces tôles sont fixées à la surface intérieure de la carcasse par des tenons en queue d'aronde. Le noyau est divisé en trois paquets séparés par des bossages entre lesquels l'air circule librement ; les tôles sont maintenues entre des brides amovibles par des tiges filetées qui traversent le noyau et sont serrées par des écroux.

Le diamètre d'alésage intérieur du noyau est de 5.300 mm.; celui de l'inducteur étant de 5.280 mm., l'entrefer est de 10 mm.

Le noyau est percé de 192 encoches (6 par pôle) ; chaque section est formée de 2 bobines et occupe 4 encoches ; ce qui donne 48 sections complètes, soit 16 par phase.

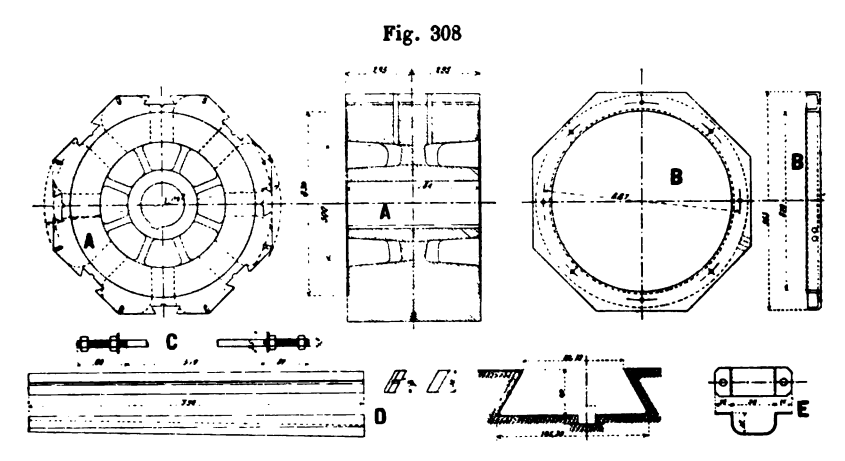
Les bobines élémentaires sont préparées sur gabarits suivant 4 formes (*fig.* 307).

Le conducteur est un câble à 25 fils de 1,3 mm. de diamètre (d'une section totale de 33,75 mm^2) ; chaque bobine élémentaire comprend 9 spires ; la résistance pour une phase est de 0,7071 ohm à 60° ; les trois phases sont groupées en étoile d'après le schéma de la *fig.* 307.

232. Alternateur de 600 KVA des Etablissements Postel Vinay. — Cet alternateur, actionné directement par une turbine faisant 375 tours par minute, a une puissance

nominale de 600 KVA avec une tension de 12000 volts composés (6930 volts par phase) : l'intensité du courant intérieur est de 29 ampères par phase ; la fréquence est de 25 périodes par seconde ; la machine est à 8 pôles.

Fig. 308



Alternateur triphasé de 600 KVA. — Détails du croisillon d'inducteur.

Le croisillon d'inducteur (*fig.* 308) comprend une couronne polygonale A, en acier coulé et deux flasques d'arrêt, B, en fonte. La jante de la couronne porte 8 encoches de section trapézoïdale dans lesquelles se logent les tenons des pièces polaires qui sont ensuite fixées par deux clavettes coniques, D. Les flasques d'arrêt des pièces polaires sont boulonnés sur les bases de la couronne par 8 tiges filetées C.

Les câbles amenant le courant inducteur sont maintenus sur la couronne au moyen de deux pièces E en tôle.

Les détails de construction des pôles et des bobines sont indiqués sur la *fig.* 309.

Les tôles de 1 mm. formant le pôle sont maintenues entre deux flasques de serrage, C, en acier de 15 mm. d'épaisseur, par 3 tiges d'acier, D, rivées aux deux bouts.

Le bobinage des pôles est fait avec 135 spires d'un fil rectangulaire de 9,6 mm. sur 4,7 mm.

Les bobines inductrices A sont montées sur les …
entre deux joues B en carton et maintenues par des …

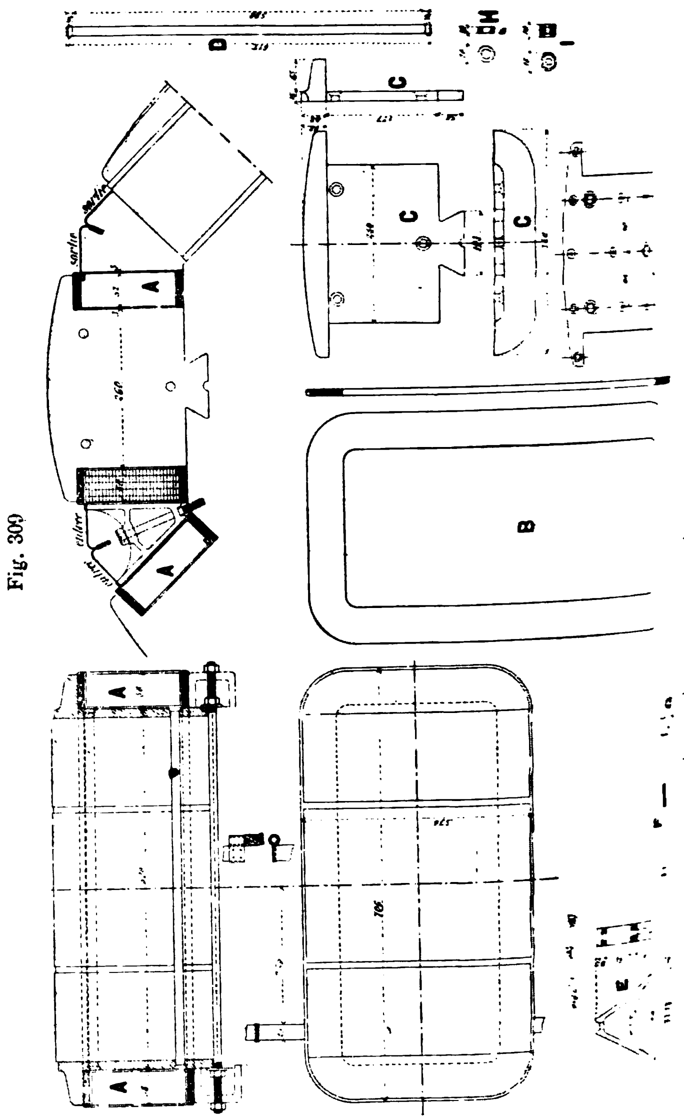


Fig. 309

ses triangulaires E, en bronze, attachées sur la couronne …
les vis F; les tôles d'arrêt G empêchent le desserrage de …
vis.

La résistance totale des 8 bobines inductrices montées en série est de 0,924 ohm à 65° C.; le courant d'excitation à pleine charge est de 70 ampères; la résistance du rhéostat d'excitation est de 1,72 ohm.

La construction de l'induit est analogue à celle de l'alternateur précédent.

Le nombre des encoches est de 48 (6 par pôle); elles ont 30 mm. de largeur sur 85 mm. de profondeur.

Une phase comprend 4 sections de 2 bobines chacune et occupe 4 encoches; chaque bobine a 8 spires de 2 fils de 3 mm. enroulés en parallèle. Les bobines sont préparées sur gabarits et sont de 4 modèles différents comme pour l'alternateur précédent.

Après avoir été introduites dans les encoches, les bobines sont maintenues en place par des cales en bois sec de 8 mm. d'épaisseur, que l'on glisse dans les rainures latérales de l'encoche.

Chaque phase a une résistance de 1,64 ohm à chaud; les trois phases sont groupées en étoile.

233. Dynamos à courants continu et alternatif. — En étudiant le fonctionnement des dynamos à courant continu, nous avons vu que les forces électromotrices partielles, induites dans chacune des boucles de l'enroulement, varient périodiquement de grandeur et de sens; pour obtenir dans le circuit extérieur un courant de direction et d'intensité constantes il faut employer un collecteur par l'intermédiaire duquel les prises du courant, fixes dans l'espace, se déplacent sur la périphérie de l'induit, de manière à capter les courants dans les plans neutres du champ inducteur.

Si les prises de courant se font en des points fixes de l'enroulement, les courants recueillis seront alternatifs.

La même dynamo pourra donc fournir soit des courants continus, soit des courants alternatifs suivant la disposition adoptée pour les recueillir.

Pour transformer une dynamo bipolaire en alternateur simple, il suffira de monter sur l'arbre deux bagues métalliques isolées que l'on reliera respectivement à deux points de l'enroulement diamétralement opposés. Le courant alternatif, que l'on pourra recueillir par deux balais appuyant sur ces bagues, sera la somme de deux courants alternatifs égaux, développés dans les segments adjacents de l'enroulement.

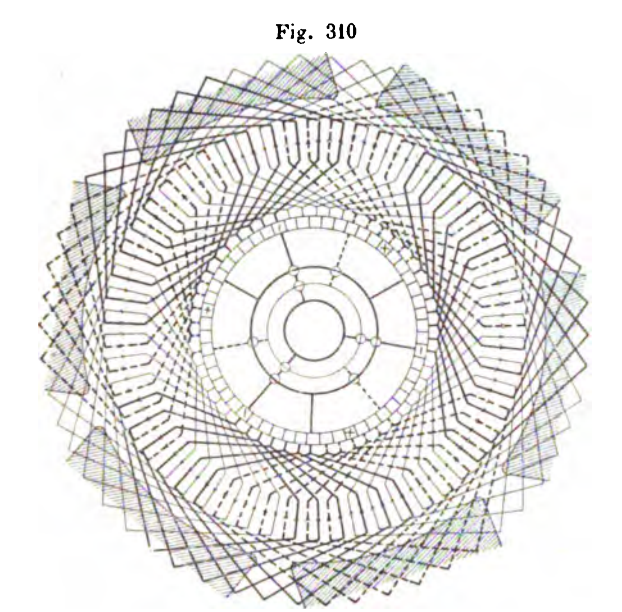
Pour obtenir avec la même dynamo des courants triphasés, on montera sur l'arbre 3 bagues que l'on reliera à trois points de l'enroulement espacés de 120°. Avec 4 bagues et 4 prises de courant espacées de 90° on obtiendrait de même des courants tétraphasés que l'on pourra utiliser sous la forme diphasée.

Pour utiliser une dynamo multipolaire comme alternateur, on montera de même sur l'arbre 2, 3 ou 4 bagues qui seront reliées en deux points de l'enroulement également espacés de manière à diviser l'arc compris entre deux pôles consécutifs de même nom en 2, 3 ou 4 parties suivant le nombre de phases que l'on veut obtenir.

Les *fig.* 310 et 311 indiquent la disposition de ces prises de courant pour une dynamo multipolaire à courant continu devant fournir des courants alternatifs à 3 et à 4 phases.

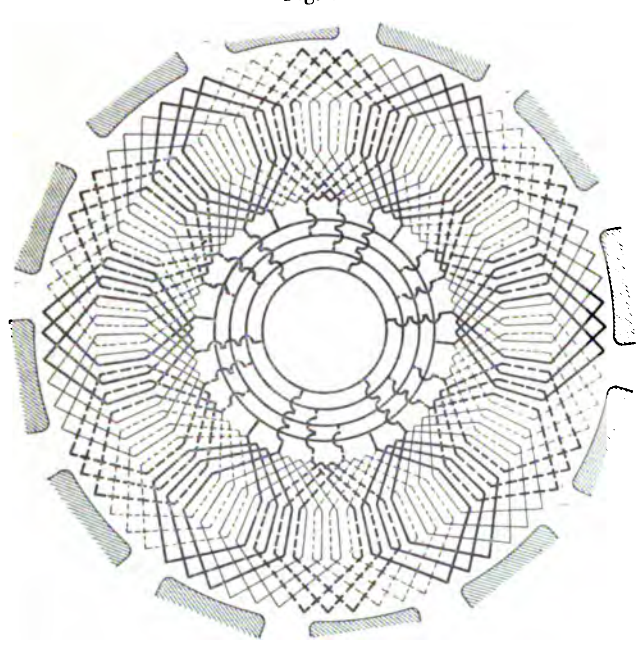
Si l'on n'a en vue que la production de courants alternatifs, on donnera en général la préférence à un alternateur proprement dit; mais si la même usine doit fournir simultanément du courant alternatif et du courant continu, il peut être plus simple et plus économique de n'avoir qu'une seule machine pour alimenter les deux distributions. Si, au lieu d'actionner la dynamo par un moteur mécanique, on la fait fonctionner comme moteur à courant continu, on pourra encore recueillir sur les bagues des courants alternatifs et par conséquent transformer un courant continu en courants alternatifs imples ou polyphasés.

Fig. 310



Dynamo multipolaire montée en commutatrice triphasée.

Fig. 311



Dynamo multipolaire montée en commutatrice tétraphasée.

Les dynamos employées pour réaliser cette transformation s'appellent des *commutatrices.*

L'application la plus importante des commutatrices est celle qui en est faite à l'opération inverse, c'est-à-dire à la transformation d'un système de courants alternatifs polyphasés en courant continu, que nous décrirons après avoir fait l'étude des moteurs à courants alternatifs.

CHAPITRE XVII

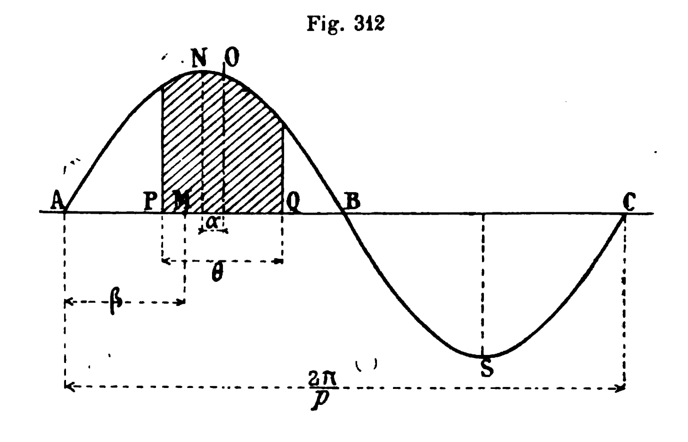
—

ÉTUDE DU FONCTIONNEMENT DES ALTERNATEURS

CALCUL DE LA FORCE ÉLECTRO-MOTRICE

234. Alternateurs à pôles alternés. — Dans un alternateur à pôles alternés, dont l'armature est enroulée en tambour ou en disque, considérons une des boucles de l'induit à l'instant où son axe fait un angle α avec la direction du flux (*fig.* 312) et soient :

Fig. 312



n, le nombre de tours par seconde ;
$2p$, le nombre des pôles inducteurs ;
D, le diamètre de l'induit ;
L, sa longueur parallèlement à l'axe ;

θ, l'angle sous-tendu par la boucle PQ;

β, l'angle d'une génératrice de l'induit avec le point d'induction nulle A;

$AC = \frac{2\pi}{p}$ l'arc compris entre deux pôles de même nom;

ANBSC la sinusoïde dont les ordonnées représentent la valeur de l'induction dans l'entrefer, le long de l'arc ABC;

$\mathfrak{B}_0$ l'amplitude de l'induction.

Le flux correspondant à un élément de surface $\frac{DL}{2} d\beta$ sera

$$d\Phi_\beta = \frac{\mathfrak{B}_0 DL}{2} \sin p\beta d\beta.$$

Le flux correspondant à la boucle PQ, dans la position qu'elle occupe, sera la valeur de l'intégrale

$$\Phi_\alpha = \frac{\mathfrak{B}_0 DL}{2} \int \sin p\beta d\beta,$$

prise entre les limites

$$\beta_1 = \frac{\pi}{2p} + \alpha - \frac{\theta}{2} \qquad \text{et} \qquad \beta_2 = \frac{\pi}{2p} + \alpha + \frac{\theta}{2};$$

ce qui donne

$$\Phi_\alpha = \frac{\mathfrak{B}_0 DL}{p} \sin \frac{p\theta}{2} \cos p\alpha.$$

En représentant par Φ le flux émis par un des pôles, c'est-à-dire le flux qui traverse l'arc $AB = \frac{\pi}{p}$, l'équation précédente donnera

$$\Phi = \frac{\mathfrak{B}_0 DL}{p};$$

et par conséquent

$$\Phi_\alpha = \Phi \sin \frac{p\theta}{2} \cos p\alpha.$$

La force électromotrice induite par le déplacement de la boucle dans le champ sera donc

$$E_1 = p \frac{d\alpha}{dt} \Phi \sin \frac{p\theta}{2} \sin p\alpha = 2\pi pn\Phi \sin \frac{p\theta}{2} \sin p\alpha ;$$

ou, en prenant $p\alpha = 2\pi nt = \omega t$,

$$E_1 = 2\pi pn\Phi \sin \frac{p\theta}{2} \sin \omega t.$$

Si nous représentons par N le nombre des génératrices de l'enroulement dans l'entrefer, celui des boucles élémentaires sera $\frac{N}{2}$: si les boucles sont égales et réunies en série, la force électromotrice de l'alternateur au temps t sera

$$E = \pi pnN\Phi \sin \frac{p\theta}{2} \sin \omega t ;$$

sa valeur efficace sera

$$e = \frac{\pi pnN\Phi}{\sqrt{2}} \sin \frac{p\theta}{2}.$$

Si l'enroulement est divisé en m circuits égaux, chacun d'eux contiendra $\frac{N}{m}$ génératrices et la force électromotrice efficace d'un circuit sera

$$e = \frac{\pi pnN\Phi}{m\sqrt{2}} \sin \frac{p\theta}{2}.$$

Lorsque les boucles de l'enroulement ont des dimensions différentes, on calculera la valeur moyenne de $\sin \frac{p\theta}{2}$ pour une boucle d'après le schéma de l'enroulement.

Si les différentes sections ne sont pas également inclinées sur la direction du flux, on obtiendra la valeur de la force électromotrice en faisant la somme algébrique des forces électromotrices de phases différentes qui se développent dans le circuit.

C'est le cas pour un enroulement en anneau, dont la force électromotrice se calculera de la manière suivante :

Φ étant le flux émis par un des pôles, celui qui traverse le noyau dans un plan faisant un angle $\frac{\pi}{2p} \pm \beta$ avec la direction du flux intérieur aura pour valeur

$$\Phi_\beta = \frac{\Phi}{2} \cos p\beta.$$

En désignant par θ l'arc recouvert par une bobine dont l'axe fait un angle $\frac{\pi}{2p} \pm \alpha$ avec la direction du flux, on aura

$$\Phi_\alpha = \frac{\Phi}{2} \int_{\alpha - \frac{\theta}{2}}^{\alpha + \frac{\theta}{2}} \frac{\cos p\beta d\beta}{\theta} = \frac{\Phi}{p\theta} \sin \frac{p\theta}{2} \cos p\alpha.$$

Si les N génératrices de l'enroulement en anneau sont groupées en m circuits distincts (*fig.* 267, p. 547), chacun d'eux comprendra $\frac{N}{m}$ boucles divisées en $2p$ bobines (une par pôle); on aura dans ce cas

$$\theta = \frac{2\pi}{2pm};$$

et le flux inducteur correspondant à un des circuits de l'induit sera

$$\Phi_m = \frac{N\Phi}{\pi} \sin \frac{\pi}{2m} \cos p\alpha.$$

La force électromotrice à l'instant t sera

$$E = 2pnN\Phi \sin \frac{\pi}{2m} \sin \omega t;$$

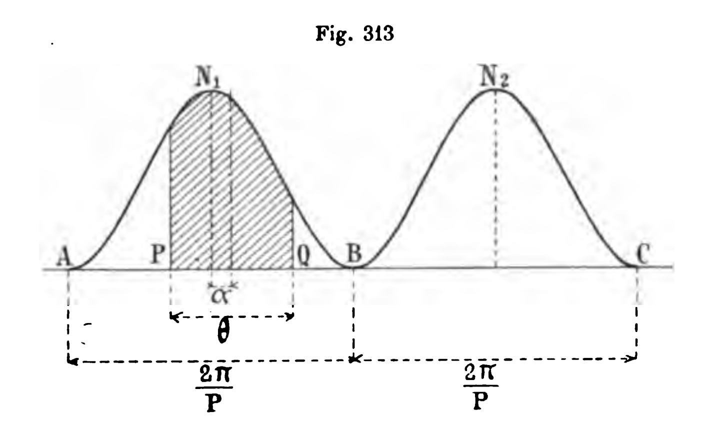
sa valeur efficace sera

$$e = pnN\Phi \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{2m}.$$

235. Alternateurs homopolaires. — Dans ces machines, le flux inducteur est constamment dirigé dans le même sens, mais alternativement croissant et décroissant.

La valeur de l'induction aux différents points de l'entrefer, le long de l'arc ABC, sera représentée par l'ordonnée d'une courbe telle que AN, BN_2C (*fig.* 313).

Fig. 313



Si nous désignons par p le nombre des flux inducteurs, la période du flux correspondra au déplacement angulaire $\frac{2\pi}{p}$, et la courbe de l'induction pourra être représentée par la fonction périodique

$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{B}_0}{2}(1 - \cos p\beta);$$

$\mathfrak{B}_0$ désignant la valeur maximum de l'induction dans l'entrefer.

Le flux qui traverse la boucle PQ, d'ouverture angulaire θ, dont l'axe fait un angle α avec la ligne du pôle, sera la valeur de l'intégrale

$$\Phi_\alpha = \frac{\mathfrak{B}_0}{2}\frac{DL}{2}\int(1 - \cos p\,\beta)\,d\beta$$

prise entre les limites

$$\beta_1 = \frac{\pi}{p} + \alpha - \frac{\delta}{2} \qquad \text{et} \qquad \beta_2 = \frac{\pi}{p} + \alpha + \frac{\delta}{2};$$

ce qui donne

$$\Phi_\alpha = \frac{\mathcal{B}_0 DL}{2p}\left[\frac{p\delta}{2} + \sin\frac{p\delta}{2}\cos p\alpha\right].$$

En prenant $\delta = \frac{2\pi}{p}$, cette équation donnera la valeur totale du flux pour un pôle.

$$\Phi = \frac{\mathcal{B}_0 DL}{2p}\pi;$$

on aura par conséquent

$$\Phi_\alpha = \frac{\Phi}{\pi}\left[\frac{p\delta}{2} + \sin\frac{p\delta}{2}\cos p\alpha\right].$$

La force électromotrice induite dans une boucle sera

$$E_1 = 2pn\,\Phi\sin\frac{p\delta}{2}\sin\omega t,$$

en posant, comme précédemment,

$$\omega = 2\pi pn.$$

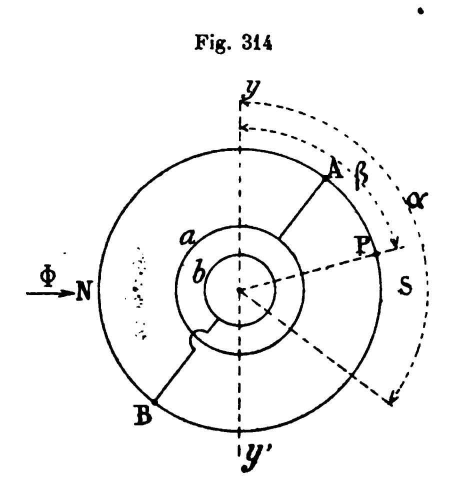
N étant le nombre des génératrices, m le nombre des circuits de l'enroulement, chacun d'eux contiendra $\frac{N}{2m}$ boucles, et la force électromotrice efficace de l'un des circuits sera

$$e = \frac{pnN\Phi}{m\sqrt{2}}\sin\frac{p\delta}{2}. \tag{15}$$

236. Dynamos à courants continu et alternatif. — Sur l'induit d'une dynamo bipolaire (*fig.* 314) prenons deux points diamétralement opposés A et B, que nous

›rons d'une façon permanente à deux bagues collectrices ées, *a* et *b*, montées sur l'arbre.

Fig. 314



Si nous les réunissons par un conducteur extérieur dont es extrémités seront attachées à deux frotteurs appuyant res-›ectivement sur *a* et *b*, le circuit ainsi formé sera traversé par ın courant alternatif.

Désignons par :

N, le nombre des génératrices extérieures ;

n, le nombre de tours par seconde ;

Φ, le flux inducteur émis par le pôle N ;

β, l'angle d'une génératrice P avec le plan neutre *yy'* ;

α, l'angle que fait la bissectrice du segment ASB avec le plan *yy'*.

Le flux qui traverse le plan de la génératrice P étant égal à $\frac{\Phi}{2}\cos\beta$, celui qui traverse les $\frac{N}{2}$ génératrices du segment ASB sera donné par l'intégrale,

$$(1) \qquad \Phi_1 = \frac{N}{2}\,\frac{\Phi}{2}\int_{\alpha-\frac{\pi}{2}}^{\alpha+\frac{\pi}{2}} \frac{\cos\beta d\beta}{\pi} = \frac{N\Phi}{2\pi}\cos\alpha;$$

la force électromotrice induite dans le segment ASB sera

$$E_1 = \frac{d\alpha}{dt} \frac{N\Phi}{2\pi} \sin \alpha = nN\Phi \sin \alpha.$$

En prenant la valeur moyenne de cos β entre les limites $\alpha + \frac{\pi}{2}$ et $\alpha + \frac{3\pi}{2}$ on trouvera de même pour le segment BNA

$$\Phi_2 = -\frac{N\Phi}{2\pi} \cos \alpha \qquad \text{et} \qquad E_2 = -nN\Phi \sin \alpha.$$

Les forces électromotrices induites dans les deux segments sont constamment égales et de signes contraires ; elles sont en opposition sur le circuit extérieur dont le courant sera la somme de deux courants fournis par chacune des moitiés de l'induit.

Les forces électromotrices sont alternatives ; leur période correspond à la durée d'un tour ; et, en prenant $\omega = 2\pi n$, on pourra représenter la force électromotrice alternative par la formule

$$E = nN\Phi \sin \omega t = E_0 \sin \omega t.$$

$E_0 = nN\Phi$ est la force électromotrice que développe la même dynamo fonctionnant comme machine à courant continu dans le même champ avec la même vitesse angulaire.

La force électromotrice efficace du courant alternatif sera

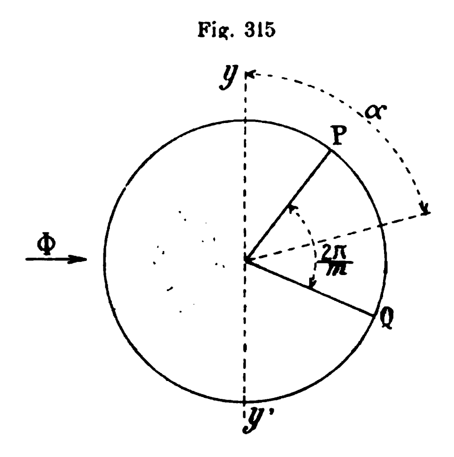
$$e = \frac{nN\Phi}{\sqrt{2}} = \frac{E_0}{\sqrt{2}}.$$

Si nous divisons l'induit en trois segments égaux, reliés à trois bagues distinctes, nous recueillerons sur ces bagues des courants triphasés et ainsi de suite. Dans chaque cas, il existe un rapport déterminé entre la force électromotrice alternative et celle du courant continu.

Supposons l'induit divisé en m segments égaux tels que

(*fig.* 315) et désignons par α l'angle que fait l'axe du segment avec le plan neutre yy'.

Fig. 315



Le flux qui coupe les $\frac{N}{m}$ génératrices comprises entre P et Q sera

$$\Phi_\alpha = \frac{N}{m} \frac{\Phi}{2} \int_{\alpha - \frac{\pi}{m}}^{\alpha + \frac{\pi}{m}} \frac{\cos \beta d\beta}{\frac{2\pi}{m}} = \frac{N}{2\pi} \Phi \sin \frac{\pi}{m} \cos \alpha.$$

La force électromotrice induite dans le segment sera donc

$$E_1 = nN\Phi \sin \frac{\pi}{m} \sin \omega t.$$

Pour le segment suivant, en avance de $\frac{2\pi}{m}$ sur le premier, on aurait de même

$$E_2 = nN\Phi \sin \frac{\pi}{m} \sin \left(\omega t + \frac{2\pi}{m}\right);$$

et ainsi de suite

La force électromotrice efficace d'une phase sera donc

$$e = \frac{nN\Phi}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{m}.$$

Pour $m = 3$, (courants triphasés)

$$e = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} n\mathrm{N}\Phi = 0{,}612 n\mathrm{N}\Phi.$$

Pour $m = 4$ on aura

$$e = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{n\mathrm{N}\Phi}{\sqrt{2}} = \frac{n\mathrm{N}\Phi}{2};$$

si l'on réunit en série les phases 1 et 3 d'une part, 2 et 4 de l'autre, on obtiendra un système de courants diphasés dont les forces électromotrices respectives seront

$$\mathrm{E}_1 = n\mathrm{N}\Phi \sqrt{2} \sin \omega t, \qquad \mathrm{E}_2 = n\mathrm{N}\Phi \sqrt{2} \cos \omega t.$$

Pour obtenir des courants alternatifs au moyen d'une dynamo multipolaire à courant continu, on divisera l'enroulement de l'arc $\frac{2\pi}{p}$ correspondant à la distance angulaire de deux pôles de mêmes noms en m parties égales, et chacune des m bagues collectrices sera reliée aux p points équipotentiels de l'enroulement. Chacun des courants extérieurs sera la somme de $2p$ courants intérieurs égaux de mêmes phases et de fréquence $f = pn$; on trouvera comme précédemment, sans qu'il soit nécessaire de répéter le calcul,

$$\mathrm{E}_k = n\mathrm{N}\Phi \sin \frac{\pi}{m} \sin \left(\omega t + (k - 1) \frac{2\pi}{m}\right);$$

avec

$$\omega = 2\pi pn;$$

et la force électromotrice efficace sera

$$e = \frac{n\mathrm{N}\Phi}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{m}.$$

CARACTÉRISTIQUES

237. Caractéristique à circuit ouvert. — L'étude du fonctionnement d'un alternateur se fait, comme celui des dynamos à courant continu, à l'aide des caractéristiques à circuits ouvert et fermé.

La *caractéristique à circuit ouvert* est la courbe dont les ordonnées représentent la force électromotrice efficace de l'alternateur à circuit ouvert en fonction du courant inducteur pris comme abscisse.

La détermination expérimentale de cette courbe se fait de la même manière que pour une dynamo à courant continu.

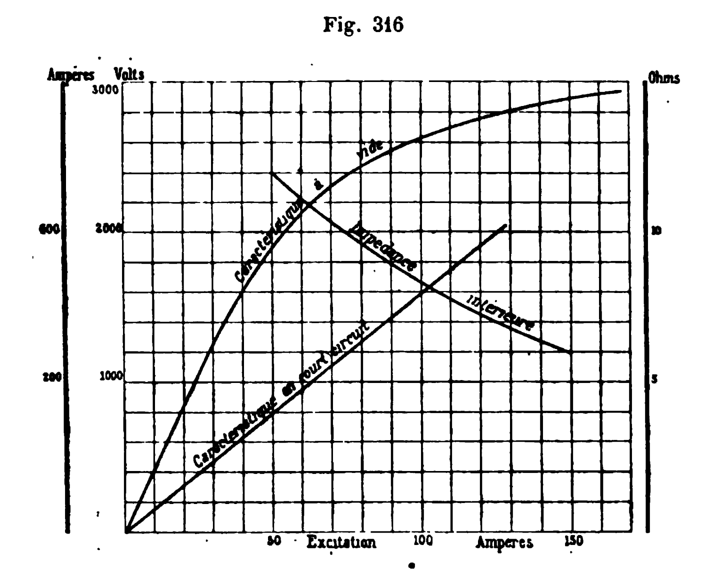
Le courant inducteur, fourni par l'excitatrice, est réglé au moyen d'un rhéostat intercalé dans le circuit et mesuré par un électro-dynamomètre. L'alternateur étant amené à sa vitesse de régime fixée par la fréquence que doit avoir le courant, on mesure au moyen d'un voltmètre électro-statique la différence de potentiel efffcace aux bornes pour différentes intensités du courant inducteur ; le débit étant nul, cette différence de potentiel est égale à la force électro-motrice de la machine.

La caractéristique se trace par points au moyen des données fournies par les observations précédentes, en prenant comme abscisse l'intensité du courant d'excitation et comme ordonnée la différence de potentiel à circuit ouvert pour la fréquence normale.

Si la machine n'est pas encore construite et que l'on connaisse ses dimensions ainsi que la perméabilité magnétique des métaux qui seront employés pour la construire, on pourra déterminer la caractéristique à circuit ouvert par le calcul, de la même manière que celle d'une dynamo à courant continu.

La *fig.* 316 représente la caractéristique à vide d'un alternateur homopolaire à courant alternatif simple, décrit dans le chapitre précédent (**224**).

Fig. 316



238. Caractéristiques externes. — Le courant inducteur étant réglé de manière que la force électromotrice efficace de l'alternateur ait une valeur déterminée, l'intensité du courant débité et la différence de potentiel aux bornes dépendront de la résistance et du coefficient de self-induction du circuit.

La courbe dont les ordonnées donnent la différence de potentiel aux bornes en fonction du courant extérieur s'appelle la *caractéristique externe* de l'alternateur.

Désignons par

e, la force électromotrice efficace à circuit ouvert ;

u, la différence de potentiel efficace aux bornes ;

i, l'intensité efficace du courant ;

R_1, $\mathfrak{L}_1$, la résistance et le coefficient de self-induction de l'alternateur ;

R, $\mathfrak{L}$, la résistance et le coefficient de self-induction du circuit extérieur.

L'impédance totale du circuit formé par l'alternateur et la canalisation extérieure sera

$$\sqrt{(R_1 + R)^2 + \omega^2(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L})^2};$$

impédance extérieure sera

$$\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}.$$

On en déduit :

intensité efficace du courant produit par la force électromotrice e

$$i = \frac{e}{\sqrt{(R_1 + R)^2 + \omega^2(\mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L})^2}}; \quad (1)$$

a différence de potentiel aux bornes

$$u = i\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}; \quad (2)$$

la puissance fournie au circuit extérieur

$$\mathfrak{P} = ui \cos \varphi; \quad (3)$$

φ étant l'angle de retard du courant sur la différence de potentiel aux bornes, c'est-à-dire le *décalage extérieur*, déterminé par le rapport

$$\frac{\omega\mathfrak{L}}{R} = \operatorname{tg} \varphi;$$

on aura

$$\cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}}; \qquad \sin \varphi = \frac{\omega\mathfrak{L}}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}};$$

et comme, d'après l'équation (2)

$$\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2} = \frac{u}{i},$$

on aura aussi

$$R = \frac{u}{i} \cos \varphi; \qquad \omega\mathfrak{L} = \frac{u}{i} \sin \varphi.$$

En portant ces valeurs dans l'équation (1), après avoir élevé ses deux membres au carré, on obtient l'équation de la caractéristique externe

$$(4)\quad (R^2_1 + \omega^2\mathcal{L}^2_1)i^2 + 2ui(R_1 \cos \varphi + \omega\mathcal{L}_1 \sin \varphi) + u^2 - e^2 = 0$$

On voit que la différence de potentiel aux bornes dépend à la fois du débit et du décalage extérieur.

La résistance et la réactance intérieures étant déterminées, la caractéristique externe, définie par l'équation (4), sera une ellipse ayant son centre à l'origine des coordonnées et coupant les axes en deux points déterminés par les conditions

$$i = 0, \quad u = e, \quad ; \quad u = 0, \quad i = \frac{e}{\sqrt{R^2_1 + \omega^2\mathcal{L}^2_1}};$$

l'ordonnée e, qui est la force électromotrice de l'alternateur à vide, est déterminée par le courant d'excitation ;

l'abcisse $\frac{e}{\sqrt{R^2_1 + \omega^2\mathcal{L}^2_1}}$ est le courant qui circule dans l'induit lorsqu'on le met en court-circuit.

Pour déterminer ce courant, après avoir fermé l'induit sur un ampéremètre et mis l'alternateur en marche, on augmente progressivement l'excitation en observant l'intensité du courant de court circuit correspondant à chaque valeur du courant d'excitation.

La courbe que l'on trace en prenant comme abscisse le courant d'excitation et comme ordonnée le courant de court circuit se confond généralement avec une droite ; elle se trace sur la même épure que la caractéristique à vide (*fig.* 316) et fournit les données complémentaires nécessaires à l'étude du fonctionnement de l'alternateur.

Si nous représentons par i_0 le courant de court circuit correspondant à un courant inducteur i' pour lequel la force électromotrice à vide sera e, le quotient

$$\frac{e}{i_0} = \sqrt{R^2_1 + \omega^2\mathcal{L}^2_1},$$

donne la valeur de l'impédance intérieure à ce régime.

En faisant le calcul pour différentes valeurs de e et de i_0, on pourra tracer la courbe dont les ordonnées représenteront l'impédance intérieure en fonction du courant inducteur (*fig.* 316).

Cette méthode de mesure pour la détermination des constantes d'un alternateur a été indiquée par M. Behn-Eschenbourg, ingénieur des Ateliers de Construction d'Oerlikon.

La résistance intérieure R_1 étant connue, la valeur de $\omega \mathcal{L}_1$ se déduira de la relation

$$\omega \mathcal{L}_1 = \sqrt{\frac{e^2}{i_0^2} - R^2_1}.$$

Toutefois, il faut observer que la résistance qui entre dans cette expression est notablement plus élevée que celle de l'induit lui-même : 1° parce que la résistance de l'ampéremètre et de ses connexions n'est pas négligeable à côté de celle de l'induit ; 2° parce que les courants de Foucault qui se développent dans le noyau de l'induit absorbent une certaine quantité d'énergie et que leur effet équivaut à celui d'un accroissement de la résistance intérieure. Il est d'ailleurs possible d'évaluer la valeur à adopter pour le calcul de $\omega \mathcal{L}_1$, en mesurant le courant intérieur, d'abord avec l'ampéremètre seul, puis avec une résistance auxiliaire non inductive.

En général la résistance intérieure de l'alternateur en court-circuit est toujours très petite, comparée à $\omega \mathcal{L}_1$, et la réactance diffère peu de l'impédance.

L'intensité du courant d'excitation étant fixée, e et $\omega \mathcal{L}_1$ seront déterminés et, si l'on connaît la constante de temps $\frac{\mathcal{L}}{R}$ du circuit extérieur, c'est-à-dire $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega \mathcal{L}}{R}$, l'équation (4) permettra de calculer la différence de potentiel qui s'établit aux bornes de l'alternateur pour différents débits.

Pour chaque valeur attribuée à $\frac{\omega \mathcal{L}}{R}$, on aura une ellipse

différente ; mais toutes ces courbes passeront par les deux points A et B (*fig.* 317) tels que

$$\overline{OA} = e; \qquad \overline{OB} = \frac{e}{\sqrt{R_1^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1^2}}.$$

Elles sont comprises entre l'ellipse tracée en prenant $\frac{\omega\mathcal{L}}{R} = 0$ et la corde AB à laquelle se réduit l'ellipse pour $\frac{\omega\mathcal{L}}{R} = \frac{\omega\mathcal{L}_1}{R_1}$.

Au lieu de tracer ces ellipses par points au moyen de l'équation (4), il est plus simple de le faire géométriquement.

Le centre et deux points de la courbe étant donnés, il suffit pour la déterminer complètement de connaître les coefficients angulaires de l'une des tangentes en A ou en B, dont les valeurs se déduisent de l'expression

$$(5) \qquad -\frac{du}{di} = \frac{(R_1^2 + \omega^2 \mathcal{L}_1^2)i + u(R_1 \cos\varphi + \omega\mathcal{L}_1 \sin\varphi)}{(R_1 \cos\varphi + \omega\mathcal{L}_1 \sin\varphi)i + u}.$$

obtenue en différentiant l'équation (4).

Le coefficient angulaire de la tangente en A, c'est-à-dire pour $i = 0$, sera

$$-\frac{du}{di} = R_1 \cos\varphi + \omega\mathcal{L}_1 \sin\varphi$$

et se construit facilement.

Proposons-nous, par exemple de tracer, pour $e = 2\,800$ volts, avec $\cos\varphi = 0{,}80$, la caractéristique externe de l'alternateur dont les caractéristiques à vide et en court circuit sont représentées *fig.* 316.

Nous prendrons (*fig.* 317)

$$\overline{OA} = 2\,800 \text{ volts}; \qquad \overline{OB} = 400 \text{ ampères}.$$

Comme la caractéristique en court circuit donne

$$\sqrt{R_1^2 + \omega^2\mathcal{L}_1^2} = \frac{2\,800}{400} = 7 \text{ ohms, et que } R_1 = 0^{\text{ohm}},253,$$

aura

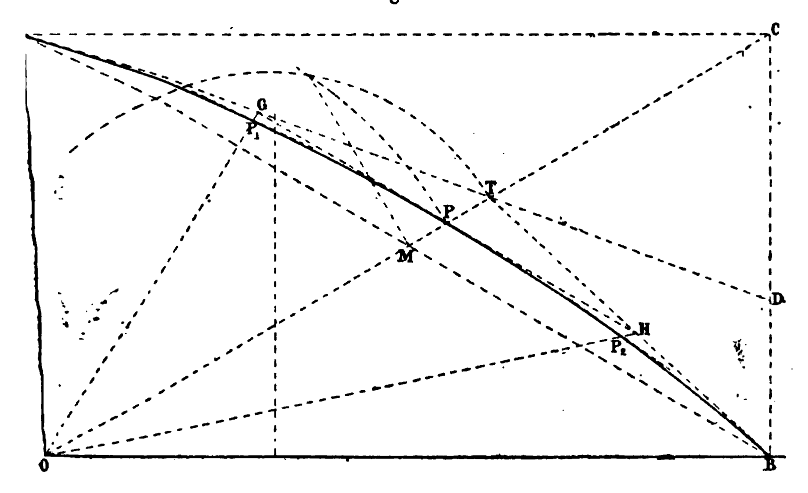
$$\omega\mathfrak{L}_1 = 6^{\text{ohms}},995.$$

Menons les droites $\overline{AC}$ et $\overline{BC}$ parallèles aux axes et prenons

$$\overline{CD} = (0,80\,R_1 + 0,60\,\omega\mathfrak{L}_1)400 = 1\,760 \text{ volts};$$

ligne $\overline{AD}$ sera la tangente de l'ellipse au point A.

Fig. 317



Par le milieu de la corde $\overline{AB}$ menons de l'origine la ligne $\overline{OM}$ jusqu'à la rencontre de $\overline{AD}$ en T; $\overline{TB}$ sera la tangente au point B.

Le point P de la courbe situé sur $\overline{OT}$, devant satisfaire à la condition

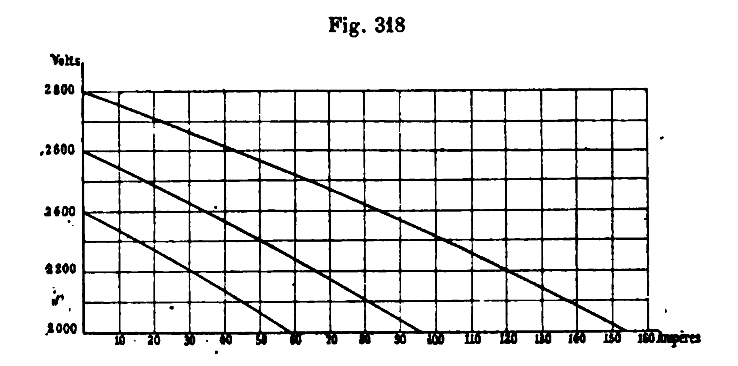
$$\overline{OP}^2 = \overline{OM} \times \overline{OT},$$

se détermine en construisant la moyenne géométrique des deux lignes $\overline{OM}$ et $\overline{OT}$.

En menant par le point P une parallèle à la corde $\overline{AB}$, on aura la tangente à l'ellipse en ce point; elle coupe les tangentes $\overline{AT}$ et $\overline{BT}$ en G et en H. Après avoir tracé les cordes $\overline{AP}$, $\overline{BP}$ et mené les rayons $\overline{OG}$ et $\overline{OH}$, on déterminera les points

P_1 et P_2 de la même manière que le point P, ainsi que les tangentes en P_1 et P_2 parallèles aux cordes respectives.

Fig. 318



La *fig.* 318 donne le tracé des caractéristiques externes de l'alternateur que nous avons choisi comme exemple pour

$$e = 2800 \qquad e = 2600 \qquad e = 2400 \text{ volts}$$

avec un facteur de puissance

$$\cos \varphi = 0{,}80.$$

Ces courbes fourniront directement la valeur de la différence de potentiel qui s'établit aux bornes lorsque, l'excitation ne changeant pas, le débit varie avec décalage extérieur constant; elles permettent également de prévoir l'excitation nécessaire pour maintenir aux bornes une différence de potentiel déterminée avec un débit donné, en trouvant par interpolation l'origine de la caractéristique externe qui passe par le point d'intersection de la droite, u = constante, avec l'ordonnée du débit.

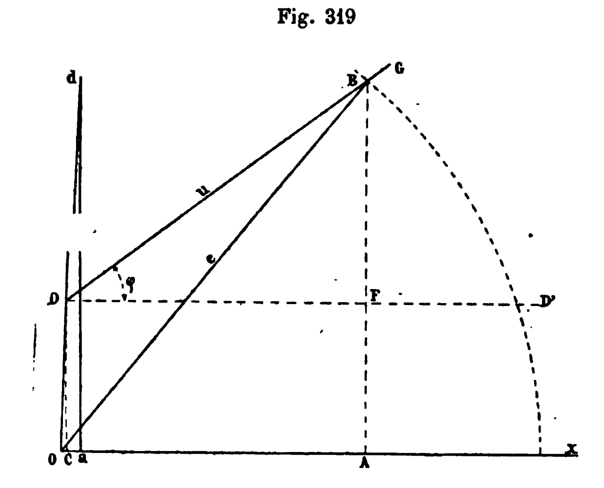
239. Méthode des vecteurs. — Au lieu de tracer les caractéristiques externes définies par l'équation de l'ellipse, on peut déterminer directement la différence de potentiel qui s'établit aux bornes à un régime donné, par la méthode des vecteurs.

E, U, I, étant les valeurs instantanées de la force électromotrice totale, de la différence de potentiel aux bornes et de l'intensité du courant, le problème consiste à résoudre graphiquement les équations différentielles simultanées

$$E = (R_1 + R)I + (\mathcal{L}_1 + \mathcal{L})\frac{dI}{dt}; \tag{1}$$

$$U = RI + \mathcal{L}\frac{dI}{dt}. \tag{2}$$

Fig. 319



Pour construire la première équation, après avoir tracé (*fig.* 319) la ligne Ox comme origine des phases, nous prendrons sur cette ligne une longueur $\overline{OA} = (R_1 + R)i$ et par le point A nous éèlverons la perpendiculaire $\overline{AB} = \omega(\mathcal{L}_1 + \mathcal{L})i$, en avance de 90° sur le vecteur $\overline{OA}$; l'hypothénuse $\overline{OB}$ représentera en grandeur et en phase le vecteur de la force électromotrice E.

Pour construire la deuxième équation, nous prendrons $\overline{OC} = R_1 i$, puis $\overline{CD} = \omega\mathcal{L}_1 i$ en avance de 90° sur $\overline{OC}$; en joignant $\overline{DB}$ et menant $\overline{DF}$ parallèle à $\overline{OA}$, nous aurons le triangle rectangle DFB dont les trois côtés représenteront en

grandeur et en phase les trois vecteurs de l'équation (2)

$$\overline{DF} = Ri; \qquad \overline{FB} = \omega \mathcal{L} i; \qquad \overline{DB} = u;$$

l'angle BDF $=$ arc tg $\frac{\omega \mathcal{L}}{R}$ mesure le décalage extérieur.

Pour déterminer par cette méthode autant de points que l'on désire de la caractéristique externe relative à une valeur donnée de e, on construira d'abord le triangle O*ad* des vecteurs intérieurs pour la marche en court circuit, au moyen des éléments fournis par la *fig.* 316.

Si l'alternateur doit débiter un courant i, on prendra sur l'hypoténuse $\overline{Od}$ (divisée en ampères) une longueur $\overline{OD} = i$; le triangle ODC, semblable à O*da*, donnera les trois vecteurs intérieurs du régime étudié. Par le point D on mènera la droite $\overline{DG}$ faisant avec $\overline{DD'}$ parallèle à Ox, un angle égal au décalage extérieur $\varphi =$ arc tg $\frac{\omega \mathcal{L}}{R}$; le point d'intersection de la droite $\overline{DG}$ et de la circonférence décrite du point O comme centre avec $\overline{Od} = e$ comme rayon détermine le segment de droite $\overline{DB} = u$, qui représente en grandeur et en phase le vecteur de la différence de potentiel aux bornes.

Si le débit de l'alternateur et le décalage extérieur sont fixés, la valeur, e, que doit avoir la force électromotrice à vide pour maintenir aux bornes une différence de potentiel u, se détermine par approximations successives, en faisant l'épure de la *fig.* 319 pour deux valeurs différentes de e entre lesquelles se trouve comprise celle qui satisfait aux conditions imposées.

MESURE DU RENDEMENT

240. Mesure directe. — Le rendement d'un alternateur, c'est-à-dire le rapport entre la puissance électrique utile et la puissance mécanique dépensée, peut se déterminer, comme pour les dynamos à courant continu, en mesurant directement les deux termes du rapport, ou en évaluant la puissance utile et la puissance perdue.

Dans le premier cas, le rendement sera donné sous la forme

$$\eta = \frac{\mathfrak{P}_2}{\mathfrak{P}_1};$$

dans le second cas, sous la forme

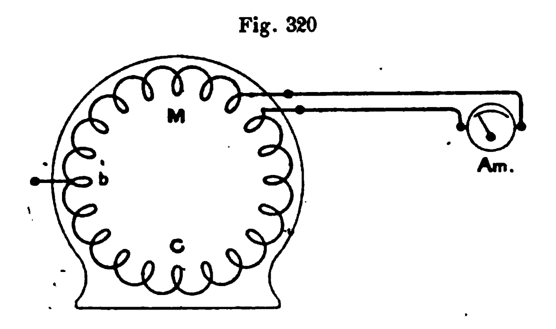
$$\eta = \frac{\mathfrak{P}_2}{\mathfrak{P}_2 + \mathfrak{P}_0}.$$

Pour la mesure directe on fait débiter l'alternateur sur une résistance variable à volonté (lampes à incandescence ou rhéostat), en observant au moyen d'un wattmètre la puissance électrique fournie au circuit extérieur. La puissance mécanique correspondante se détermine soit par un dynamomètre de transmission (**156**), soit en actionnant l'alternateur par un moteur étalonné (machine à vapeur ou moteur à courant continu) comme nous l'avons indiqué au chap. XIII. La méthode directe a l'avantage de fournir le rendement de l'alternateur dans des conditions identiques à celles du service auquel il est destiné en tenant compte des pertes de toute nature à pleine charge.

241. Mesure des pertes. — Quand on ne dispose pas d'un moteur assez puissant pour un essai de cette nature ou que l'on se propose d'analyser les différentes pertes on peut employer une méthode d'opposition analogue à celle qui a

été imaginée par le docteur Hopkinson pour l'essai des dynamos à courant continu. Mais, au lieu de coupler mécaniquement deux alternateurs identiques dont l'un fonctionne en génératrice et l'autre en moteur, on peut, comme l'a indiqué M. Mordey [1], diviser l'induit de l'alternateur en deux parties inégales G et M (*fig.* 320) que l'on réunit en opposition, de manière que la force électromotrice développée en G serve de génératrice, tandis que celle de M agit comme moteur.

Fig. 320



La puissance mécanique nécessaire pour faire tourner l'alternateur à sa vitesse de régime est fournie par un moteur à vapeur ou un électromoteur taré.

Le courant est mesuré au moyen d'un ampèremètre et la différence de potentiel entre les extrémités des circuits au moyen d'un voltmètre. Quand l'excitation, la vitesse de rotation et l'intensité du courant de circulation sont les mêmes que pour la pleine charge, les pertes électriques seront les mêmes ; il en sera de même pour les pertes mécaniques si l'alternateur doit être couplé directement sur l'arbre moteur ; mais s'il doit être commandé par courroie, l'essai ne tient pas compte du travail qui sera absorbé en pleine charge par le frottement de l'arbre dans les paliers résultant de la tension de la courroie, puisque l'alternateur ne reçoit ici que la puissance mécanique nécessaire pour compenser les pertes.

---

[1] *Journal of the Institution of Electrical Engineers*, 23 Février 1893.

En désignant par

u, la différence de potentiel efficace entre les extrémités de M ou de G ;

i, l'intensité efficace du courant de circulation ;

$\mathfrak{P}_m$, la puissance mécanique fournie à l'alternateur ;

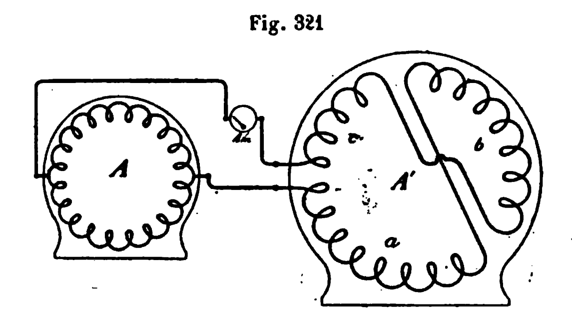
$\mathfrak{P}_e$, la puirsance absorbée par l'excitatrice, si celle-ci n'est pas montée sur l'arbre de l'alternateur ;

le rendement, au régime de $2ui$ volt-ampères, sera donné par le rapport

$$\eta = \frac{2ui}{2ui + \mathfrak{P}_m + \mathfrak{P}_e}.$$

On peut rendre l'essai indépendant des mesures mécaniques en adoptant la disposition de la *fig.* 321.

Fig. 321



L'induit de l'alternateur A′ est divisé en trois parties a, b, c, que l'on réunit de manière que les forces électromotrices de a et b se neutralisent, tandis que la partie c agira comme moteur. L'énergie nécessaire pour entraîner A′ est fournie par l'alternateur auxiliaire A.

Les deux machines ayant été amenées au synchronisme, on fait tomber la couroie de A′ qui continue à tourner sous l'action du courant reçu de A.

Le champ de A′ étant excité normalement, si le nombre des bobines comprises dans la partie c a été convenablement

choisi, on pourra faire circuler dans l'armature un courant d'intensité égale à celle de la pleine charge et évaluer les pertes correspondantes en mesurant, au moyen d'un wattmètre, la puissance électrique fournie par l'alternateur A'.

On peut aussi, comme pour les dynamos à courant continu, évaluer le rendement d'un alternateur en mesurant la puissance nécessaire pour le faire tourner à vide à différentes vitesses avec et sans excitation, ce qui permettra de déterminer séparément les pertes par frottements, hystérésis et courants de Foucault.

Ces déterminations se font soit en actionnant l'alternateur par un moteur taré, soit par la méthode chronométrique (**163**) en observant le décroissement de la vitesse en fonction du temps lorsque la machine, après avoir été lancée à sa vitesse de régime, est abandonnée à elle-même jusqu'au repos.

La puissance absorbée par l'effet Joule aux différents régimes se calcule ensuite d'après les résistances de l'inducteur et de l'induit mesurées à chaud.

Il faut remarquer toutefois que le rendement réel de l'alternateur sera un peu inférieur à la valeur que l'on obtient en se basant sur la mesure des différentes pertes à vide, parce que le travail du frottement de l'arbre dans ses coussinets est plus élevé lorsque l'alternateur est en charge et que les fluctuations périodiques du flux à la surface des pôles donnent lieu à une perte plus ou moins grande d'énergie qui ne se produit pas dans la marche à vide.

COUPLAGE DES ALTERNATEURS

242. Couplage en série. — La théorie du couplage des alternateurs a été donnée par le Dr J. Hopkinson, dont nous suivrons l'exposé avec quelques modifications de détails. Cette théorie suppose que la courbe de la force électromotrice est une sinusoïde et que les coefficients de self-induction des machines sont constants.

Considérons deux alternateurs, A_1 et A_2, ayant même période, couplés en série et mus par des moteurs indépendants.

Désignons par

E_1 et E_2, les forces électromotrices instantanées de A et de A_2;

e_1 et e_2, les valeurs efficaces de ces forces électromotrices;

R et $\mathcal{L}$, la résistance et le coefficient de self-induction du circuit formé par les deux alternateurs et le conducteur qui les réunit; et supposons qu'à un instant quelconque les phases de E_1 et de E_2 diffèrent d'un angle α.

La force électromotrice totale du circuit des machines, à l'instant t, sera

$$(1) \qquad E = E_1 + E_2 = e_1\sqrt{2}\sin\omega t + e_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \alpha).$$

En posant $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\mathcal{L}}{R}$, l'intensité du courant sera déterminée par l'équation

$$(2) \quad I = \frac{\cos\varphi}{R}\left[e_1\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi) + e_2\sqrt{2}\sin(\omega t + \alpha - \varphi)\right];$$

l'intensité efficace sera

$$(3) \qquad i = \frac{\cos\varphi}{R}\sqrt{e_1^2 + e_2^2 + 2e_1e_2\cos\alpha}.$$

Les puissances développées par A_1 et A_2 seront

$$(4)\quad \mathfrak{P}_1 = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} E_1 I dt = \frac{\cos\varphi}{R}\left[e^2_1\cos\varphi + e_1e_2\cos(\alpha-\varphi)\right];$$

$$(5)\quad \mathfrak{P}_2 = \frac{\omega}{2\pi}\int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} E_2 I dt = \frac{\cos\varphi}{R}\left[e^2_2\cos\varphi + e_1e_2\cos(\alpha+\varphi)\right].$$

La puissance totale développée dans le circuit des deux machines sera

$$(6)\qquad \mathfrak{P} = \mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_2 = \frac{\cos^2\varphi}{R}\left[e^2_1 + e^2_2 + 2e_1e_2\cos\alpha\right].$$

Cette puissance sera maximum pour $\alpha = 0$; minimum pour $\alpha = \pi$; dans le premier cas l'équilibre est instable ; dans le second il est stable. En effet, à moins de relier les deux alternateurs d'une façon rigide, on ne peut maintenir leurs vitesses rigoureusement égales ; et, pour que le régime soit stable, les variations accidentelles de vitesse de l'un ou de l'autre des alternateurs devront tendre à se corriger d'elles-mêmes.

Il faut, par conséquent, que, si l'une des machines s'accélère, la puissance qu'elle développe augmente ; et, inversement, que cette puissance diminue si la machine tend à ralentir.

Lorsque la vitesse de l'une des machines varie, la différence de phase variera également et l'on aura

$$(7)\qquad d\mathfrak{P}_1 = -\frac{\cos\varphi}{R}e_1e_2\sin(\alpha-\varphi)d\alpha;$$

$$(8)\qquad d\mathfrak{P}_2 = -\frac{\cos\varphi}{R}e_1e_2\sin(\alpha+\varphi)d\alpha.$$

Si l'alternateur A_2 s'accélère, α augmentera ($d\alpha > 0$) ; pour que l'équilibre se rétablisse il faut que la puissance $\mathfrak{P}_2$ aug-

mente ($d\mathfrak{P}_2 > o$) et que la puissance $\mathfrak{P}_1$ diminue ($d\mathfrak{P}_1 < o$). Pour $d\alpha < o$, on devra avoir $d\mathfrak{P}_2 < o$ et $d\mathfrak{P}_1 > o$; c'est-à-dire que la condition de stabilité exige que l'on ait à la fois

$$\frac{d\mathfrak{P}_1}{d\alpha} < o; \qquad \frac{d\mathfrak{P}_2}{d\alpha} > o$$

et par conséquent

$$\sin(\alpha - \varphi) > o; \qquad \sin(\alpha + \varphi) < o$$

ou

$$\varphi < \alpha < \pi + \varphi; \qquad \pi - \varphi < \alpha < 2\pi - \varphi.$$

La stabilité sera maximum si, pour un écart quelconque de la vitesse, les puissances varient en sens inverses l'une de l'autre de façon que

$$d\mathfrak{P}_1 + d\mathfrak{P}_2 = o; \qquad \text{ou} \qquad \sin(\alpha + \varphi) + \sin(\alpha - \varphi) = o;$$

et, puisque α ne peut pas être nul, la condition du maximum de stabilité sera $\alpha = \pi$.

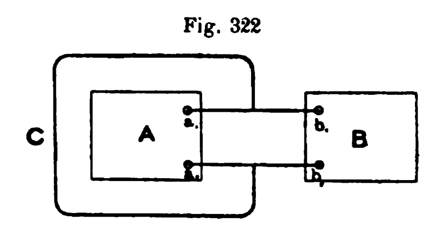
Par conséquent, lorsque deux alternateurs sont couplés en série, il suffit d'une légère différence de phase entre les forces électromotrices des deux machines pour que la machine dont la force électromotrice est en avance sur l'autre tende à accélérer son mouvement, tandis que la machine en retard le ralentit, jusqu'à ce que les deux machines arrivent à se mettre en opposition.

On ne peut donc pas coupler utilement en série deux alternateurs indépendants de manière que leurs forces électromotrices s'ajoutent; mais on peut très bien les coupler en parallèle de façon que leurs courants s'ajoutent.

243. Couplage en parallèle. — D'après ce que nous venons de voir, lorsque deux alternateurs A et B sont couplés en série (*fig.* 322) ils se mettront en opposition et si leurs

forces électromotrices sont égales, il ne passera pas de courant d'une machine dans l'autre. Mais si l'on réunit les fils de connexion, a_1b_1 et a_2b_2 par le conducteur C, les forces électromotrices des deux alternateurs A et B seront en concordance de phase sur le circuit extérieur, c'est-à-dire que les machines seront couplées en parallèle sur le conducteur C, qui recevra un courant égal à la somme des courants débités individuellement par chaque alternateur.

Fig. 322



Pour que le régime soit stable, il faut que les alternateurs tendent à revenir à la concordance des phases si, par une cause quelconque, il se produit un retard ou une avance dans l'allure de l'une des machines. Il faut pour cela que la puissance électrique développée par la machine en avance augmente afin qu'elle ait une tendance à ralentir, et que la puissance développée par la machine en retard diminue de façon que celle-ci ait une tendance à accélérer son mouvement.

Considérons deux alternateurs identiques dont les excitations seront réglées de façon que chacun d'eux développe la même force électromotrice efficace, e ; et désignons par

r et λ la résistance et le coefficient de self-induction de chaque machine ;

R et $\mathcal{L}$, la résistance et le coefficient de self-induction du circuit extérieur ;

E_1 et E_2, les forces électromotrices alternatives à l'instant t.

I_1 et I_2, les intensités des courants débités par les deux alternateurs au même instant ;

$I = I_1 + I_2$, l'intensité totale du courant extérieur.

Pour déterminer la condition de stabilité, nous supposerons que la phase de l'un des alternateurs se trouve en avance sur celle de l'autre ; et, en désignant par 2α le décalage des phases, nous pourrons représenter les forces électromotrices des deux machines à l'instant t par les expressions

$$E_1 = e\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha); \qquad E_2 = e\sqrt{2} \sin(\omega t - \alpha).$$

Les intensités des courants débités par chacune des machines seront déterminées par les deux équations

$$(1) \qquad rI_1 + \lambda \frac{dI_1}{dt} + RI + \mathfrak{L} \frac{dI}{dt} = e\sqrt{2} \sin(\omega t + \alpha);$$

$$(2) \qquad rI_2 + \lambda \frac{dI_2}{dt} + RI + \mathfrak{L} \frac{dI}{dt} = e\sqrt{2} \sin(\omega t - \alpha).$$

En ajoutant (1) et (2), on obtient l'équation

$$(3) \qquad (r + 2R)I + (\lambda + 2\mathfrak{L}) \frac{dI}{dt} = 2e\sqrt{2} \cos\alpha \sin\omega t,$$

qui détermine le courant total

$$(4) \quad I = \frac{2e\sqrt{2}\cos\alpha}{(r + 2R)^2 + \omega^2(\lambda + 2\mathfrak{L})^2} \left[(r + 2R)\sin\omega t - \omega(\lambda + 2\mathfrak{L})\cos\omega t\right].$$

En retranchant (2) de (1), et en posant $I_1 - I_2 = I_0$, on aura l'équation

$$(5) \qquad rI_0 + \lambda \frac{dI_0}{dt} = 2e\sqrt{2} \sin\alpha \cos\omega t,$$

qui donne

$$(6) \qquad I_0 = \frac{2e\sqrt{2}\sin\alpha}{r^2 + \omega^2\lambda^2} \left[r\cos\omega t + \omega\lambda \sin\omega t\right].$$

Au moyen des valeurs trouvées pour I et I_0, on calculera les intensités des courants fournis par les deux alternateurs

$$I_1 = \frac{I + I_0}{2}; \qquad I_2 = \frac{I - I_0}{2}.$$

On voit que le courant débité par chacune des machines peut se décomposer en deux courants :

l'un, $\frac{I}{2}$, passe dans le circuit extérieur ; c'est le courant utile ;

l'autre, $\frac{I_o}{2}$, reste confiné dans le circuit intérieur des machines ; il est produit par la machine dont la phase est en avance, et reçu par celle dont la phase est en retard ; de telle sorte que la première machine se ralentit tandis que la seconde s'accélère ; c'est ce courant de circulation intérieure qui maintient le synchronisme.

Les puissances, $\mathfrak{P}_1$ et $\mathfrak{P}_2$, développées par les deux alternateurs, seront

$$\mathfrak{P}_1 = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left(\frac{E_1 I}{2} + \frac{E_1 I_o}{2}\right) dt,$$

$$\mathfrak{P}_2 = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left(\frac{E_2 I}{2} + \frac{E_2 I_o}{2}\right) dt.$$

La puissance synchronisante, c'est-à-dire la différence des puissances développées par les deux machines sera

$$\mathfrak{P}_s = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} \left(\frac{E_1 + E_2}{2} I_o + \frac{E_1 - E_2}{2} I\right) dt ;$$

et, en effectuant les calculs,

$$\mathfrak{P}_s = e^2 \sin 2\alpha \left[\frac{\omega\lambda}{r^2 + \omega^2\lambda^2} - \frac{\omega(\lambda + 2\mathfrak{L})}{(r + 2R)^2 + \omega^2(\lambda + 2\mathfrak{L})^2}\right].$$

Comme la réactance, $\omega\lambda$, est toujours beaucoup plus grande que la résistance r, la puissance synchronisante $\mathfrak{P}_s$ sera positive quelles que soient les valeurs de R et de $\mathfrak{L}$.

Par conséquent, si les deux alternateurs sont conduits par des moteurs à puissance moyenne constante, la machine A qui est en avance développera plus de travail et se ralentira, tandis que la machine B s'accélère ; de telle sorte que le syn chronisme se rétablira d'autant plus vite que le terme entre parenthèses sera plus grand (1).

Pour coupler une machine avec d'autres alternateurs alimentant déjà un réseau, on la fait tourner à sa vitesse normale et on règle son excitation de manière que sa force électromotrice soit la même que celle des autres.

La concordance de phases se vérifie au moyen d'un *indicateur de phase;* sous sa forme la plus simple l'appareil se réduit à une lampe à incandescence de résistance convenable que l'on intercale entre les points a_1 et b_1 (*fig.* 322). Lorsque les phases concordent sur le circuit extérieur, c'est-à-dire lorsque les deux alternateurs sont en opposition, la lampe s'éteint. Si les alternateurs ont une tension élevée, ce qui est le cas le plus fréquent, la lampe témoin, au lieu d'être intercalée directement entre les deux alternateurs, est montée sur l'enroulement secondaire d'un transformateur réducteur de tension, dont l'enroulement primaire est divisé en deux bobines égales qui sont reliées respectivement aux bornes du réseau et à celles de la machine que l'on veut coupler. Les deux circuits primaires sont disposés de façon que la force électromotrice induite dans l'enroulement secondaire soit nulle lorsque les phases sont en concordance par rapport au circuit extérieur.

Si la vitesse de la machine à coupler diffère un peu de celle

---

(1) Pour l'alternateur dont nous avons étudié le fonctionnement, on aurait à pleine charge, avec $\cos \varphi = 0{,}80$, pour $e = 2.800$ volts, $i = 125$ ampères,

$$\mathfrak{P}_s = 1.014 \sin 2\alpha \text{ kilowatts};$$

et il suffira d'un décalage de $\frac{1}{720}$ de période ($2\alpha = 30'$) pour développer une puissance synchronisante de 8.800 watts (environ 12 chevaux).



des autres machines, la lampe présente des variations d'éclat dont l'observation permettra d'effectuer le couplage au moment où l'extinction se produit.

La machine étant alors branchée sur le réseau, on agira sur l'introduction de vapeur de manière à faire débiter à l'alternateur sa part du courant total.

Lorsque les alternateurs, qui travaillent parallèlement sur un réseau, se trouvent dans des conditions de charge identiques, les variations du débit seront sans influence sur la stabilité du synchronisme parce que la charge se répartira également sur l'ensemble des machines en vertu de l'action des courants de circulation intérieurs, à moins que, par suite de conditions défectueuses, les moteurs, qui commandent les alternateurs, ne viennent détruire le synchronisme que les réactions mutuelles, qui s'exercent entre les alternateurs, tendent constamment à maintenir.

ÉTUDE D'UN PROJET D'ALTERNATEUR

244. Données. — L'alternateur sera défini par les conditions suivantes :

Nombre de phases ;

Nombre de périodes par seconde ;

Puissance nominale en kilovoltampères (KVA) ;

Différence de potentiel aux bornes ;

Facteur de puissance du circuit d'utilisation ;

Rendement.

Nous admettons, en outre, que l'alternateur est à inducteur mobile et que le noyau de tôles de l'induit fixe est percé d'encoches destinées à loger l'enroulement induit qui sera fait en tambour ; c'est, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, la disposition adoptée par la généralité des constructeurs.

Si l'alternateur doit être commandé directement par son moteur, le nombre de tours par minute étant donné, celui des pôles se trouve déterminé par la fréquence du courant.

Lorsque la commande est faite par transmission on aura une certaine latitude pour fixer le nombre de tours et celui des pôles, en choisissant une valeur convenable pour la vitesse tangentielle de l'inducteur.

Lorsque l'alternateur doit alimenter à la fois des lampes et des moteurs, les fréquences les plus usitées sont comprises entre 40 et 60 périodes par seconde ; s'il ne doit alimenter que des moteurs, on adopte souvent la fréquence de 25 périodes par seconde.

Lorsque le circuit d'alimentation comprend des transformateurs et des moteurs, le facteur de puissance à pleine charge est le plus souvent compris entre 0,8 et 0,7.

La puissance et la différence de potentiel aux bornes étant fixées, ainsi que le facteur de puissance, on en déduira l'intensité efficace du courant induit pour une phase par l'une des formules suivantes

$$\left\{\begin{array}{l} \mathfrak{P} = ui \cos\varphi \text{ pour un alternateur simple;} \\ \mathfrak{P} = 2ui \cos\varphi \text{ pour un alternateur diphasé;} \\ \mathfrak{P} = ui\sqrt{3} \cos\varphi \text{ pour un alternateur triphasé.} \end{array}\right.$$

245. Force électromotrice à vide. — La force électromotrice que l'alternateur doit développer à vide pour maintenir aux bornes la différence de potentiel normale dépendra de l'impédance intérieure. Comme sa valeur ne peut être déterminée que lorsque les dimensions de la machine seront connues, il faut commencer par l'évaluer d'une façon approchée.

Considérons le diagramme des vecteurs (*fig.* 319, p. 617).

Le triangle OBD donne

$$e^2 = u^2 + \overline{OD}^2 - 2u \times OD \cos \widehat{ODB}.$$

En représentant par i_0 le courant de court-circuit correspondant à la force électromotrice e, nous aurons

$$\overline{OD} = i\sqrt{R_1^2 + \omega^2 \mathfrak{L}_1^2} = i\frac{e}{i_0}.$$

La chute de tension ohmique, $R_1 i$, étant toujours très faible, l'angle $\widehat{ODB}$ différera très peu de $\frac{\pi}{2} + \varphi$, et l'équation précédente donnera

$$e^2 = u^2 + \frac{e^2 i^2}{i_0^2} + \frac{2uei}{i_0}\sin\varphi;$$

φ étant donné, on pourra déterminer e en fonction de u en faisant une hypothèse sur le rapport du courant normal et du



courant de court circuit, qui est généralement compris entre 1/3 et 1/4.

Avec cos $\varphi = 0{,}8$ et sin $\varphi = 0{,}6$, on aurait pour

$$\frac{i}{i_0} = \frac{1}{4} \qquad e = 1{,}21\ u;$$

$$\frac{i}{i_0} = \frac{1}{3} \qquad e = 1{,}31\ u.$$

Avec cos φ = sin $\varphi = 0{,}7071$, on aurait pour

$$\frac{i}{i^0} = \frac{1}{3} \qquad e = 1{,}36\ u$$

Au moyen de la valeur de e, ainsi déterminée, on pourra calculer les dimensions de l'induit.

246. Calcul des dimensions de l'induit. — Nous avons vu que la force électromotrice efficace d'un alternateur se calcule par la formule

$$(1) \qquad e = \mathrm{K}pn\frac{\mathrm{N}}{m}\Phi \times 10^{-8},$$

dans laquelle on a

$\mathrm{K} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \sin\frac{p\theta}{2}$ pour un alternateur en tambour avec pôles alternés (**234**);

$\mathrm{K} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\frac{p\theta}{2}$ pour un alternateur homopolaire, en tambour (**235**);

m est le nombre des circuits distincts ;

θ est l'ouverture angulaire moyenne d'un cadre de l'induit.

En désignant par

D, le diamètre d'alésage du noyau d'induit ;

L, sa longueur parallèlement à l'axe ;

$\mathfrak{B}$, la valeur *moyenne* de l'induction dans l'entrefer ;

a, le nombre d'ampères efficaces par centimètre de circonférence du noyau d'induit ;

v, la vitesse périphérique de l'inducteur en centimètres par seconde ;

nous aurons les relations suivantes

$$\Phi = \frac{\pi DL}{2p} \mathfrak{B} ; \tag{2}$$

$$Ni = \pi Da ; \tag{3}$$

$$v = \pi Dn. \tag{4}$$

En portant ces valeurs dans l'expression de la force électromotrice on obtient les équations

$$D^2L = 2m \frac{10^8}{K\pi^2 \mathfrak{B} a} \cdot \frac{ei}{n} \tag{5}$$

$$DL = 2m \frac{10^8}{K\pi \mathfrak{B} a} \cdot \frac{ei}{v} \tag{6}$$

à l'aide desquelles on calculera les dimensions de l'induit pour différentes valeurs de $\mathfrak{B}$, de a et de v, de manière à pouvoir choisir les plus convenables.

$\mathfrak{B}$ est le plus souvent compris entre 6000 et 8000 unités CGS.

a est le plus souvent compris entre 200 et 300 ampères par cm.

Pour les inducteurs à pôles alternés on dépasse rarement la vitesse tangentielle de 30 mètres par seconde; tandis que pour les alternateurs homopolaires dont la bobine inductrice est fixe, on peut aller jusqu'à 50 mètres par seconde et même au-delà.

Le diamètre de l'induit sera donc limité par la vitesse périphérique admissible pour l'inducteur.

Comme la largeur, L, est toujours très petite comparativement au diamètre et que la partie de l'enroulement qui se trouve en dehors des encoches est ventilée par le courant d'air que déplace l'inducteur, il suffit de prévoir une surface de refroidissement de 4 à 5 cm² par watt dissipé dans le fer et dans le cuivre.

N devant être un multiple du nombre des pôles, la valeur déduite de l'équation (3) sera modifiée, s'il y a lieu, de manière à satisfaire aux conditions de l'enroulement.

On pourra alors faire l'épure d'une section de l'induit et calculer, d'après la longueur du fil, la section du conducteur de façon que la perte par effet Joule ne dépasse pas la valeur prévue (en général 0,01 à 0,025 de la puissance utile) ; la densité du courant est le plus souvent comprise entre 2 et 4 ampères par mm² de cuivre.

Pour les grandes intensités de courant on emploie soit des conducteurs formés de plusieurs fils bobinés en parallèle, soit une bande de cuivre enroulée en plusieurs couches sur un gabarit de manière à former une bobine enroulée isolée.

Comme l'énergie électrique qui se transforme en chaleur dans le conducteur pénètre par la surface et que la transmission de la périphérie au centre n'est pas instantanée, l'action calorifique n'est uniformément distribuée dans la section du cuivre que lorsque le courant est devenu constant. Par conséquent dans le cas d'un courant alternatif, la densité du courant va en diminuant de la périphérie au centre, d'autant plus rapidement que la période est plus courte. Il en résulte que la résistance du conducteur n'est pas la même pour le courant alternatif que pour le courant continu et dépend de l'épaisseur du métal.

d, étant le diamètre du cuivre en mm.

R_c la résistance pour un courant continu ;

la résistance du même conducteur pour un courant alternatif de fréquence *f* sera donnée par la formule approchée (Maxwell, *Traité d'Electricité et de Magnétisme*).

$$R_a = R_c \left[1 + 0{,}8 \frac{f^2 d^4}{10^{10}} \right].$$

Pour $d = 10$ mm., on aurait à la fréquence de 50 périodes par seconde

$$R_a = 1{,}002\, R_c.$$

On voit qu'à cette fréquence il est préférable d'employer, pour l'enroulement, des fils ou des bandes de cuivre dont l'épaisseur soit inférieure à 10 mm.

Les encoches du noyau de l'induit sont le plus souvent rectangulaires avec fond arrondi, et ouvertes sur l'entrefer de façon à permettre le bobinage sur gabarit ; quelques constructeurs préfèrent cependant les encoches à ouverture rétrécie ou même complètement fermée pour réduire au mininum les fluctuations du champ dans l'entrefer.

Le nombre des encoches par pôle est variable ; les alternateurs triphasés ont généralement 3 ou 6 encoches par pôle. Avec 3 encoches seulement par pôle, la courbe de la force électromotrice diffère trop d'une sinusoïde et si les encoches sont ouvertes, les fluctuations sont excessives. Avec 6 encoches par pôle la courbe se rapproche déjà beaucoup plus de la sinusoïde et les fluctuations du champ sont considérablement réduites ; c'est le nombre de 6 encoches par pôle qui est le plus fréquent lorsqu'il permet de distribuer l'enroulement de manière à ne pas dépasser 1.800 à 2.000 ampères par encoche.

Après avoir déterminé le nombre des conducteurs de l'enroulement ainsi que celui des encoches, ou calculera la valeur du flux pour un pôle par l'équation (1).

L'épaisseur radiale du noyau de tôles se déduit de la valeur de Φ en choisissant pour l'induction dans le fer une valeur telle que les pertes par hystérésis et courants de Foucault ne dépassent pas la limite compatible avec le rendement imposé. Le calcul se fait au moyen des formules données au chap. XIV (p. 428). Les pertes dans le fer de l'induit sont ordinairement comprises entre 2,5 et 5 % de la puissance utile.

247. Calcul de l'inducteur. — Les dimensions de l'inducteur se déterminent par tâtonnements en partant d'un premier tracé approximatif.

L'entrefer dépend dans une certaine mesure du diamètre

d'alésage de l'induit et doit être suffisant pour éviter les inconvénients résultant d'un petit défaut de centrage de l'inducteur. En augmentant l'entrefer on obtient une distribution plus uniforme du flux à la surface des pôles et, comme le nombre d'ampère-tours nécessaire pour l'excitation est plus élevé, la réaction d'induit sera diminuée. On devra donc déterminer l'entrefer en tenant compte des conditions auxquelles doit satisfaire l'alternateur tant au point de vue mécanique qu'au point de vue de la chute de tension aux divers régimes ; les dimensions de l'inducteur ne pourront être définitivement arrêtées qu'après le tracé de la caractéristique.

Les pôles inducteurs sont en acier moulé ou en tôles ; pour les pôles massifs la forme la plus rationnelle est la section circulaire ; les noyaux feuilletés sont de section carrée ou rectangulaire. Comme la dispersion du flux augmente avec la longueur radiale des noyaux, il convient de la réduire au strict nécessaire pour loger les bobines inductrices avec une surface de refroidissement de 4 à 5 cm^2 par watt transformé en chaleur.

En général on ne dépasse pas 12.000 à 13.000 ampère-tours par pôle soit environ 25.000 ampère-tours par champ.

La puissance absorbée par l'excitation est ordinairement comprise entre 0,5 et 2 °/₀ de la puissance utile.

L'arc sous-tendu par l'épanouissement polaire est ordinairement compris entre $0{,}8\frac{\pi}{p}$ et $0{,}6\frac{\pi}{p}$; c'est cette dernière proportion qui donne la courbe la moins différente de la sinusoïde dont on peut se rapprocher plus complètement encore en arrondissant les pièces polaires de manière que l'entrefer aille en croissant de l'axe du pôle vers les bords.

En dehors de la simplification qui en résulte pour la construction, l'emploi des pôles massifs a l'avantage d'amortir les oscillations pendulaires produites par une variation accidentelle de la puissance développée par l'alternateur. Par contre,

si l'entrefer a une largeur moindre que la moitié d'une ouverture d'encoche, l'inégale répartition du flux sur les surfaces polaires donnera lieu à une perte notable d'énergie par courants parasites.

La section des pôles se calcule de manière à avoir une induction de 15.000 à 16.000 unités CGS, en supposant, comme première approximation, que le flux total est égal à 1,25 Φ pour un inducteur à pôles alternés et à 1,40 Φ pour un inducteur homopolaire. Au moyen des dimensions déduites de cette première évaluation, on calculera la réductance des dérivations extérieures comme pour une dynamo à courant continu (**108**) ; ce qui permettra de déterminer le flux dispersé et le flux total pour un pôle avec une plus grande approximation.

Dans les inducteurs à pôles alternés le bobinage des pôles se fait de préférence avec une bande de cuivre enroulée sur champ, qui permet de réduire au minimum l'espace occupé par le conducteur et résiste mieux à l'action de la force centrifuge.

Pour les alternateurs homopolaires la bobine inductrice, qui est fixe, peut être enroulée avec du fil rond ou avec une bande de cuivre posée à plat.

La densité du courant dans l'enroulement inducteur est généralement comprise entre 2 et 4 ampères par mm² et se détermine d'après la puissance que l'on consent à dépenser pour l'excitation.

La carcasse sur laquelle sont fixés les noyaux se fait en fonte. Lorsque l'alternateur doit avoir une faible vitesse angulaire, le poids de l'inducteur, déterminé par les conditions électriques, peut être insuffisant pour assurer à l'alternateur un coefficient d'irrégularité convenable : il faut alors augmenter le moment d'inertie de l'inducteur ou lui adjoindre un volant ; cette seconde solution est souvent plus simple et plus économique que la première.

Le calcul de la caractéristique à vide se fait de la même

manière que pour une dynamo à courant continu, et permettra de rectifier, s'il y a lieu, les dimensions adoptées dans un premier tracé.

La caractéristique en court circuit étant une droite passant par l'origine, on peut déterminer son coefficient angulaire avec une approximation suffisante en remarquant que, lorsque l'induit est fermé sur lui-même, les ampère-tours induits et inducteurs se font équilibre.

Dans le cas d'un alternateur monophasé, la valeur moyenne du courant de court circuit sera (**178**)

$$I_m = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} i_o ;$$

et, si l'enroulement ne recouvre que partiellement le noyau d'induit, on aura

$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{N}{2} i_o \sin \frac{p\theta}{2} = pA = pMi' ;$$

et le coefficient angulaire de la caractéristique de court-circuit sera

$$\frac{i_o}{i'} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \frac{pM}{N \sin \frac{p\theta}{2}}.$$

Si l'enroulement induit était divisé en deux circuits groupés en quantité, en désignant toujours par N le nombre total des fils, on aurait

$$\frac{i_o}{i'} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \frac{pM}{N \sin \frac{p\theta}{2}} \text{ (1)}.$$

(1) Pour l'alternateur homopolaire monophasé dont la caractéristique a été donnée précédemment on a $p = 12$; $M = 75$; $N = 1440$; comme l'enroulement induit ne recouvre que les 2/3 de l'armature, on prendra $\frac{p\theta}{2} = 120°$, ce qui donne $\frac{i_o}{i'} = 3{,}2$.

Pour un alternateur polyphasé les ampère-tours induits produisent un champ tournant d'intensité constante dont la force magnétomotrice a pour valeur (**213**)

$$\frac{m}{2} \cdot \frac{N}{2m} I_0 = \frac{NI_0}{4} = \frac{Ni_0}{2\sqrt{2}};$$

et par conséquent on aura

$$\frac{i_0}{i'} = \frac{2\sqrt{2}pM}{N}.$$

L'intensité du courant de court-circuit est ordinairement comprise entre 3 et 4 fois celle du courant normal. Pour les alternateurs destinés à certaines opérations électro-métallurgiques, on descend quelquefois à 2 1/2 ou même 2 fois le courant normal, de façon que si la résistance du récepteur tombe accidentellement beaucoup en dessous de sa valeur normale, le courant débité par l'alternateur ne puisse pas atteindre une intensité excessive.

Le rendement de l'alternateur à un régime déterminé s'évalue comme celui des dynamos à courant continu en calculant les différentes pertes dans l'inducteur et dans l'induit : frottement de l'arbre dans les coussinets ; hystérésis et courants de Foucault ; effet Joule dans l'induit et dans l'inducteur de l'alternateur ; puissance dépensée pour l'excitation.

CHAPITRE XVIII

—

TRANSFORMATEURS A COURANTS ALTERNATIFS

248. Définitions. — Un transformateur à courants alternatifs est un appareil destiné à transformer un courant alternatif de tension donnée en un autre courant alternatif de même période et de tension différente, de façon que le produit de l'intensité par la force électromotrice reste constant, au rendement près.

Le transformateur se compose d'un noyau en fer doux autour duquel sont disposés deux enroulements distincts : l'enroulement inducteur ou *primaire* et l'enroulement induit ou *secondaire*.

Si l'on envoie un courant alternatif dans l'enroulement primaire, le noyau de fer doux sera aimanté et traversé par un flux magnétique variant périodiquement avec le courant qui lui donne naissance. Cette variation périodique du flux développera dans l'enroulement secondaire une force électromotrice de même forme et de même période que celles du courant primaire et, en complètant le circuit secondaire par un conducteur extérieur, on obtiendra dans ce circuit un courant alternatif qui, d'après la loi générale de l'induction, sera inverse du courant primaire.

En désignant par

Φ, le flux inducteur commun aux deux enroulements ;

n_1 et n_2 les nombres de spires primaires et secondaires ;

les forces électromotrices, induites par les variations périodiques du flux, seront respectivement

$$E_1 = - n_1 \frac{d\Phi}{dt}; \qquad E_2 = - n_2 \frac{d\Phi}{dt};$$

elles sont dans le même rapport que les nombres de spires n_1 et n_2.

La différence de potentiel, U_1, appliquée au primaire est égale à la somme de la chute de tension intérieure et de la force contre-électromotrice E_1, tandis que la différence de potentiel, U_2, qui s'établit aux bornes du secondaire, est égale à la force électromotrice induite E_2 diminuée de la chute intérieure de tension ; on aura donc

$$U_1 > E_1; \qquad U_2 < E_2;$$

et par conséquent

$$\frac{U_1}{U_2} > \frac{n_1}{n_2}.$$

En général les chutes intérieures de tension,

$$(U_1 - E_1) \qquad \text{et} \qquad (E_2 - U_2),$$

sont très faibles relativement aux différences de potentiel extérieures et le rapport réel de transformation diffère assez peu du rapport théorique $\frac{n_1}{n_2}$.

249. Applications des transformateurs. — Les transformateurs à courants alternatifs ont une très grande importance pratique, parce qu'ils fournissent le moyen de transmettre économiquement l'énergie électrique à grande distance.

Soient

$\mathfrak{P}$, la puissance dont on veut disposer à une distance L de la génératrice ;

u, la différence de potentiel efficace sous laquelle le courant transmis sur la ligne;

i, l'intensité efficace du courant;

φ, le décalage du courant sur la différence de potentiel initiale;

R, la résistance de la ligne;

η, le rendement de la ligne, c'est-à dire le rapport entre la puissance utile reçue à la distance L et la puissance fournie par la génératrice;

s la section du conducteur;

V, le volume de cuivre nécessaire pour l'établissement de la ligne;

δ, son poids spécifique ($\delta = 8,9$).

Les conditions auxquelles doit satisfaire la ligne sont définies par les équations :

(1) $$\mathfrak{P} = \eta u i \cos \varphi ;$$

(2) $$(1 - \eta) u i \cos \varphi = \mathrm{R} i^2 = \frac{2 \mathrm{L} \rho i^2}{s} ;$$

(3) $$\mathrm{V} = 2 \mathrm{L} s .$$

Le poids de cuivre nécessaire pour transmettre l'unité de puissance à la distance L, sera donné par l'équation

(4) $$\frac{\mathrm{V}\delta}{\mathfrak{P}} = \frac{4\rho\delta}{\eta(1 - \eta)} \frac{\mathrm{L}^2}{u^2 \cos^2 \varphi} ;$$

ou, en désignant par P_1 kilogrammes le poids de cuivre nécessaire pour transmettre 1 kilowatt à L mètres et en prenant $\rho = 0,018$,

(5) $$\mathrm{P}_1 = \frac{0,64}{\eta(1 - \eta)} \frac{\mathrm{L}^2}{u^2 \cos^2 \varphi} .$$

Le transport ne sera réalisable industriellement que si le prix du conducteur n'est pas trop élevé et si le rendement de

la ligne n'est pas inférieur à une certaine limite qui dépendra du prix de revient de l'énergie électrique produite.

Les valeurs de P_1 et de η étant fixées, l'équation (5) déterminera la différence de potentiel sous laquelle doit être transmis le courant ; lorsqu'elle sera différente de celle qui convient aux applications que l'on a en vue, on transformera le courant reçu en un autre courant alternatif de tension convenable. Malgré la dépense supplémentaire résultant de l'emploi des transformateurs, le transport pourra être entrepris avec avantage dans un très grand nombre de cas où il serait impossible de le réaliser à un prix acceptable, si le courant devait être transmis sur la ligne sous la forme même où il sera utilisé.

En fait, les transformateurs à courants alternatifs constituent un des organes les plus importants et les plus utiles des transmissions d'énergie électrique à longue distance, parce qu'ils permettent d'élever autant qu'on le désire la tension du courant à transmettre pour lui donner ensuite, aux points d'arrivée, la tension qui convient le mieux à chaque opération.

CONSTRUCTION DES TRANSFORMATEURS

250. Types usuels. — Un transformateur à courants alternatifs se compose essentiellement d'un noyau en fer feuilleté autour duquel sont disposés les enroulements primaire et secondaire ; les divers types de transformateurs se distinguent d'après la nature et la forme de leur circuit magnétique.

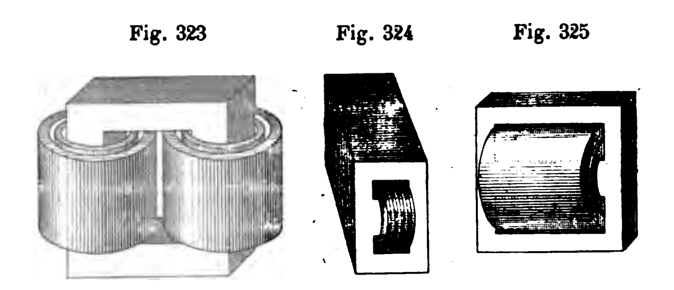
Dans les transformateurs à *circuit magnétique ouvert*, le noyau est un cylindre droit, formé par un faisceau de fils de

fer vernis, entouré par les bobines primaires et secondaires ; avec cette disposition le flux inducteur, commun aux deux enroulements, se propage en partie dans l'air, ce qui augmente considérablement la réluctance du circuit magnétique et par suite la dépense d'excitation.

Aussi les transformateurs industriels sont-ils, à de rares exceptions près, des transformateurs à *circuit magnétique fermé*, dans lesquels la trajectoire du flux se ferme à l'intérieur du noyau de fer, sans passer dans l'air, de telle sorte qu'il suffit d'un courant d'excitation très faible. Les divers modèles de transformateurs à circuit magnétique fermé peuvent se ramener à deux types principaux.

1. *Transformateurs à circuit magnétique simple* (*fig.* 323) que l'on appelle aussi *transformateurs à noyaux*. Le flux inducteur résultant circule dans le même sens à l'intérieur de la carcasse magnétique ; les sections des culasses seront les mêmes que celles des noyaux.

Fig. 323 Fig. 324 Fig. 325



2. *Transformateurs à circuit magnétique double* ou *transformateurs cuirassés* (*fig.* 324 et 325), dans lesquels le flux créé dans le noyau se divise entre les deux moitiés du cadre extérieur dont la section pourra être la moitié de celle du noyau.

En réunissant plusieurs transformateurs en un seul, on obtiendra *un transformateur* à *circuits multiples*.

Les deux enroulements et la carcasse magnétique consti-

tuent des parties distinctes qui se construisent séparément, indépendamment les unes des autres.

251. Enroulement des bobines. — Chacun des circuits primaire et secondaire est enroulé séparément sur un manchon isolant (carton, micanite, ambroïne, porcelaine). On peut donner à ces manchons une longueur égale à celle du noyau ; ils sont alors concentriques avec un vide intermédiaire. On peut également diviser chacun des enroulements en un certain nombre d'anneaux distincts que l'on monte sur le noyau en alternant les sections primaires et secondaires, que l'on sépare par des plaques isolantes ou par un vide de largeur suffisante.

Pour les courants de faible intensité on emploie généralement des fils de cuivre ronds ; pour les sections supérieures à 25 ou 30 millimètres carrés on emploie soit plusieurs fils réunis en quantité, soit un toron de fils de cuivre auquel on donne une section carrée ou rectangulaire, soit des barres de cuivre rectangulaires ; cette dernière disposition a l'avantage de réduire le volume occupé par l'enroulement.

Le coton, la toile, le papier sont de bons isolants, lorsqu'ils sont secs ; pour les empêcher d'absorber l'humidité, on les imprègne de vernis. Pour les fils de très petit diamètre on emploie souvent comme isolant la soie dont l'épaisseur est moindre que celle d'une couche équivalente de coton. Si la tension ne dépasse pas 2.000 à 2.500 volts par bobine, on peut enrouler le fil par couches successives sur toute la longueur du manchon en séparant les couches par une bande isolante (papier, toile, micanite) ; pour les tensions plus élevées on divise la bobine en plusieurs sections qui peuvent être enroulées sur le même manchon, mais seront séparées les unes des autres par des cloisons isolantes ou par un espace vide ; cette disposition a pour but de diminuer la différence de potentiel entre deux couches voisines.

La *fig.* 326 représente le mode de construction employé par la Société l'Éclairage électrique.

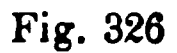
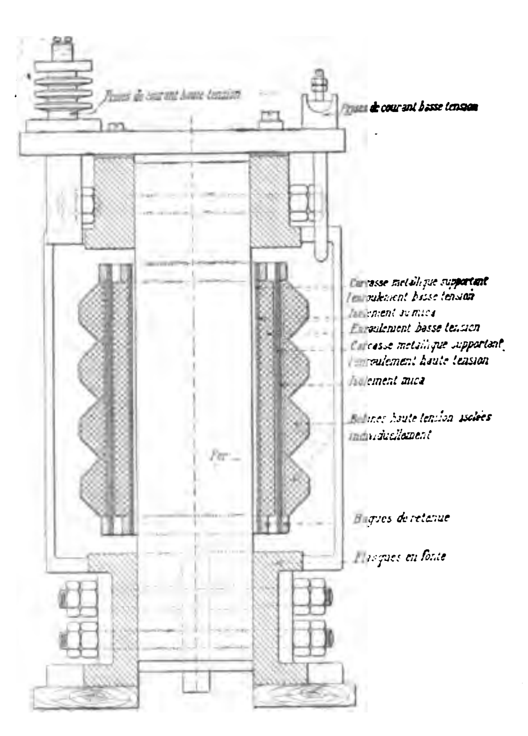


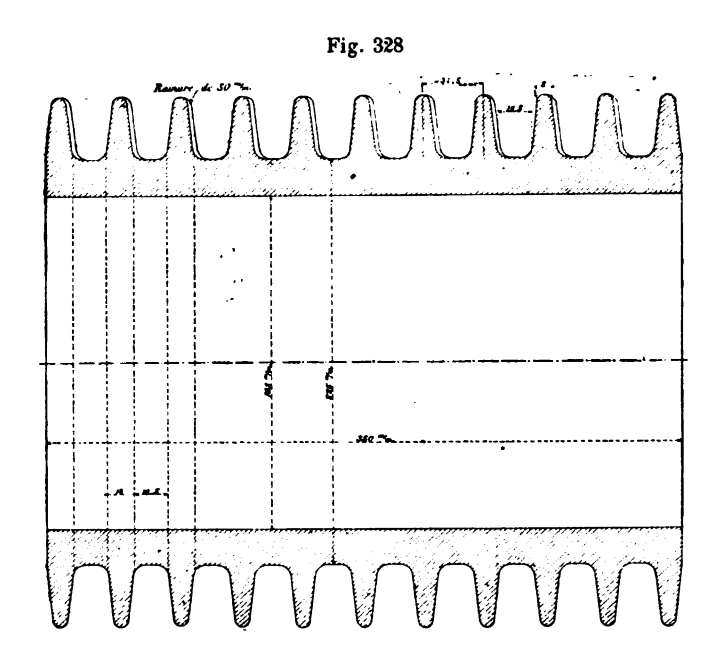
Fig. 326



L'enroulement à basse tension est fait sur toute la longueur d'un manchon métallique recouvert de mica ; deux bagues placées aux extrémités de la bobine le maintiennent sur son support. L'enroulement à haute tension est divisé en plusieurs bobines isolées individuellement et réunies en série ; ces bobines sont également montées sur un manchon métallique recouvert de mica et maintenues par deux bagues. Ce mode de construction facilite le remplacement d'une bobine endommagée et la section trapézoïdale de la bobine augmente la surface exposée à l'air.

La *fig.* 327 représente une des bobines primaires d'un transformateur triphasé de 5 kilowatts à la tension extérieure de 45.000 volts composés (26.000 volts par phase).

Fig. 328



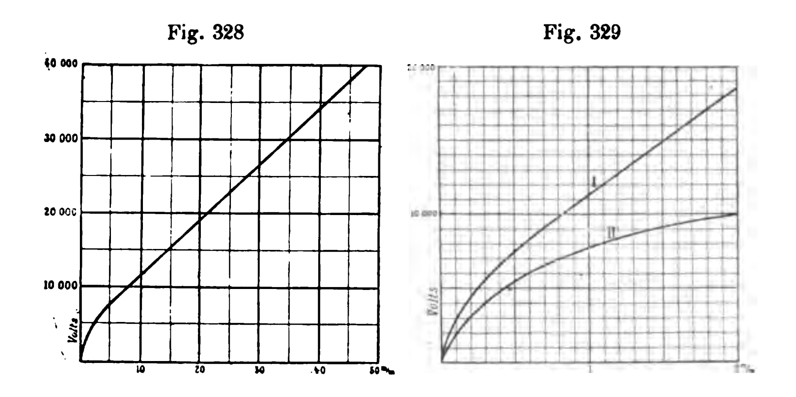
Le support de l'enroulement primaire est un manchon en porcelaine cloisonné ; le diamètre intérieur est de 185 mm., et le diamètre d'enroulement de 225 mm. Le fil de cuivre a 0,27 mm. de diamètre nu ; il est isolé par une couche de soie de 0,1 mm. d'épaisseur ; ce qui donne un diamètre extérieur de 0,47 mm. pour le fil isolé. Dans le fond de la gorge on place une bande de papier paraffiné de 20 mm. de largeur, puis la première couche de fils contenant 38 spires sur une largeur de 18 mm., et ainsi de suite ; chaque couche est séparée de la suivante par une feuille de papier paraffiné de 0,2 mm. d'épaisseur. Chaque cloison est munie d'une rainure le long de laquelle on ramène à l'extérieur le bout de fil qui doit être relié à la section voisine.

Pour les tensions très élevées il ne suffit pas de tenir compte de la résistance isolante proprement dite qui limite le courant de décharge par conduction ; il faut en outre que les conducteurs soient séparés par une distance suffisante pour qu'il ne puisse pas se produire de décharge disruptive.

L'air sec, qui est le meilleur isolant pour la décharge par conduction, a une faible rigidité électrostatique et peut être facilement traversé par une décharge disruptive.

La courbe de la *fig.* 328 donne la distance à laquelle se forme une étincelle entre deux plaques conductrices séparées par une couche d'air.

Fig. 328 Fig. 329



Les courbes de la *fig.* 329 indiquent les tensions qui perforent différentes épaisseurs de micanite (courbe I) et de toile huilée (courbe II) [1].

Pour éviter toute chance d'accident les distances à observer dans la construction doivent être triples ou quadruples de celles qui correspondent à la décharge disruptive.

Les bornes auxquelles aboutissent les extrémités des circuits primaire et secondaire doivent être isolées avec le plus grand soin; elles sont généralement fixées sur le bâti du transformateur par l'intermédiaire de pièces en porcelaine

(1) Les courbes des *fig.* 328 et 329 sont extraites d'une notice publiée par les Ateliers de Construction d'Oerlikon (Exposition 1900).

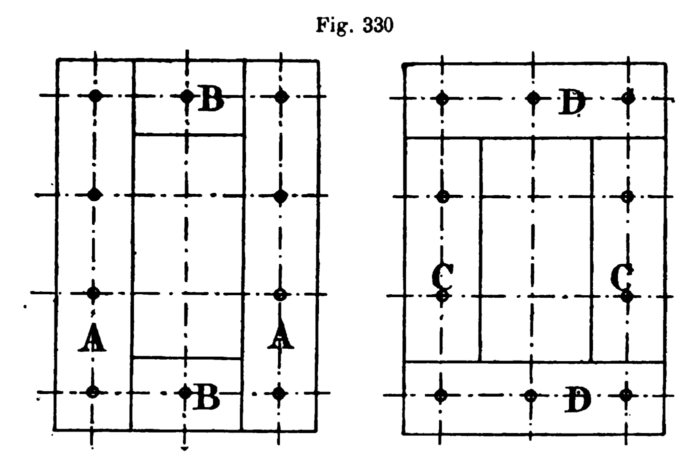
ou en verre; les bornes primaires doivent être placées aussi loin que possible des bornes secondaires.

Pour contrôler l'isolement des enroulements, on les soumet pendant une demi-heure environ à une tension double de la tension normale, en intercalant dans le circuit un fil fusible qui fond dès qu'il se déclare un défaut d'isolement dans l'enroulement essayé.

252. Construction des noyaux. — Pour que les bobines puissent être construites d'avance et vérifiées dans toutes leurs parties avant d'être mises en place, il faut que la carcasse magnétique soit divisible en plusieurs parties que l'on réunit à l'intérieur et à l'extérieur des bobines de façon à assurer la continuité du circuit magnétique dans le fer.

Les noyaux des transformateurs sont formés de tôles, de 0,5 à 0,3 mm. d'épaisseur, séparées par une feuille de papier mince (0,05 à 0,07 mm.) ou par une couche de vernis isolant; on choisit les qualités de tôle pour lesquelles la perte par hystérésis est aussi faible que possible.

Fig. 330

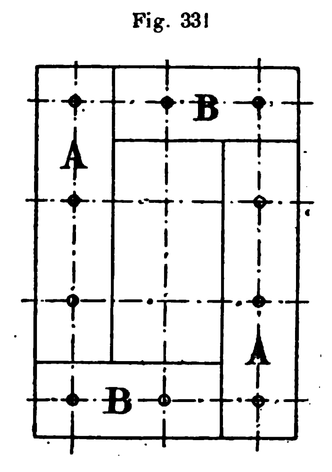


Les dispositions adoptées par les constructeurs pour la division et l'assemblage des tôles sont extrêmement variées ; nous indiquerons celles que l'on rencontre le plus fréquemment.

La carcasse, représentée par la *fig.* 330, est formée avec

tôles de 4 longueurs différentes A, B, C, D, assemblées manière que les joints d'une assise soient recouverts les tôles de la suivante. On construit d'abord les deux aux et la culasse inférieure et, après avoir placé les bo-es autour des noyaux, on construit la culasse supérieure.

Fig. 331



La *fig.* 331 représente une disposition analogue qui ne omporte que deux gabarits différents A et B.

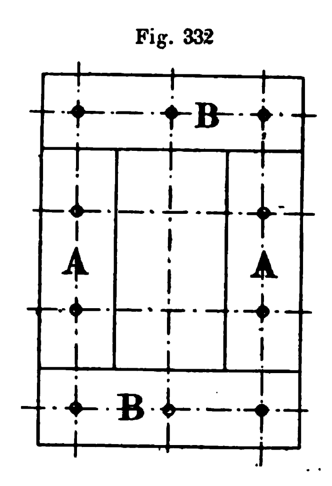
Les boulons, qui maintiennent les paquets de tôle, sont .solés par des tubes de carton mince.

Ce mode de construction à joints croisés a l'avantage de ne pas augmenter la résistance du circuit magnétique qui sera la même que celle d'un cadre dont les tôles seraient poinçonnées d'une seule pièce.

Il n'en est pas de même si, comme l'indique la *fig.* 332, les culasses sont simplement appuyées sur les extrémités des noyaux et maintenues par des cadres extérieurs reliés au moyen de boulons de serrage. Cette disposition permet, il est vrai, de démonter facilement la carcasse pour retirer une bobine et la réparer; mais la résistance du circuit magnétique est augmentée. Dans les conditions les plus favorables cet

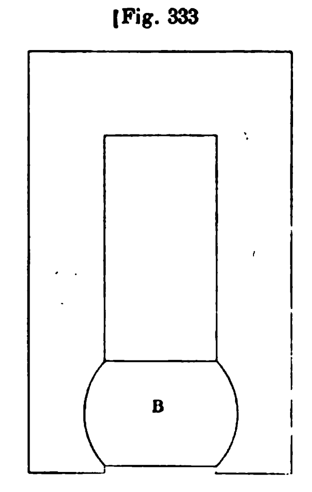
accroissement est équivalent à la résistance d'une couche d'air de 0,2 mm. d'épaisseur et peut atteindre 0,5 mm. si les joints ne sont pas bien dressés.

Fig. 332



La *fig.* 333 représente la carcasse d'un transformateur Labour (Société de l'Éclairage Électrique) ; elle est formée par

Fig. 333



des tôles découpées en U isolées par un vernis qui durcit en séchant et colle les feuilles les unes aux autres de façon à for-

mer un bloc solide. Après la mise en place des bobines, le circuit magnétique est fermé par un tampon en tôles, B, que l'on force entre les deux branches de l'U, après l'avoir graissé pour isoler les joints ; l'ensemble est serré dans un cadre en fonte maintenu par des boulons.

Lorsque la section des noyaux est carrée, le manchon de l'enroulement peut être carré ou rond.

Cette dernière forme est préférée par beaucoup de constructeurs, à cause de la simplification qui en résulte dans la construction. Dans ce cas, pour diminuer l'espace perdu entre le noyau et le manchon, on donne au noyau une section en croix (*fig.* 334 et 335), que l'on obtient très simplement en employant, pour la construction des noyaux, des tôles de deux ou de trois largeurs différentes.

Fig. 334

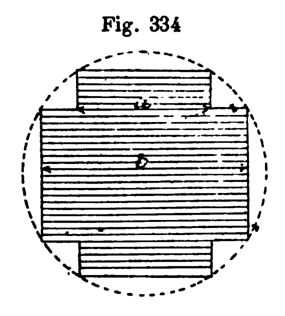
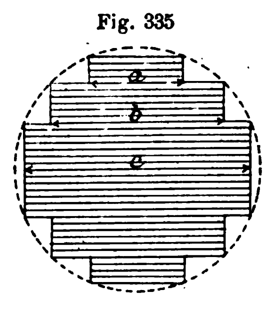


Fig. 335



Pour une même section de fer la forme en croix donne une surface de refroidissement plus grande et un périmètre d'enroulement moindre que le carré [1].

Le mode de construction des transformateurs cuirassés est analogue à celui des transformateurs à noyaux.

---

(1) En prenant comme module le diamètre D du cercle circonscrit au noyau, on aura pour la *fig.* 334

avec $a = 0{,}526$ D; $b = 0{,}85$ D;

section $= 0{,}618$ D^2; périmètre $= 3{,}4$ D.

et pour la *fig.* 335

avec $a = 0{,}456$ D; $b = 0{,}707$ D; $c = 0{,}89$ D.

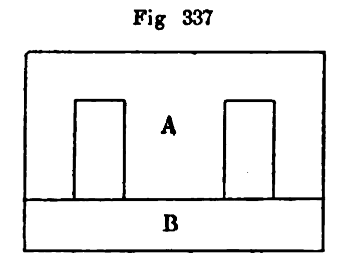
section $= 0{,}667$ D^2; périmètre $= 3{,}56$ D.

On pourra, par exemple (*fig.* 336), former la carcasse par la réunion de deux transformateurs à noyaux M et N construits suivant l'un des modes décrits précédemment.

Fig. 336

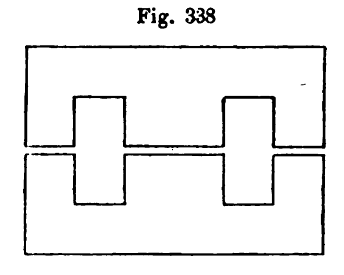
La carcasse (*fig.* 337) est constituée par des tôles en forme d'E et des tôtes en forme d'I que l'on assemble en couvrant les joints d'une assise par les pleins de l'assise suivante.

Fig 337



Pour rendre le démontage plus facile, quelques constructeurs divisent la carcasse en deux parties égales en forme

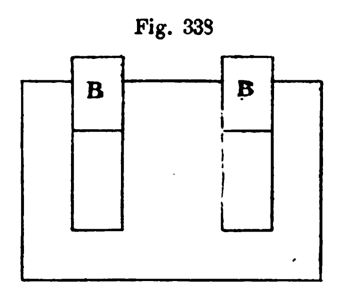
Fig. 338



d'E, que l'on applique l'une contre l'autre (*fig.* 338) et que l'on maintient par une armature métallique extérieure et des boulons de serrage.

Suivant la disposition de la *fig.* 338 on peut découper les tôles en E et, après avoir placé les bobines sur le noyau, compléter le circuit magnétique par deux bouchons en tôle.

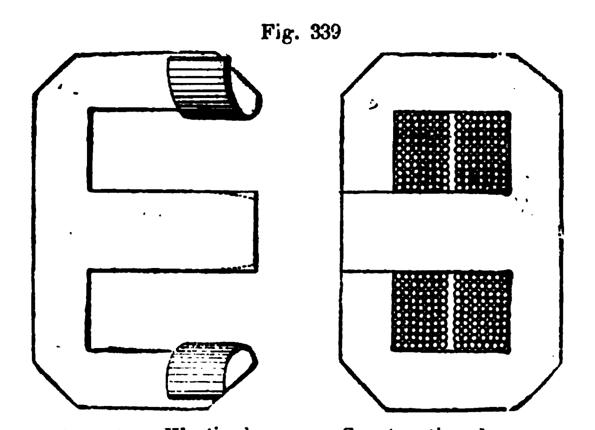
Fig. 338



Ce mode de construction a, comme le précédent, l'inconvénient d'augmenter la réluctance magnétique du circuit intérieur.

La *fig.* 339 représente un mode de construction qui a été employé par la Cie Westinghouse. Les tôles sont poinçonnées d'une seule pièce, puis coupées sur un des côtés pour le

Fig. 339

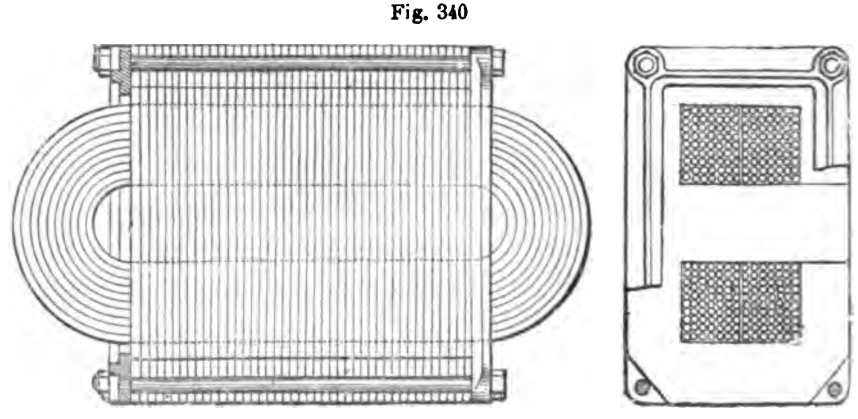


Transformateur Westinghouse. — Construction des noyaux.

passage de la bobine ; les feuilles sont mises en place, l'une après l'autre, dans le vide intérieur des bobines ; les deux pattes, qui avaient été relevées, sont ensuite rabattues dans le plan de la feuille. Les tôles sont introduites alternativement par l'une et par l'autre extrémité de la bobine de manière

que les joints d'une feuille soient recouverts par la partie continue de la suivante. L'ensemble est ensuite fortement serré par 4 boulons entre deux cadres de fonte (*fig.* 340).

Fig. 340

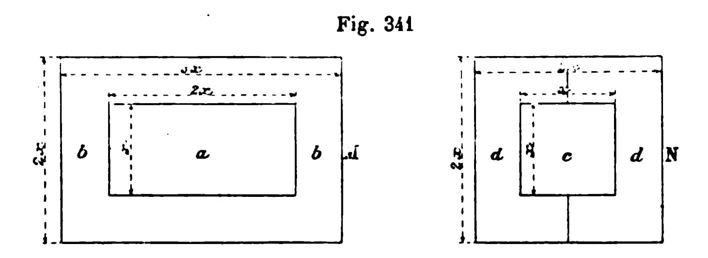


Transformateur Westinghouse. — Elévation et coupe.

Pour éviter le déchet, auquel donne lieu l'emploi des tôles d'une seule pièce, M. Mordey a imaginé le mode de construction suivant.

Les tôles, dont la longueur et la largeur sont des multiples de la largeur x du noyau, sont de deux dimensions différentes M et N (*fig.* 341). On découpe au milieu de M le rectangle *a*

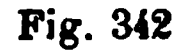
Fig. 341

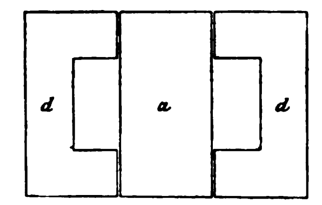


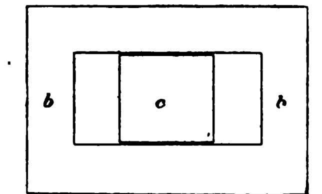
de largeur x et de longueur $2x$; on découpera de même la feuille N de manière à obtenir le carré *c* de côté égal à x et les deux pièces en fer à cheval *d*, *d*.

Les tôles *a* et *c* serviront à former le noyau intérieur de la

bobine ; le rectangle *b* et les deux pièces *d* servent à construire le cadre extérieur.


Fig. 342





La *fig.* 342 indique le groupement de ces différents éléments dans deux assises successives dont les joints sont ainsi croisés. Le paquet de tôle est ensuite fortement serré par des boulons entre deux cadres en fonte.

Les transformateurs sont ordinairement protégés extérieurement par une enveloppe métallique ; lorsqu'ils doivent être placés dans un endroit humide, l'enveloppe est en fonte et hermétiquement fermée par un couvercle boulonné. Il en est de même lorsque le transformateur doit être plongé dans un bain d'huile ou ventilé intérieurement par un courant d'air forcé, comme nous le verrons plus loin. Si l'appareil est simplement exposé à l'air dans un endroit sec, l'enveloppe extérieure peut être en tôle perforée.

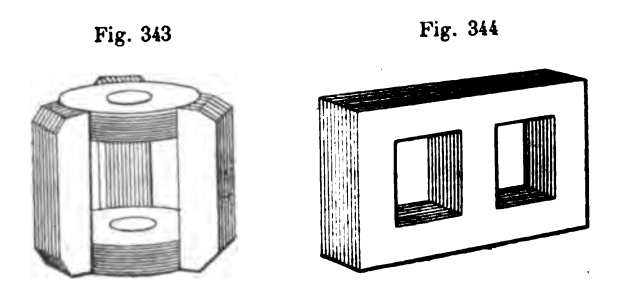
253. Transformateurs polyphasés. — Pour transformer un système de courants polyphasés en un système semblable de tension différente, on pourra employer des transformateurs à courant alternatif simple en nombre égal à celui des courants ; c'est le procédé généralement suivi pour les courants diphasés.

Pour les courants triphasés on emploie soit un transformateur distinct pour chaque phase, soit un seul transformateur triphasé.

Lorsque la puissance à transformer ne dépasse pas 200 à

250 kilowatts, c'est le transformateur unique qui fournira la solution la plus économique ; tandis que, pour les puissances plus élevées, il pourra être plus commode et plus avantageux de transformer séparément chaque phase.

Fig. 343 Fig. 344



Les trois noyaux d'un transformateur triphasé peuvent être disposés aux sommets d'un triangle équilatéral (*fig.* 343) ou placés dans un même plan (*fig.* 344) ; le mode de construction est le même que pour les transformateurs simples. Chaque noyau correspond à une phase ; les bobines primaires et secondaires sont rondes et montées concentriquement sur le noyau dont la section est généralement en croix. Les règles à observer pour la construction et l'isolement des bobines sont les mêmes que pour les transformateurs simples.

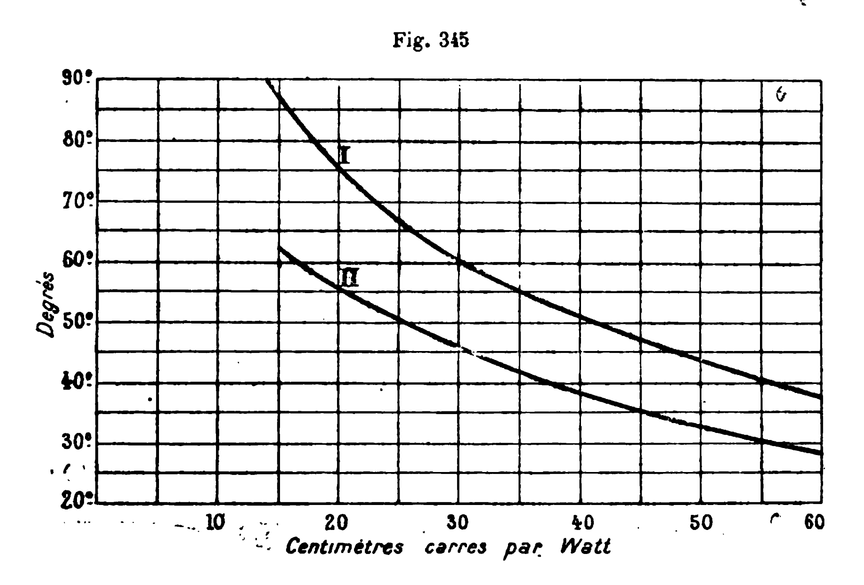
254. Élévation de température. — La puissance perdue pendant la marche du transformateur correspond à une production de chaleur qui élève la température des noyaux et des bobines jusqu'à ce que la quantité de chaleur enlevée par rayonnement et par convection soit égale à celle qui est dégagée par la puissance perdue.

Pour une perte donnée l'élévation de température sera d'autant plus grande que la surface de rayonnement sera plus faible et que la convection se fera moins rapidement. Les courbes de la *fig.* 345 résument les résultats d'une série d'essais entrepris par M. Kapp pour établir la relation entre

l'accroissement de température et la surface de refroidissement par watt perdu en marche continue à pleine charge.

La courbe I s'applique à un transformateur enfermé dans une caisse hermétique en fonte posée sur le sol dans un local couvert où l'air pouvait circuler librement.

Fig. 345



Si la caisse, dans laquelle est enfermé le transformateur, est remplie d'huile dont la conductibilité est plus grande que celle de l'air, l'accroissement de température est beaucoup moindre et sera donné par les ordonnées de la courbe II, qui s'applique également aux transformateurs dont l'enveloppe est en tôle perforée de manière à favoriser le renouvellement de l'air intérieur.

Lorsque le transformateur doit travailler à charge variable on calcule les pertes pour les différentes heures du jour et on prendra la valeur moyenne de la puissance perdue pour déterminer l'élévation de température.

On voit que la puissance que peut fournir le transformateur est limitée par l'accroissement de température admissible. Pour les transformateurs de grande puissance, devant fonction-

ner le plus souvent à pleine charge, on peut diminuer considérablement la surface de refroidissement, et par suite les dimensions et les prix du transformateur, en faisant circuler à l'intérieur de la caisse, qui enveloppe le transformateur, un courant d'air sous pression fourni par un ventilateur spécial qui pourra desservir une batterie de plusieurs transformateurs. Pour que la ventilation soit aussi efficace que possible on ménage des gaînes pour le passage de l'air entre les différentes bobines ainsi que dans l'épaisseur des noyaux.

On peut aussi abaisser la température du transformateur en le maintenant dans un bain d'huile de résine ou d'huile de pétrole paraffinée que l'on refroidit par un serpentin dans lequel circule un courant d'eau. L'huile, qui est un excellent isolant, a l'avantage de supprimer les effluves qui se forment dans l'air, lorsque les différences de potentiel intérieures sont très élevées ; mais comme elle a l'inconvénient de rendre les différentes parties de l'appareil moins accessibles aux visites et aux réparations, on préfère en général refroidir le transformateur par une circulation d'air sous pression, dont on règle la vitesse de façon à maintenir la température dans des limites convenables.

Lorsqu'on plonge le transformateur dans l'huile il faut avoir soin de laisser dans la caisse un espace suffisant pour la dilatation de l'huile.

L'emploi de l'un ou de l'autre des procédés, que nous venons d'indiquer pour refroidir le transformateur, permet de réduire de moitié l'étendue des surfaces de contact avec l'air ou avec l'huile, sans que la température des différentes parties de l'appareil dépasse la limite admissible.

La plus grande élévation de température que le transformateur puisse endurer sans danger dépend de la température extérieure et de la nature des isolants ; elle ne sera donc pas la même pour toutes les parties ; les températures extrêmes sont sensiblement les mêmes que celles qui ont été indiquées

pour les dynamos à courant continu et ne doivent pas dépasser 80° pour les fils isolés au coton ; 120° pour la tôle et les conducteurs isolés au mica ou produits similaires ; mais il est évidemment préférable de rester au-dessous de ces limites.

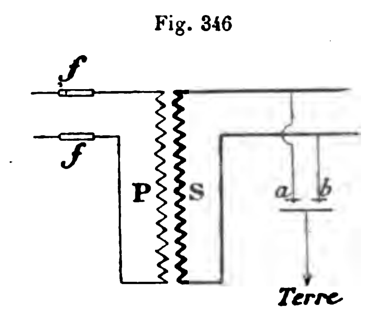
255. Appareils de sécurité. — Les transformateurs doivent être construits et installés de manière qu'aucune partie ne puisse être touchée pendant que l'appareil fonctionne. Le transformateur lui-même est enfermé dans une caisse incombustible qui contient les bornes des circuits primaire et secondaire ; les conducteurs pénètrent dans la caisse par des tubulures ou des presse-étoupes garnis d'isolant, de façon qu'il soit impossible de prendre contact avec une différence de potentiel dangereuse.

Néanmoins, quels que soient les soins apportés à la construction et à l'installation d'un transformateur, la rupture accidentelle d'un isolant peut donner lieu à une dérivation entre le primaire et le secondaire et, comme l'isolement des circuits par rapport au sol ne peut être absolu, la tension secondaire peut s'élever suffisamment pour donner lieu à des accidents graves. Dans le but d'éviter ce danger, on avait d'abord proposé de relier d'une façon permanente avec le sol le point milieu de l'enroulement secondaire. S'il s'établit accidentellement une communication entre les deux enroulements, le circuit primaire sera relié à la terre et le danger sera évité ; mais, par contre, s'il se produit un défaut sur la canalisation secondaire, une partie de l'enroulement secondaire sera mise en court circuit par la terre et il pourra se produire un incendie. Aussi ce procédé a-t-il été complètement abandonné et remplacé par la disposition suivante due à la Société Thomson-Houston (*fig.* 346).

L'appareil se compose d'une plaque conductrice reliée à la terre et de deux pointes métalliques *a* et *b*, reliées aux conducteurs secondaires et séparées de la plaque par une feuille de pa-

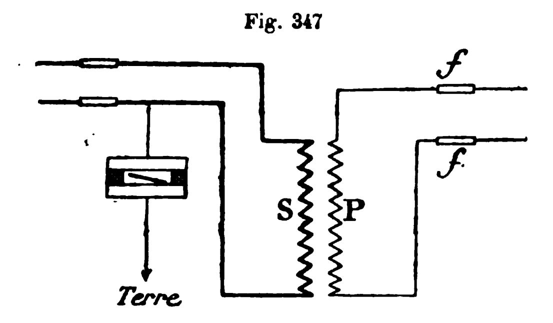
pier mince paraffiné. Tant que la tension secondaire ne dépasse pas sa valeur normale, elle est insuffisante pour percer le papier ; mais si, par suite d'un défaut d'isolement, la tension

Fig. 346



secondaire augmente notablement, le papier sera percé et la bobine secondaire mise en court circuit ; le courant primaire prend alors une valeur telle que les coupe-circuits *ff* fondent et le transformateur est retiré automatiquement du circuit.

Fig. 347



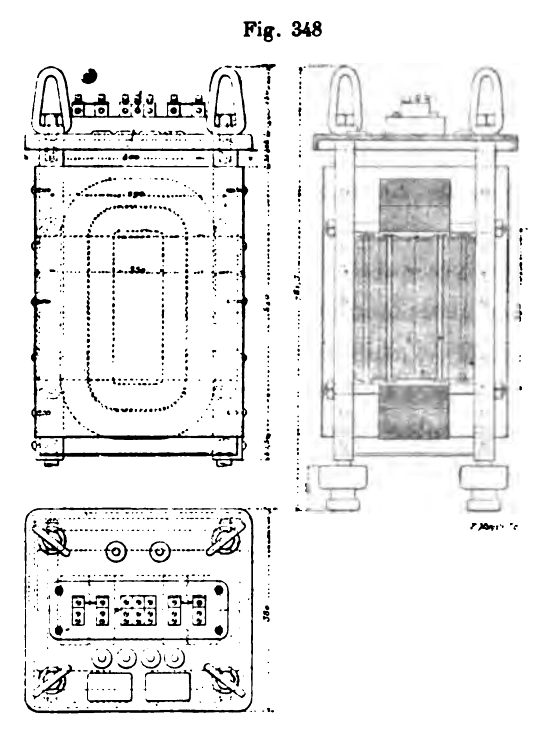
On peut employer dans le même but l'appareil suivant dû au Major Cardew (*fig.* 347). Il se compose de deux disques métalliques isolés l'un de l'autre et placés horizontalement ; sur le disque inférieur est fixée, par une de ses extrémités, une feuille d'aluminium dont l'autre extrémité est libre ; le disque supérieur étant relié à l'enroulement secondaire tandis que le disque inférieur est en communication permanente avec le sol, s'il se produit un contact entre le primaire et le secondaire, la charge statique développée sur le disque supérieur

attire la feuille d'aluminium ; le secondaire étant ainsi mis à la terre par l'intermédiaire du disque inférieur, tout danger disparait ; en même temps le courant primaire augmente suffisamment pour fondre les fusibles du réseau de haute tension et mettre le transformateur hors circuit.

DESCRIPTION DE QUELQUES TRANSFORMATEURS

256. Transformateurs du Creusot (MM. Schneider et Cie). La *fig.* 348 représente un transformateur à courants alternatifs simples de 10 kilowatts, du type cuirassé.

Fig. 348



Transformateur monophasé de 10 kilowatts (Ateliers du Creusot).

Le circuit magnétique est constitué par deux paquets de tôle en forme d'E, placés horizontalement, dont les bras sont

en regard l'un de l'autre ; les tôles sont maintenues par des boulons entourés d'une gaîne isolante. Les bobines primaire et secondaire, de forme allongée, sont disposées verticalement à cheval sur le bras milieu du faisceau et remplissent l'espace laissé libre par les tôles. Les deux faisceaux de tôles sont maintenus entre quatre montants en fer forgé placés deux à deux sur le grand bras de l'E de façon à serrer fortement les deux parties et à diminuer la réluctance des joints. Ces montants sont solidement entretoisés par des boulons de serrage et portent une enveloppe en tôle qui protège le transformateur et facilite la ventilation en formant cheminée d'appel.

Une plaque de fonte placée à la partie supérieure du transformateur supporte les bornes par l'intermédiaire d'une plaque isolante ; des anneaux de levage sont fixés à la partie supérieure des montants. Lorsque le transformateur doit être isolé du sol, on scelle les pieds des montants dans des isolateurs en porcelaine. Le circuit primaire est enroulé en fil de cuivre, tandis que pour le secondaire on emploie de préférence du ruban de cuivre qui occupe moins de place.

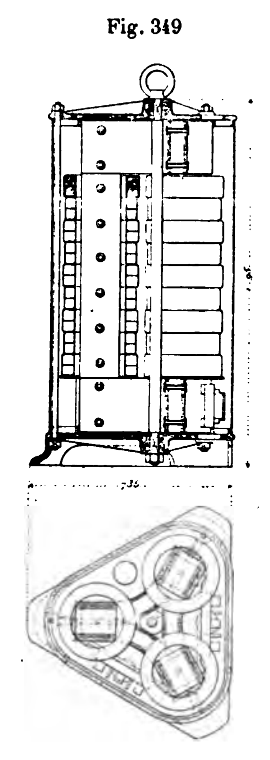
Le transformateur monophasé de 10 kilowatts (*fig.* 348) est alimenté à la tension primaire de 2.000 volts avec une fréquence de 42 ; le fil primaire a 2,6 mm. de diamètre ; il est recouvert de deux couches de coton ; l'enroulement est formé de 468 spires ; le poids du cuivre est de 27^k,500. Le secondaire, qui fournit du courant à 110 volts, est formé par la réunion de deux rubans parallèles de 18 × 2,5 mm. entourés d'une tresse de jaconas ; le nombre des spires secondaires est de 26 ; le poids du cuivre est de 23^k,600.

La *fig.* 349 représente un transformateur triphasé de 50 kilowatts, monté en étoile ; il est fait pour 3.000 volts composés et 9,6 ampères au primaire. Le rapport de transformation étant de 27 : 1, il donne 110 volts composés et 260 ampères au secondaire ; la fréquence est de 50.

Ce transformateur triphasé est formé de 3 noyaux en tôles

de section carrée à angles abattus ; ils sont placés aux trois sommets d'un triangle équilatéral et réunis par des culasses assemblées et pliées en forme de V très ouvert. Les culasses

Fig. 349



Transformateur triphasé de 5o kilowatts (Ateliers du Creusot).

sont maintenues entre deux plateaux en fonte, par trois tiges filetées ; une tige centrale, reliant les deux plateaux et formant également boulon de serrage, reçoit un anneau de levage et donne à l'appareil une grande rigidité pour la manœuvre ; le plateau inférieur est muni de pieds.

Sur le modèle représenté par la *fig.* 349 les circuits primaire et secondaire sont subdivisés en bobines alternées ; lorsque les deux enroulements sont concentriques, le secondaire se place à l'intérieur du primaire : le jeu réservé entre

les bobines et le noyau facilite la ventilation et assure l'isolement.

Pour la confection des bobines primaires on emploie généralement du fil de cuivre de haute conductibilité, tandis que les bobines secondaires sont formées de ruban de cuivre qui utilise mieux l'espace qui leur est réservé.

Les bornes primaires et secondaires sont fixées sur la culasse inférieure, sous les bobines, par des isolateurs en porcelaine ; le transformateur est complétement entouré par une tôle perforée, s'appuyant sur les plateaux de fonte, dans laquelle sont pratiquées trois portes pour la visite et l'accès des bornes ; ces portes sont fermées pendant le fonctionnement de l'appareil.

Pour le transformateur de 50 kilowatts, représenté *fig.* 349, l'enroulement primaire est en fil de 3,9 mm. recouvert de 3 couches de coton ; il est divisé en 5 sections, de 146 spires chacune, montées en série ; le poids du cuivre est de 210 kilogrammes. L'enroulement secondaire est en ruban de cuivre de 46 × 2 mm. ; chaque spire est formée de 3 rubans parallèles entourés d'une tresse de jaconas : le nombre total des spires secondaires est de 27 ; le poids du ruban est de 160 kilogrammes.

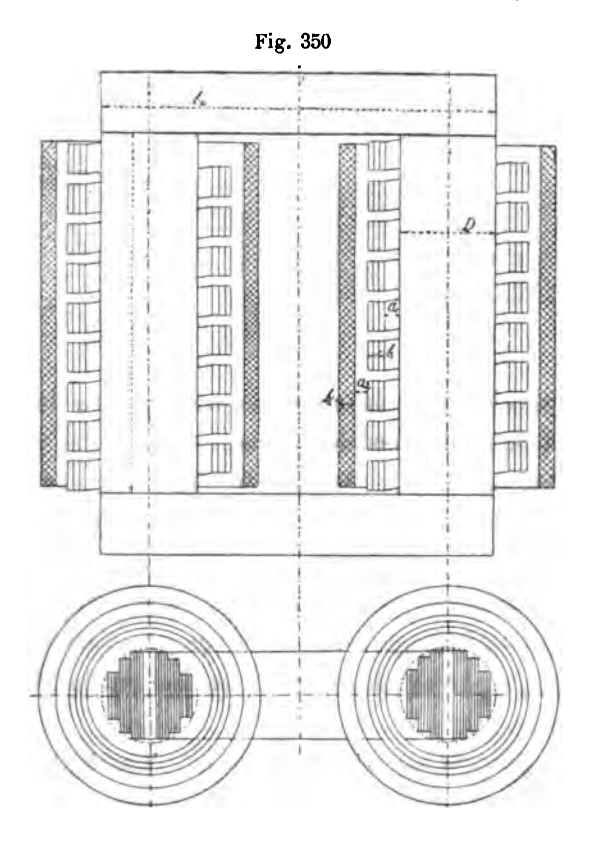
Les rendements aux différentes charges pour $\cos \varphi = 1$ sont :

à pleine charge.	0,972
à demi-charge	0,963
à quart de charge	0,943

257. Transformateurs des Ateliers d'Oerlikon. — Ces transformateurs *fig.* 350 sont du type à noyaux dont la section est en forme de croix pour réduire l'espace perdu. Les tôles ont 0,3 mm. et sont séparées par des feuilles de papier mince ; le tout est serré par des boulons en fer isolés. Pour les grands transformateurs les noyaux présentent au milieu

une fente de 20 mm. pour la ventilation; ils sont réunis par deux culasses. Le transformateur est fixé dans un chassis en fonte et protégé extérieurement par des tôles perforées.

Fig. 350

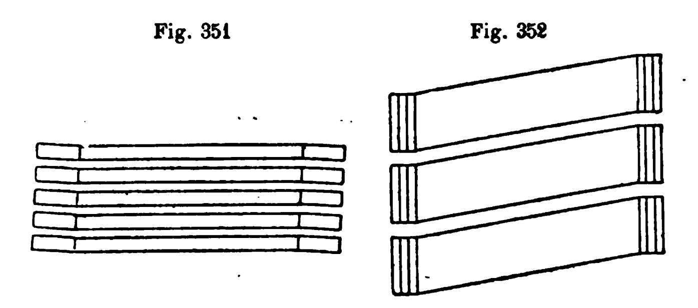


Les enroulements sont concentriques, celui de la basse tension étant toujours à l'intérieur.

Pour les transformateurs d'une puissance supérieure à 6 kilowatts, l'enroulement de basse tension est formé d'une bande de cuivre nu enroulée sur champ (*fig.* 351), ou de bandes superposées enroulées à plat (*fig.* 352). Les spires sont séparées par de l'amiante ou par une couche d'air de 10 mm. Le cuivre nu est employé parce que, l'air circulant moins bien autour de la bobine intérieure, l'élévation de température est plus grande ; c'est également pour cela que les spires

sont séparées par un isolant incombustible (amiante, micanite). La construction est faite de telle façon qu'une élévation de température constante de 200° soit sans danger, et que l'air puisse circuler facilement.

Fig. 351 Fig. 352



La bobine intérieure est entourée par un tube de micanite supportant l'enroulement de la haute tension ; ce tube intercepte le passage de la chaleur du secondaire au primaire et protège l'isolement du fil fin ; le diamètre intérieur de ce tube est plus grand que le diamètre extérieur du secondaire d'au moins 20 mm. Les deux enroulements sont de même hauteur ; l'enroulement extérieur est formé de galettes superposées, séparées par des cales permettant la libre circulation de l'air.

Les deux circuits étant complètement séparés, les bobines présentent une grande surface de refroidissement ; le montage en est commode et simple, et le remplacement des bobines se fait sans difficulté.

L'appareil est disposé de façon que, si l'on veut ajouter une ventilation artificielle, l'air puisse circuler librement à l'extérieur et à l'intérieur des noyaux. L'addition d'une ventilation artificielle augmente la capacité du transformateur de 50 %.

La quantité d'air nécessaire au refroidissement se calcule par la formule :

$$Q = \frac{(1 - \eta)\mathfrak{P}}{1,1(t - t_0)}.$$

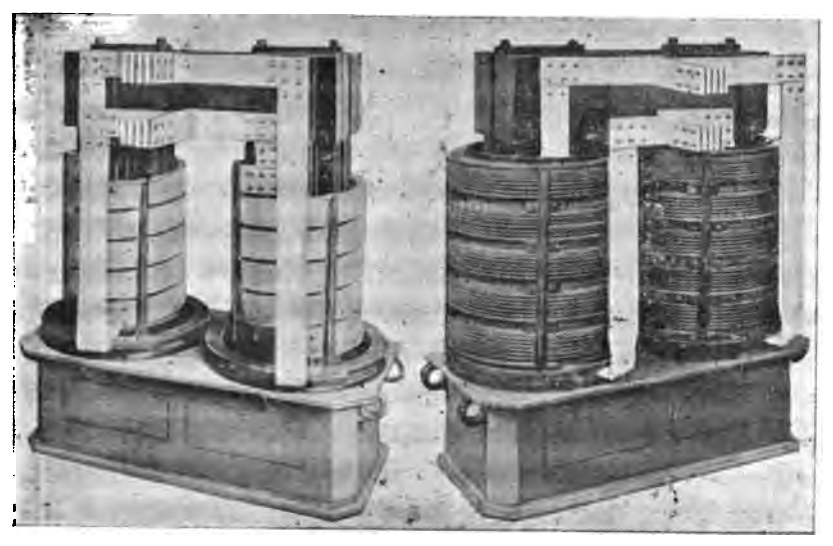
Q, volume d'air nécessaire en mètres cubes par seconde ;

$\mathfrak{P}$, puissance du transformateur en kilowatts ;

η, rendement du transformateur ;

$(t - t_0)$ élévation de température admise.

Fig. 353



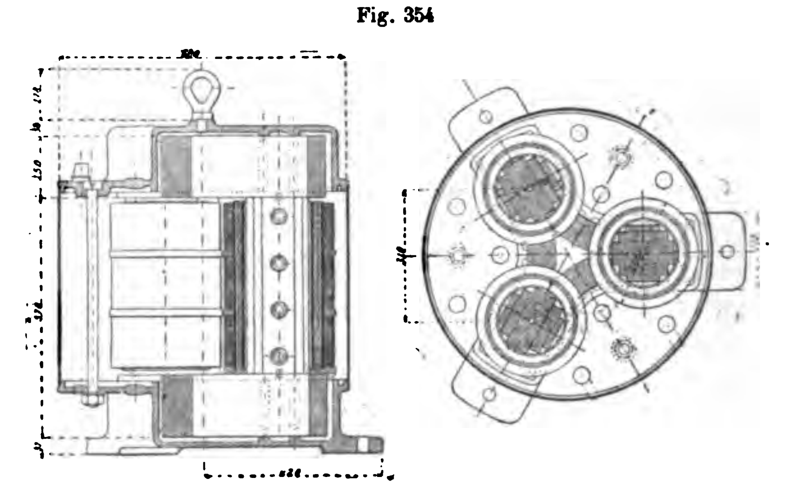
Transformateur de 200 KW (Ateliers d'Oerlikon).
Tension primaire, 4.000 volts. — Tension secondaire, 50 à 60 volts.

La *fig.* 353 représente un transformateur à courants alternatifs simples de 200 kilowatts ; à gauche le transformateur est représenté avec l'enroulement de haute tension enlevé. La hauteur des noyaux est de 880 millimètres et leur section de 670 cm^2 ; la densité du courant est de 1 ampère par mm^2 dans le gros fil et de 1,4 ampère par mm^2 dans le fil fin. Le rendement à pleine charge non inductive est de 97,5 °/ₒ.

Transformateur de la Cie Internationale d'Électricité de Liège. — Ce transformateur triphasé (*fig.* 354), d'une puissance de 20 kilowatts, est construit pour une différence de potentiel de 2 000 volts au primaire et de 110 volts au secondaire ; la fréquence est de 50 périodes par seconde ; les 3 phases sont groupées en étoile.

La carcasse magnétique est formée de 3 noyaux en tôles à section en croix de 126 cm² utiles ; ces 3 noyaux, d'une hauteur de 420 millimètres, sont placés aux sommets d'un triangle équilatéral et réunis aux deux extrémités par des culasses en tôles cintrées placées dans des boites en fonte réunies par des boulons.

Fig. 354



Transformateur triphasé de 20 kilowatts
(Cie Internationale d'Electricité à Liège).

Les circuits primaire et secondaire sont concentriques.

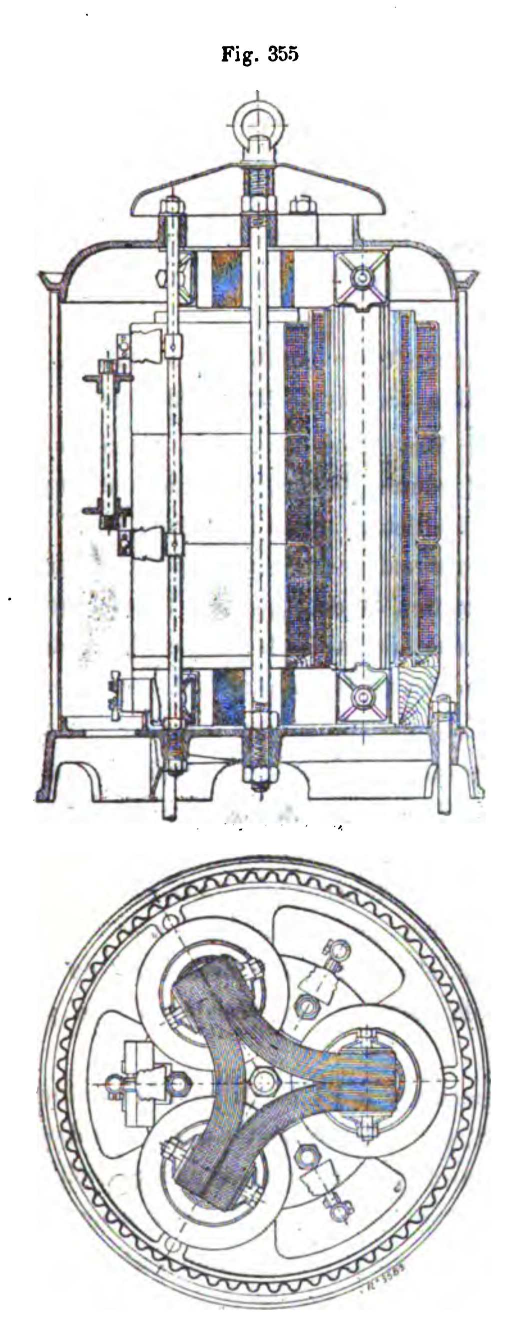
Le circuit primaire, placé à l'extérieur, comprend trois bobines étagées et enroulées avec du fil de 4,2 mm² de section ; le nombre de spires est de 840 ; la résistance à chaud est de 3,15 ohms ; le poids du cuivre est de 74 kilogrammes.

Le circuit secondaire, placé à l'intérieur, est formé par l'enroulement d'une bande de cuivre de 94 mm² de section ; le nombre de spires est de 44 ; la résistance à chaud est de 0,00535 ohm ; le poids du cuivre de la basse tension est de 71 kilogrammes.

Le courant primaire à vide est de 0,18 ampère.

Le rendement à pleine charge est de 0,96.

Fig. 355



Transformateur triphasé de 3 kilowatts (M. F. Krizik à Prague).

259. Transformateur de M. F. Krizik, de Prague. — Le transformateur triphasé (*fig.* 355) a une puissance de 3,000 watts. La tension aux bornes du primaire est de 3.300 volts et l'intensité par phase de 0,525 ampère. Au secondaire la tension est de 190 volts et le débit par phase de 5,25 ampères. Les 3 phases de l'enroulement secondaire sont montées en triangle ; celles de l'enroulement primaire, en étoile.

Le circuit magnétique comprend 3 noyaux verticaux de 40 cm^2 de section, formés de feuilles de tôles.

Les noyaux sont placés aux trois sommets d'un triangle équilatéral, et réunis deux à deux à leurs extrémités par des culasses feuilletées ayant la forme de V très ouverts. Ces culasses sont isolées des noyaux par une feuille de papier mince ; leur section est de 26,6 cm^2. Le serrage des culasses sur les noyaux se fait par 2 plateaux en fonte et des boulons ; le boulon du milieu porte un anneau de levage.

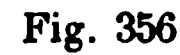
Autour de chaque noyau se trouvent les enroulements disposés concentriquement ; l'enroulement primaire est à l'extérieur. La basse tension est formée d'une bobine par phase et comprend 381 spires de fil de 2,5 mm. de diamètre, soit 4,91 mm^2 de section ; la résistance est de 5,18 ohms.

La haute tension comprend par phase 3 bobines montées en série ayant chacune 1204 spires de fil de 0,96 mm. ou 0,785 mm^2 de section ; la résistance par phase est de 50,7 ohms.

Ce transformateur a été établi pour alimenter des moteurs d'induction et, par suite, présenter une chute de tension faible pour un facteur de puissance assez petit ; la chute de tension en charge, pour un facteur de puissance de 0,7, est de 4,83 %.

L'intensité du courant à vide est de 0,059 ampère.

260. Transformateur Thomson-Houston de 90 kilowatts (Etablissements Postel-Vinay). — Ce transformateur, dont la *fig.* 356 donne une vue d'ensemble, fait partie d'un groupe de trois appareils semblables destiné à transformer un système de courants triphasés en courants hexaphasés (**203**).


Fig. 356



Transformateur cuirassé de 90 kilowatts avec insufflation d'air (Société des Etablissements Postel-Vinay).

A cet effet, le secondaire de chacun des trois appareils du groupe est formé de deux circuits distincts, de telle sorte que chacun des 3 courants primaires donne 2 courants secondaires, que l'on pourra grouper sur le réseau de départ de manière que leurs phases soient décalées de une demi-période.

La carcasse magnétique de ce transformateur, qui est du type cuirassé, est formée par la réunion de deux rectangles

accolés; les tôles, de 0,355 mm. d'épaisseur, sont découpées en bandes de deux longueurs différentes et empilées de façon que les joints soient croisés suivant la disposition de la *fig*. 331, page 651 ; le noyau est divisé en 6 paquets de tôles entre lesquels sont réservés 5 passages d'air pour la ventilation; le volume total de tôle est de 100 décimètres cubes ; la section utile est de 820 cm².

L'enroulement primaire est subdivisé en 4 bobines, P, montées en série de manière à former un circuit unique; l'enroulement secondaire est divisé en divisé en deux circuits, S_1 et S_2, comprenant chacun deux bobines ; les bobines primaires et secondaires sont alternées sur le noyau de la manière suivante :

$$P\ S_1\ S_2\ P\ P\ S_1\ S_2\ P;$$

elles sont séparées les unes des autres par un vide dans lequel l'air peut circuler.

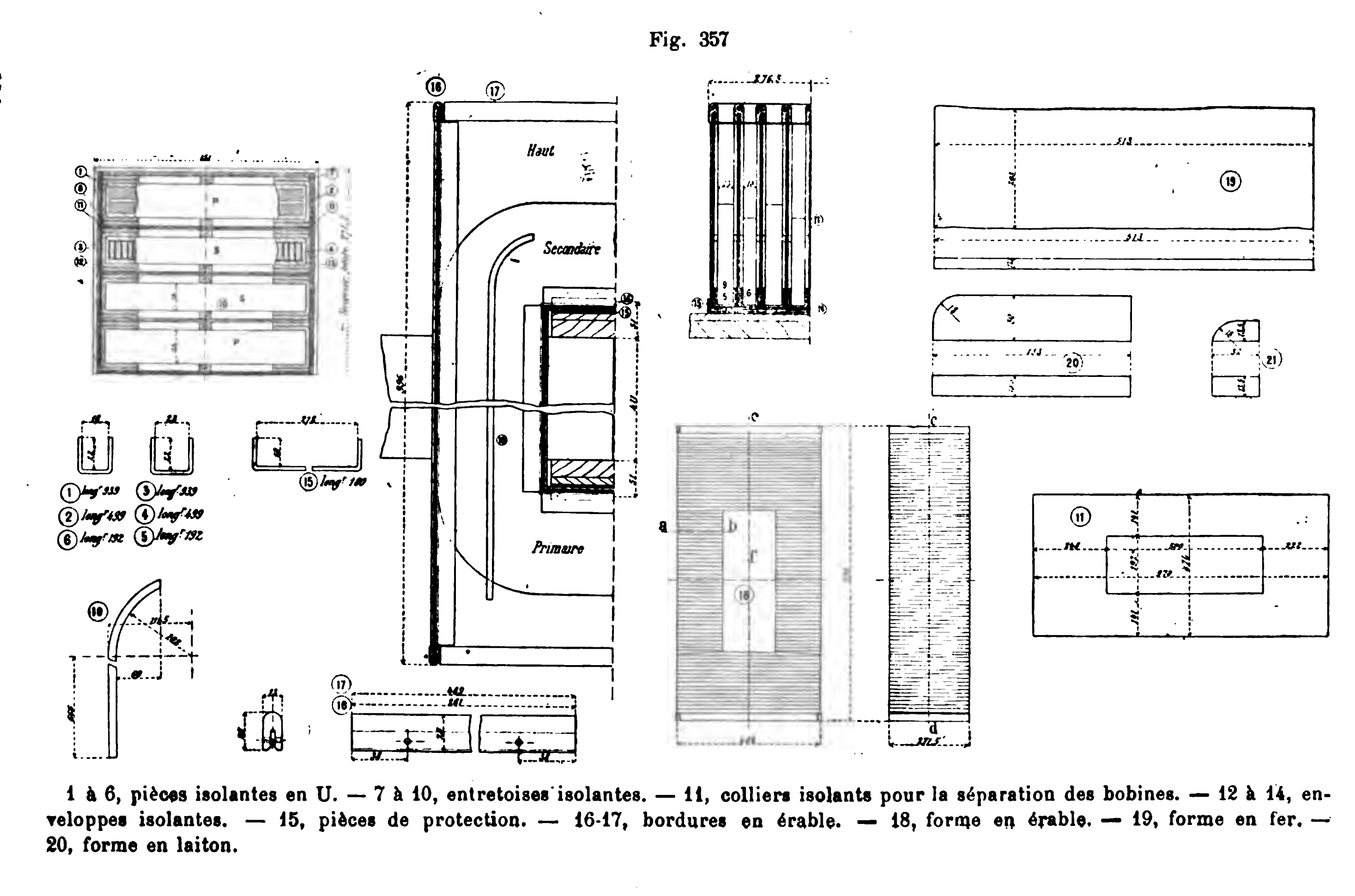
La *fig*. 357 montre le détail des dispositions adoptées pour isoler les bobines les unes des autres et maintenir leurs écartements.

Chacune des 4 bobines primaires comprend 144 spires d'un conducteur méplat de $8,5 \times 0,87 = 7,4$ mm², enroulées en deux sections de 72 spires ; le nombre total des spires pour le primaire est donc de 576 ; sa résistance est de 5,12 ohms à 65° C.

Chaque bobine secondaire comprend 18 spires formées par la réunion en parallèle de 2 conducteurs méplats de $12,5 \times 2,8$ mm. Chacun des deux circuits secondaires, formé de 2 bobines soit de 36 spires en série, a une résistance de 0,02 ohm à 65° C.

Le courant primaire à vide est de 1,07 ampère à la tension de 5.500 volts composés.

Fig. 357



1 à 6, pièces isolantes en U. — 7 à 10, entretoises isolantes. — 11, colliers isolants pour la séparation des bobines. — 12 à 14, enveloppes isolantes. — 15, pièces de protection. — 16-17, bordures en érable. — 18, forme en érable. — 19, forme en fer. — 20, forme en laiton.

Le transformateur est porté par un socle creux en fonte (*fig.* 358) sur les bords duquel reposent les tôles dont les assises sont horizontales, tandis que les bobines sont placées verticalement à cheval sur le noyau de la carcasse. Les prises

Fig. 358

Coupes verticales d'un transformateur à insufflation d'air (Société des Etablissements Postel-Vinay).

des courants secondaires sont à la partie inférieure ; celles du courant primaire sont à la partie supérieure. Le transformateur est entouré d'une enveloppe en tôle surmontée d'un chapeau muni d'oreilles de levage.

Les trois transformateurs du même groupe sont montés

sur un massif traversé par un canal d'amenée pour l'air qui passe dans les vides ménagés entre les bobines et entre les paquets de tôles du noyau; la vitesse du courant d'air se règle au moyen de persiennes placées à la partie supérieure; celui qui traverse le noyau s'échappe latéralement par les perforations de l'enveloppe de tôle. La puissance absorbée par la ventilation est de $\frac{1}{400}$ à $\frac{1}{500}$ de celle du transformateur.

CHAPITRE XIX

—

ÉTUDE DES TRANSFORMATEURS A COURANTS ALTERNATIFS

———

ÉTUDE THÉORIQUE

261. Théorie de la transformation. — Un transformateur à courants alternatifs est constitué par un noyau de fer commun à deux enroulements distincts :

l'*enroulement primaire* relié à l'alternateur qui fournit le courant à transformer ;

l'*enroulement secondaire* relié aux conducteurs qui transmettent le courant transformé.

Nous désignerons par :

n_1 et n_2 les nombres respectifs de spires des deux enroulements ;

r_1 et r_2 leurs résistances ;

I_1 et I_2 les intensités des courants primaire et secondaire ;

U_1 la différence de potentiel sous laquelle le courant primaire est fourni au transformateur ;

U_2 la différence de potentiel sous laquelle le courant secondaire est transmis dans le circuit extérieur.

Lorsqu'on applique aux bornes de l'enroulement primaire

une différence de potentiel alternative U_1, le courant I_1, qui en résulte, engendre un flux magnétique Φ_1, dont la plus grande partie, Φ'_1, se propage à l'intérieur du noyau de fer, tandis que l'autre partie, Φ''_1, passe à l'extérieur. Le flux Φ'_1, en circulant dans le noyau, développera dans l'enroulement secondaire un courant I_2, inverse de I_1, lequel donnera lui-même naissance à un flux total Φ_2, qui se divise en un flux Φ'_2 intérieur au noyau et un flux Φ''_2 extérieur.

Nous aurons donc à considérer dans l'étude du transformateur le flux Φ commun aux deux enroulements, c'est-à-dire la somme algébrique des deux flux de sens contraires Φ'_1 et Φ'_2 qui se développent dans le noyau, et les flux Φ''_1 et Φ''_2 que chacun des courants développe à l'extérieur du noyau et que l'on désigne sous le nom de *flux dispersés.*

L'enroulement primaire sera donc traversé par le flux

$$n_1(\Phi + \Phi''_1) = \Psi_1;$$

et l'enroulement secondaire par le flux

$$n_2(\Phi + \Phi''_2) = \Psi_2.$$

La réluctance du milieu extérieur au noyau étant constante, les flux dispersés seront proportionnels aux courants qui leur donnent naissance et nous aurons

$$n_1\Phi''_1 = \mathfrak{L}_1 I_1 \qquad n_2\Phi''_2 = \mathfrak{L}_2 I_2$$

en représentant par $\mathfrak{L}_1$ et $\mathfrak{L}_2$ les coefficients de self-induction des enroulements dans l'air.

On aura donc

$$\Psi_1 = n_1\Phi + \mathfrak{L}_1 I_1 \qquad \Psi_2 = n_2\Phi + \mathfrak{L}_2 I_2.$$

Le travail que le courant primaire effectue dans le champ magnétique pendant le temps dt sera

$$d\mathfrak{T}_1 = I_1 d\Psi_1.$$

L'accroissement d'énergie du courant secondaire pendant le même temps sera

$$dW_2 = - I_2 d\Psi_2.$$

Le travail primaire étant fourni par la source qui maintient le courant, on doit avoir

$$I_1 d\Psi_1 = U_1 I_1 dt - r_1 I^2_1 dt ;$$

et, en remplaçant Ψ_1 par sa valeur,

(1) $$U_1 I_1 dt = r_1 I^2_1 dt + \mathfrak{L}_1 I_1 dI_1 + n_1 I_1 d\Phi.$$

L'accroissement d'énergie secondaire devant être égal au travail que le courant développe dans le circuit, on aura de même

$$- I_2 d\Psi_2 = r_2 I^2_2 dt + U_2 I_2 dt ;$$

et, en remplaçant Ψ_2 par sa valeur,

(2) $$r_2 I^2_1 dt + \mathfrak{L}_2 I_2 dI_2 + U_2 I_2 dt = - n_2 I_2 d\Phi.$$

En retranchant cette seconde équation de la première nous voyons que l'excédent de l'énergie fournie au primaire sur celle qui est disponible aux bornes du secondaire, c'est-à-dire

$$U_1 I_1 dt - U_2 I_2 dt$$

est égal à la somme des trois termes suivants :

$$r_1 I^2_1 dt + r_2 I^2_2 dt,$$

travail des courants dans le cuivre ;

$$\mathfrak{L}_1 I_1 dI_1 + \mathfrak{L}_2 I_2 dI_2,$$

travail des courants dans l'air ;

$$(n_1 I_1 + n_2 I_2)\, d\Phi,$$

travail des courants dans le fer.

Le travail des courants dans le cuivre représente l'énergie

dissipée sous forme de chaleur dans les deux enroulements (effet Joule).

Le travail des courants dans l'air est celui qui correspond à la variation d'énergie potentielle du milieu extérieur : il est positif pendant la phase croissante du courant et négatif pendant la phase décroissante, de telle sorte que la somme des travaux développés dans le milieu est nulle pour une période des courants. Cet échange périodique d'énergie entre les courants et le milieu ne donne donc lieu à aucune dissipation d'énergie et n'a pour effet que de créer une différence de phase entre le courant et la force électromotrice.

En analysant le terme qui représente le travail des courants dans le fer, nous voyons que le travail $n_1 I_1 d\Phi$, que le courant primaire développe dans le noyau, comprend celui qui est utilisé à l'intérieur pour l'aimantation du fer et celui qui est transmis à l'enroulement secondaire. Le courant primaire et le courant secondaire étant de signes contraires, on voit que le troisième terme représente la différence entre le travail que le courant primaire développe dans le noyau de fer et l'énergie que le secondaire reçoit de ce noyau ; ce terme représente donc le travail dépensé dans le fer.

L'identité

$$n_1 I_1 d\Phi = n_1 I_0 d\Phi + n_1 (I_1 - I_0) d\Phi,$$

nous montre que le courant primaire peut être décomposé en deux courants ayant chacun un rôle distinct :

la composante I_0, dont l'énergie se transforme à l'intérieur du noyau ;

la composante $(I_1 - I_0)$, dont l'énergie est transmise à l'enroulement secondaire.

Les courants I_1 et I_2 étant de signes contraires, on doit avoir

$$n_1 (I_1 - I_0) d\Phi + n_2 I_2 d\Phi = 0,$$

ou

$$(3) \qquad n_1 I_1 + n_2 I_2 = n_1 I_0.$$

On voit que I_0 est l'intensité du courant primaire que le transformateur prend à vide, puisque pour

$$I_2 = 0 \qquad \text{on aura} \qquad I_0 = I_1.$$

Ce courant de la marche à vide est une donnée importante qu'il est nécessaire de déterminer lorsqu'on veut étudier les conditions de fonctionnement d'un transformateur.

262. Courant primaire à vide. — Pour un transformateur dont les éléments de construction sont connus, l'intensité du courant dans le transformateur à vide dépendra de la fréquence et de la valeur du flux inducteur dans le noyau.

En choisissant comme origine l'instant où le flux est maximum, sa valeur au temps t sera exprimée par la fonction

$$\Phi = \Phi_0 \cos \omega t;$$

et l'intensité correspondante du courant I_0 sera représentée par une fonction de la forme

$$I_0 = A_0 \sin \omega t + B_0 \cos \omega t,$$

dont les coefficients A_0 et B_0 sont à déterminer.

Le courant dans le transformateur à vide est celui qui est nécessaire pour aimanter le noyau et fournir la puissance $\mathfrak{P}_0'$ dissipée par l'hystérésis et les courants de Foucault; il devra donc satisfaire à la loi du circuit magnétique,

$$(1) \qquad 4\pi n_1 I_0 = \Phi \mathcal{R},$$

et satisfaire en outre à l'équation

$$(2) \qquad \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{\frac{2\pi}{\omega}} n_1 I_0 \frac{d\Phi}{dt} dt = \mathfrak{P}'_0.$$

En identifiant les deux membres de l'équation (1), après

avoir remplacé I_0 et Φ par leurs expressions périodiques, on obtient

$$B_0 = \frac{10}{4\pi n_1} \Phi_0 \mathcal{R} = \frac{10}{4\pi n_1} \sum \frac{\mathfrak{B}L}{\mu} \text{ ampères,}$$

en désignant par L la longueur moyenne du tube de force dans lequel l'induction maximum est égale à $\mathfrak{B}$.

En remplaçant de même I_0 et Φ dans l'équation (2) et en effectuant l'intégration, on obtiendra

$$A_0 = -\frac{2\mathcal{P}'_0}{n_1 \omega \Phi_0} \cdot 10^8 \text{ ampères.}$$

La puissance dissipée par l'hystérésis et les courants de Foucault se calcule par la formule

$$\mathcal{P}'_0 = V\left[\frac{fh\mathfrak{B}^{1,6}}{10^7} + \frac{1,234\, f^2 e^2 \mathfrak{B}^2}{10^{13}}\right] \text{ watts (1).}$$

Si l'induction n'a pas la même valeur dans le noyau et dans les culasses, on calculera les pertes relatives à chacune des parties, et l'on en fera la somme.

On voit que le courant primaire à vide est la résultante de deux courants dont les intensités efficaces sont

(3) $$a_0 = -\frac{\mathcal{P}'_0 \sqrt{2}}{n_1 \omega \Phi_0} \cdot 10^8 ;$$

(4) $$b_0 = \frac{10}{4\pi n_1} \sum \frac{\mathfrak{B}L}{\mu}.$$

La composante a_0, représentée par un vecteur en avance de 90° sur le vecteur du flux, fournit la puissance absorbée par l'hystérésis et par les courants de Foucault.

La composante b_0 a la même phase que le flux ; le travail

(1) V volume du fer en cm³; *h* coefficient de Steinmetz déterminé par l'expérience : il est ordinairement compris entre 0,002 et 0,003 pour la bonne tôle du transformateur ; *e* est l'épaisseur de la tôle en mm. ; $f = \frac{\omega}{2\pi}$.

qu'elle fournit étant alternativement positif et négatif, la somme est nulle pour une période.

a_0 est la composante wattée ; b_0 la composante déwattée du courant primaire à vide, i_0.

263. Fonctionnement du transformateur à différentes charges. — En divisant par $I_1\,dt$ tous les termes de la formule de transformation primaire (**261**) on obtient l'équation

$$(1) \qquad r_1 I_1 + \mathcal{L}_1 \frac{dI_1}{dt} + n_1 \frac{d\Phi}{dt} = U_1,$$

que l'on peut aussi établir directement, en remarquant que la tension primaire doit être égale à la somme des forces électromotrices inverses développées par l'impédance intérieure et la variation périodique du flux.

La formule de transformation secondaire donne de même l'équation

$$(2) \qquad r_2 I_2 + \mathcal{L}_2 \frac{dI_2}{dt} + U_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt}.$$

La différence de potentiel secondaire s'exprime en fonction de la résistance R et du coefficient de self induction, $\mathcal{L}$, du circuit extérieur par la condition

$$(3) \qquad U_2 = RI_2 + \mathcal{L} \frac{dI_2}{dt}.$$

Le rapport de transformation des courants est donné par la condition

$$(4) \qquad n_1 I_1 + n_2 I_2 = n_1 I_0,$$

I_0 étant le courant primaire à vide.

Ces quatre équations permettent de déterminer la tension primaire nécessaire pour maintenir aux bornes secondaires

une tension, u_2, lorsque la puissance utile, $\mathfrak{P}_2$, et le décalage extérieur, φ, sont donnés.

Comme

$$\mathfrak{P}_2 = u_2 i_2 \cos\varphi = R i_2^2,$$

on aura

$$i_2 = \frac{\mathfrak{P}_2}{u_2 \cos\varphi}; \qquad R = \frac{(u_2 \cos\varphi)^2}{\mathfrak{P}_2}; \qquad \omega\mathfrak{L} = R \operatorname{tg}\varphi.$$

Les quantités connues sont donc

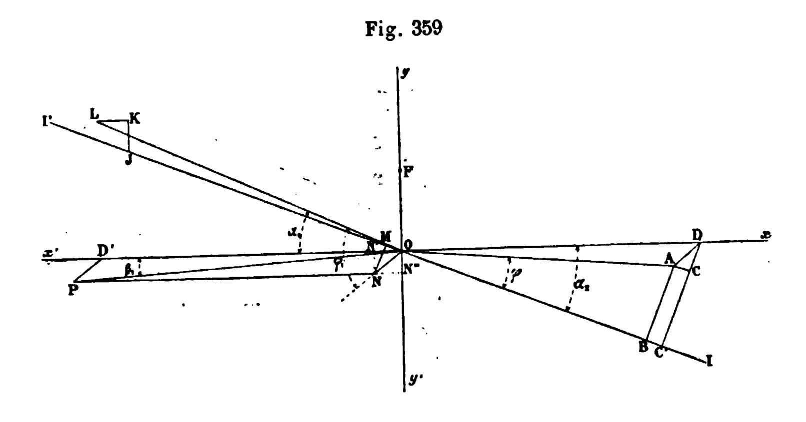
$$r_1,\ r_2,\ \omega\mathfrak{L}_1,\ \omega\mathfrak{L}_2,\ R,\ \omega\mathfrak{L},\ u_2,\ i_2;$$

les quantités à déterminer sont

$$\Phi_0,\ u_1,\ i_1,\ \mathfrak{P}_1.$$

Le problème peut être résolu très simplement par la méthode des vecteurs.

Fig. 359



Sur $\overline{OA} = u_2$ comme hypothénuse (*fig.* 359) construisons le triangle rectangle dont on connaît l'angle $AOB = \varphi$; on aura

$$R i_2 = \overline{OB}; \qquad \omega\mathfrak{L} i_2 = \overline{BA}.$$

La valeur du flux inducteur se déduit de l'équation (2);

par le point A, parallèlement au vecteur du courant secondaire, menons $\overline{AC} = r_2 i_2$, puis $\overline{CD} = \omega \mathfrak{L}_2 i_2$ en avance de 90° sur $\overline{AC}$; on aura

$$\overline{AD} = \text{vect.} \left[r_2 I_2 + \mathfrak{L}_2 \frac{dI_2}{dt} \right];$$

puis, en composant $\overline{AD}$ et $\overline{OA}$,

$$\overline{OD} = \text{vect.} \left[- n_2 \frac{d\Phi}{dt} \right];$$

le vecteur de la dérivée $\frac{d\Phi}{dt}$ étant dirigé suivant Ox', la fonction primitive, Φ, dont le vecteur est de 90° en retard sur Ox', sera représentée par un segment de droite $\overline{OF}$, mesuré sur Oy, tel que

$$\overline{OF} = \frac{\overline{OD}}{n_2 \omega} = \frac{\Phi_0}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-8}.$$

Φ_0 étant déterminé, on pourra calculer (**262**) le courant primaire à vide, dont la composante wattée a_0 sera parallèle à Ox' et la composante déwattée, b_0, parallèle à Oy.

L'intensité du courant primaire se déduira de l'équation (4) qui donne

$$I_1 = - \frac{n_2}{n_1} I_2 + I_0.$$

Pour construire le vecteur représentatif de ce courant, on prendra sur le prolongement négatif de $\overline{OI}$ une longueur $\overline{OJ} = \frac{n_2}{n_1} I_2$; puis par le point J on mènera le segment de droite $\overline{JK} = b_0$ parallèle Oy et par le point K, le vecteur $\overline{KL} = a_0$ parallèle à Ox'; la ligne de fermeture $\overline{OL}$ sera le vecteur du courant primaire.

La tension primaire s'obtient en construisant l'équation (1)

$$U_1 = r_1 I_1 + \mathfrak{L}_1 \frac{dI_1}{dt} + n_1 \frac{d\Phi}{dt}.$$

Sur la droite $\overline{OL}$ prenons $\overline{OM} = r_1 i_1$ et élevons la perpendiculaire $\overline{MN} = \omega \mathfrak{L}_1 i_1$; nous aurons

$$\overline{ON} = \text{vect.} \left(r_1 I_1 + \mathfrak{L}_1 \frac{dI_1}{dt} \right);$$

le vecteur de $\frac{d\Phi}{dt}$ étant en avance de 90° sur celui de la fonction Φ, on prendra ensuite sur Ox'

$$\overline{NP} = \frac{n_1 \omega \Phi_0}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-8}.$$

La résultante $\overline{OP}$ des deux vecteurs $\overline{ON}$ et $\overline{NP}$ déterminera, à l'échelle de la figure, la valeur efficace de la tension primaire nécessaire pour obtenir la tension u_2 aux bornes du circuit extérieur.

Au lieu d'adopter la même échelle pour les volts primaires et secondaires, il est plus commode d'établir l'épure en prenant $n_2 = n_1$; ce qui revient à multiplier par $\frac{n_2}{n_1}$ les longueurs des vecteurs représentant les différences de potentiel primaires et par $\frac{n_1}{n_2}$ les vecteurs des courants correspondants.

Lorsque l'épure doit servir à déterminer les valeurs numériques des variables, on pourra doubler l'échelle des lectures, sans augmenter les dimensions de la feuille de dessin, en traçant les diagrammes primaire et secondaire du même côté de l'axe Oy, ce qui revient à changer les signes des vecteurs primaires en faisant décrire à chacun d'eux un angle de 180°.

Si les différentes grandeurs qui interviennent dans le fonctionnement du transformateur doivent être déterminées avec une approximation plus grande que celle que l'on peut obtenir graphiquement, on pourra calculer les côtés et les angles des triangles formés par les différents vecteurs composants.

Le triangle ODC′ donne

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\omega \mathfrak{L}_2 + \omega \mathfrak{L}}{r_2 + R}$$

$$\overline{OD} = \frac{(r_2 + R) i_2}{\cos \alpha_2} = -\frac{n_2 \omega \Phi_0}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-8}.$$

Après avoir calculé, au moyen de cette valeur de Φ composantes du courant primaire à vide, on obtiendra composantes rectangulaires du courant primaire total

$$a_1 = a_0 + \frac{n_2}{n_1} i_2 \cos \alpha_2, \text{ parallèle à } Ox' ;$$

$$b_1 = b_0 + \frac{n_2}{n_1} i_2 \sin \alpha_2, \quad \text{»} \quad \text{à } Oy.$$

L'intensité efficace du courant primaire sera

$$i_1 = \sqrt{a^2_1 + b^2_1}.$$

L'angle α_1 du vecteur $\overline{OL}$ avec l'axe Ox' est déterminé le quotient

$$\frac{b_1}{a_1} = \operatorname{tg} \alpha_1.$$

En désignant l'angle $\widehat{MON}$ par

$$\varphi_1 = \operatorname{arc\,tg} \frac{\omega \mathfrak{L}_1}{r_1},$$

la chute de potentiel due à l'impédance intérieure sera

$$\overline{ON} = \frac{r_1 i_1}{\cos \varphi_1}.$$

Les composantes rectangulaires de $\overline{ON}$ seront

$$\overline{ON'} = \frac{r_1 i_1}{\cos \varphi_1} \cos (\varphi_1 - \alpha_1), \text{ parallèle à } Ox' ;$$

$$\overline{ON''} = \frac{r_1 i_1}{\cos \varphi_1} \sin (\varphi_1 - \alpha_1), \quad \text{»} \quad \text{à } Oy'.$$

La différence de potentiel primaire sera la résultante des ux composantes rectangulaires

$$\overline{PN'} = \frac{r_1 i_1}{\cos \varphi_1} \cos(\varphi_1 - \alpha_1) + \frac{n_1 \omega \Phi_0}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-8} = p_1;$$

$$\overline{ON'} = \frac{r_1 i_1}{\cos \varphi_1} \sin(\varphi_1 - \alpha_1) = q_1.$$

On en déduit

$$u_1 = \sqrt{p^2_1 + q^2_1}; \qquad \text{tg}\, \beta_1 = \frac{q_1}{p_1}.$$

La puissance fournie au primaire sera

$$\mathfrak{P}_1 = u_1 i_1 \cos(\alpha_1 + \beta_1);$$

;omme vérification elle doit être égale à la somme

$$\mathfrak{P}_2 + r_2 i^2_2 + r_1 i^2_1 + \mathfrak{P}'_0 = \mathfrak{P}_1.$$

264. Caractéristique externe. — La caractéristique externe du transformateur est la courbe dont l'ordonnée mesure la différence de potentiel secondaire et l'abscisse correspondante l'intensité du courant débité.

L'équation de la courbe se déduit des conditions auxquelles doit satisfaire la transformation

$$(1) \qquad r_1 I_1 + \mathfrak{L}_1 \frac{dI_1}{dt} + n_1 \frac{d\Phi}{dt} = U_1;$$

$$(2) \qquad r_2 I_2 + \mathfrak{L}_2 \frac{dI_2}{dt} + U_2 = -n_2 \frac{d\Phi}{dt};$$

$$(3) \qquad n_1 I_1 + n_2 I_2 = n_1 I_0.$$

Comme l'intensité du courant primaire à vide ne représente qu'une très petite fraction du courant normal, la chute de tension occasionnée par le courant à vide peut être négligée à côté de U_1 et, pour le tracé de la caractéristique, on peut

admettre, en première approximation, que l'on a simplement

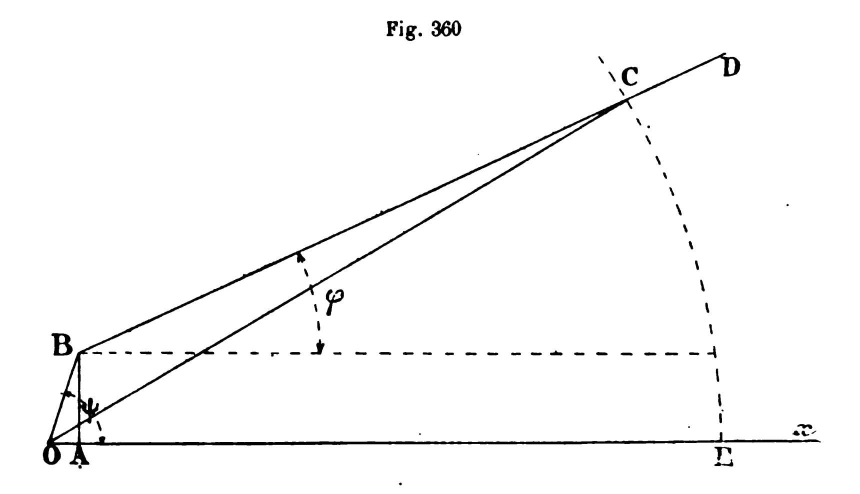
$$I_1 = -\frac{n_2}{n_1} I_2.$$

En remplaçant I_1 par cette valeur dans l'équation (1) et en éliminant $\frac{d\Phi}{dt}$ entre (1) et (2), on obtient l'équation

$$(4) \quad \left(\frac{n^2_2}{n^2_1} r_1 + r_2\right) I_2 + \left(\frac{n^2_2}{n^2_1} \mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_2\right) \frac{dI_2}{dt} + U_2 + \frac{n_2}{n_1} U_1 = 0$$

que l'on peut résoudre graphiquement.

Fig. 360



Sur la droite Ox (*fig.* 360) prenons

$$\overline{OA} = \left(\frac{n^2_2}{n^2_1} r_1 + r_2\right) i_2 ;$$

et élevons en A la perpendiculaire

$$\overline{AB} = \omega\left(\frac{n^2_2}{n^2_1} \mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_2\right) i_2 ;$$

puis, par le point B, traçons le segment de droite $\overline{BC} = u_2$ faisant avec Ox un angle, φ, égal au décalage extérieur, et joignons le point C à l'origine ; nous aurons

$$\overline{CO} = \frac{n_2}{n_1} u_1.$$

Si la tension primaire est constante, et que l'on se propose de déterminer la différence de potentiel secondaire à différents régimes, on prendra i_2 comme variable indépendante et, après avoir construit le triangle OAB, on mènera par le sommet B une droite BD faisant avec Ox l'angle φ; l'intersection de cette droite et de l'arc de cercle décrit du point O comme centre, avec $\overline{OE} = \frac{n_2}{n_1} u_1$ comme rayon, détermine le segment $\overline{BC} = u_2$; on pourra tracer ainsi autant de points qu'on voudra de la caractéristique externe relative à un décalage déterminé.

Si l'on veut déterminer la tension primaire nécessaire pour obtenir une tension secondaire constante, après avoir construit le triangle OAB pour le débit donné, on tracera le vecteur $\overline{BC}$ représentant en grandeur et en phase la tension secondaire fixée et, en joignant le point C à l'origine, on aura

$$u_1 = \frac{n_1}{n_2} \overline{CO}.$$

Au lieu de déterminer graphiquement u_1 et u_2, on pourra obtenir leurs valeurs en calculant un des côtés du triangle OCB en fonction des deux autres.

En posant

$$\omega\left(\frac{n_2^2}{n_1^2} \mathfrak{L}_1 + \mathfrak{L}_2\right) = \omega\mathfrak{L}'; \qquad \frac{n_2^2}{n_1^2} r_1 + r_2 = r'; \qquad \operatorname{tg}\psi = \frac{\omega\mathfrak{L}'}{r'}$$

on aura

$$\widehat{OBC} = \pi - (\psi - \varphi) ;$$

et par conséquent

$$\left(\frac{n_2}{n_1} u_1\right)^2 = u_2^2 + (r'^2 + \omega^2\mathfrak{L}'^2)\, i_2^2 + 2u_2 i_2 \sqrt{r'^2 + \omega^2\mathfrak{L}'^2} \cos(\psi - \varphi).$$

En remplaçant $\cos(\psi - \varphi)$ par sa valeur

$$\cos(\psi - \varphi) = \frac{r' \cos\varphi + \omega\mathfrak{L}' \sin\varphi}{\sqrt{r'^2 + \omega^2\mathfrak{L}'^2}},$$

la caractéristisque externe sera déterminée par l'équation

$$(5)\quad \left(\frac{n_2}{n_1} u_1\right)^2 = u_2^2 + (r'^2 + \omega^2\mathfrak{L}'^2)i_2^2 + 2u_2 i_2 (r' \cos\varphi + \omega\mathfrak{L}' \sin\varphi).$$

Cette équation, qui représente une ellipse, peut se construire de la même manière que la caractéristique externe d'un alternateur (**238**).

265. Rapport de transformation. — Le rapport de transformation, $\frac{u_1}{u_2}$, des tensions primaire et secondaire sera donné par le diagramme de fonctionnement (**263**) ; il est égal au rapport des vecteurs $\overline{OP}$ et $\overline{OA}$ (*fig.* 359).

On peut aussi le calculer au moyen de l'équation (5) (**264**), c'est-à-dire en négligeant le courant primaire à vide, dont l'intensité est trop faible pour modifier d'une façon appréciable le rapport cherché.

En remplaçant dans cette équation i_2, cos φ, sin φ, par leurs valeurs

$$i_2 = \frac{u_2}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}}\,;\ \cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}}\,;\ \sin\varphi = \frac{\omega\mathfrak{L}}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}}\,;$$

on obtient le rapport de transformation sous la forme

$$(6)\qquad \frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\sqrt{(r' + R)^2 + \omega^2(\mathfrak{L}' + \mathfrak{L})^2}}{\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2}}.$$

DÉTERMINATION EXPÉRIMENTALE DES CONSTANTES D'UN TRANSFORMATEUR

266. Courant primaire à vide. — Le secondaire du transformateur étant ouvert, on appliquera au primaire une différence de potentiel alternative dont on augmente progressivement la valeur.

Pour chaque expérience on mesure

u_1, valeur efficace de la tension primaire ;

i_0, intensité du courant primaire à vide ;

$\mathcal{P}_1$, puissance fournie au primaire ;

u_2, valeur efficace de la tension secondaire.

Le secondaire étant ouvert, on aura

$$u_2 = \frac{n_2 \omega \Phi_0}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-8};$$

on en déduira la valeur du flux pour laquelle l'hystérésis et les courants de Foucault absorbent une puissance

$$\mathcal{P}'_0 = \mathcal{P}_1 - r_1 i^2_0.$$

La composante wattée du courant i_0 sera

$$a_0 = \frac{n_2}{n_1} \frac{\mathcal{P}'_0}{u_2};$$

la composante déwattée sera

$$b_0 = \sqrt{i^2_0 - a^2_0}.$$

Au moyen de ces valeurs on pourra tracer la courbe d'aimantation du noyau en prenant comme abscisse b_0 et comme ordonnée la valeur efficace du flux. La courbe des pertes dans le fer se tracera en prenant comme abscisse le flux et comme ordonnée la puissance absorbée $\mathcal{P}'_0$.

Comme les pertes par hystérésis sont proportionnelles à la fréquence et les pertes par courants de Foucault propor-

tionnelles au carré de la fréquence, on pourra séparer les deux espèces de pertes en faisant deux expériences à des fréquences différentes, pour une même valeur du flux, c'est-à-dire en réglant le courant primaire de manière que, dans les deux expériences, le rapport des tensions secondaires à vide soit le même que celui des fréquences.

267. Impédance intérieure. — Le secondaire du transformateur étant fermé en court circuit sur un ampèremètre, on élèvera graduellement la tension primaire jusqu'à ce que le courant secondaire atteigne son intensité de pleine charge.

En se reportant à la *fig.* 360, p. 690, on voit que pour $u_2 = 0$, $\overline{OC}$ se confondra avec $\overline{OB}$, et l'impédance intérieure sera déterminée par la formule

$$\sqrt{r'^2 + \omega^2 \mathcal{L}'^2} = \frac{n_2}{n_1} u_1.$$

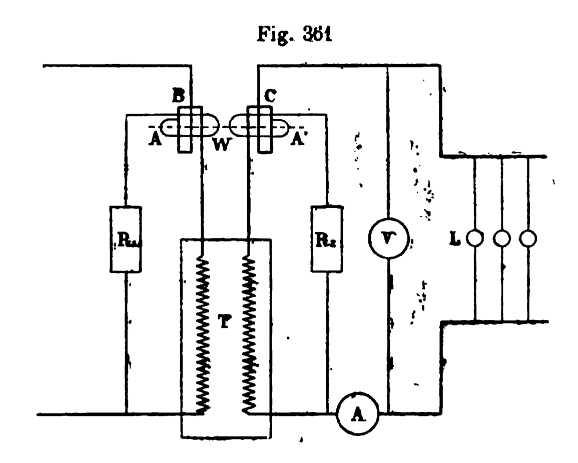
Le secondaire étant en court circuit, l'aimantation des noyaux est très faible, et les pertes dans le fer deviennent négligeables ; la puissance primaire dépensée fera donc connaître approximativement les pertes dues à la résistance ohmique des circuits primaire et secondaire. Cette mesure doit être faite après avoir fait fonctionner le transformateur à pleine charge pendant un temps suffisant pour que la température de régime soit atteinte.

MESURE DU RENDEMENT

268. Méthode directe. — Quand on dispose d'une puissance suffisante, on peut déterminer directement les rendements aux différentes charges en mesurant les puissances primaire et secondaire au moyen de deux wattmètres ; mais comme le rendement des transformateurs est très élevé,

mesure des deux puissances peut donner lieu à des erreurs ...atives importantes; il est donc préférable de déterminer ... puissance perdue au moyen d'un wattmètre différentiel, sui...ant le dispositif de la *fig.* 361.

Fig. 361



Le circuit secondaire étant constitué par une batterie de lampes à incandescence, le coefficient de self-induction du circuit extérieur sera sensiblement nul et la puissance $\mathfrak{P}_2$ sera égale au produit de la différence de potentiel (voltmètre V) par l'intensité du courant débité (ampèremètre A).

La puissance perdue est mesurée par le wattmètre différentiel W qui se compose de deux électro-dynamomètres B et C dont les bobines mobiles, à fil fin, sont montées sur le même axe AA′ et orientées de façon que leurs moments de torsion soient opposés. Dans ces conditions l'instrument indiquera l'excédent de la puissance primaire sur la puissance secondaire, c'est-à-dire la puissance perdue $\mathfrak{P}_0$, et le rendement cherché sera donné par le quotient

$$\eta = \frac{\mathfrak{P}_2}{\mathfrak{P}_2 + \mathfrak{P}_0}.$$

Cette méthode est susceptible de fournir des résultats très exacts; mais elle a l'inconvénient de donner lieu à une dépense

importante d'énergie, puisque le transformateur doit travailler à pleine charge pendant la durée des essais.

On complète l'essai en déterminant la chute de tension secondaire à différents régimes entre la marche à vide et la pleine charge. Lorsque le transformateur doit alimenter des lampes à incandescence on admet que la chute ne doit pas dépasser 2 % avec un facteur de puissance égale à 0,8.

269. Evaluation des pertes séparées. — Lorsque la tension primaire reste constante, les pertes par hystérésis et courants de Foucault sont indépendantes de la charge. On pourra donc évaluer le rendement d'un transformateur en mesurant la puissance primaire $\mathcal{P}'_0$ absorbée à vide pour une tension déterminée, et en calculant la puissance, $\mathcal{P}''_0$, perdue par l'effet Joule dans les deux enroulements, lorsque le transformateur est en charge ; le rendement sera

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_2}{\mathcal{P}_2 + \mathcal{P}'_0 + \mathcal{P}''_0}.$$

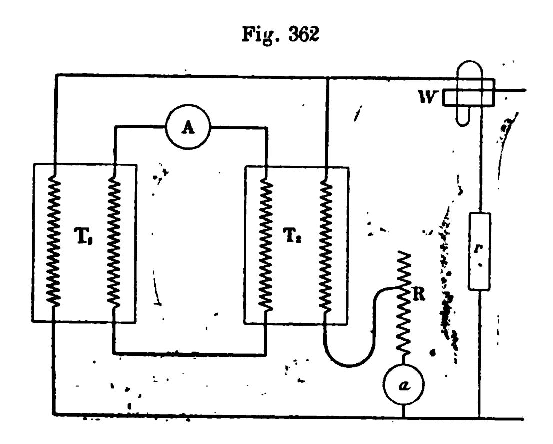
270. Méthode d'opposition. — Lorsqu'on dispose de deux transformateurs identiques, on pourra mesurer leur rendement en les montant en opposition de façon que la puissance disponible fournie par chacun d'eux soit utilisée par l'autre. Dans ces conditions il suffira de fournir au groupe des deux transformateurs l'énergie nécessaire pour compenser les pertes au régime dont on veut déterminer le rendement.

Au point de vue de la facilité des manipulations, il est préférable d'alimenter les transformateurs à un voltage réduit, et ce sont les enroulements à gros fil qui sont ordinairement employés comme primaires et montés en opposition sur le circuit d'alimentation, tandis que les bobines à fil fin, fonctionnant comme secondaires, sont réunies en court circuit sur un ampèremètre A (*fig.* 362). Le rhéostat R permet de modifier l'intensité du courant dans le transformateur T_2 ; cette inten-

sité est mesurée par l'ampèremètre A ; la puissance fournie au système se lit sur le wattmètre W.

Comme T_1 et T_2 sont identiques, si l'on supprimait la résistance R, les deux courants étant égaux et de signes contraires, l'ampèremètre A n'indiquerait pas de courant. En augmentant la résistance R on diminuera l'intensité primaire en T_2 et un courant passera de T_1 en T_2 à travers l'ampèremètre. En agissant sur le rhéostat, on donnera à ce courant de circulation l'intensité qui correspond au régime dont on veut connaître le rendement.

Fig. 362



La puissance $\mathfrak{P}_1$, indiquée par le wattmètre W, est celle qui est absorbée par les transformateurs et par la résistance de réglage R ; la puissance absorbée par les deux transformateurs est donc

$$\mathfrak{P}_0 = \mathfrak{P}_1 - Ri^2;$$

elle se répartit également entre les deux appareils et, si nous représentons par $\mathfrak{P}$ la puissance qui circule entre T_1 et T_2, le rendement cherché sera

$$\eta = \frac{2\mathfrak{P} + \mathfrak{P}_0}{2\mathfrak{P}}.$$

ÉTUDE D'UN PROJET DE TRANSFORMATEUR

271. Données. — Les données du projet sont :

Différence de potentiel primaire, u_1 ;

Différence de potentiel secondaire, u_2 ;

Fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ périodes par seconde ;

Puissance utile $\mathfrak{P}_2$;

Facteur de puissance du réseau, $\cos\varphi$;

Chute de tension maximun entre la marche à vi-
pleine charge ;

Rendement, η, du transformateur à un régime déter-

L'intensité du courant secondaire et les constantes
canalisation extérieure se déduisent immédiatement de
nées précédentes.

Pour un transformateur simple on aura

$$\mathfrak{P}_2 = u_2 i_2 \cos\varphi = R i_2^2$$

et par conséquent

$$i_2 = \frac{\mathfrak{P}_2}{u_2 \cos\varphi}; \qquad R = \frac{(u_2 \cos\varphi)^2}{\mathfrak{P}_2}; \qquad \omega\mathfrak{L} = R \ldots$$

Pour un transformateur triphasé on aura

$$\mathfrak{P}_2 = u_2 i_2 \sqrt{3} \cos\varphi = 3 R i_2^2;$$

et par conséquent

$$i_2 = \frac{\mathfrak{P}_2}{u_2 \sqrt{3} \cos\varphi}; \qquad R = \frac{(u_2 \cos\varphi)^2}{\mathfrak{P}_2}; \qquad \omega\mathfrak{L} = R \ldots$$

L'étude d'un transformateur triphasé est analogue à
d'un transformateur simple.

272. Division des pertes. — La puissance absorbée par le transformateur sera

$$(1) \qquad \mathfrak{P}_0 = \frac{\mathfrak{P}_2(1-\eta)}{\eta}:$$

elle est égale à la somme de la puissance, $\mathfrak{P}'_0$, absorbée dans le fer par l'hystérésis et les courants de Foucault, et de la puissance, $\mathfrak{P}''_0$, absorbée par l'effet Joule dans les deux enroulements.

Comme le courant primaire est proportionnel au courant secondaire on peut écrire.

$$\mathfrak{P}''_0 = Ki^2_2;$$

et le rendement du transformateur au débit i_2 sera

$$\eta = \frac{u_2 i_2 \cos\varphi}{u_2 i_2 \cos\varphi + Ki^2_2 + \mathfrak{P}'_0}.$$

$\mathfrak{P}'_0$ étant constant, si le débit du transformateur varie, le rendement sera maximum pour

$$\frac{d\eta}{di_2} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \mathfrak{P}'_0 = Ki^2_2;$$

c'est-à-dire au régime pour lequel les pertes dans le cuivre et dans le fer sont égales.

Lorsque le transformateur doit constamment fonctionner à pleine charge, on déterminera ses dimensions de manière à obtenir un rendement aussi élevé que possible au débit maximum; tandis que si le transformateur doit fonctionner souvent soit à vide, soit à charge réduite, il devra être proportionné de façon que son rendement soit aussi élevé que possible à la charge moyenne.

Dans tous les cas la condition de l'égalité des pertes dans le fer et dans le cuivre, à un régime déterminé, fournit les éléments nécessaires pour commencer le calcul des dimensions.

273. Calcul des dimensions du noyau. — La puissance, $\mathfrak{P}'_0$, que l'on consent à perdre dans le fer, étant fixée, on aura

(1) $$\mathfrak{P}'_0 = V_1 w$$

en désignant par

V_1 le volume des tôles du noyau,
w la puissance perdue par cm³ de tôle.

Cette puissance w_1 est donnée en watts par la formule

(2) $$w = \frac{fh}{10^7}\mathfrak{B}^{1,6} + \frac{1,234 f^2 e^2}{10^{13}}\mathfrak{B}^2.$$

Pour les bonnes tôles de transformateurs, le coefficient h est ordinairement compris entre 0,002 et 0,003 ; l'épaisseur, e, des tôles entre 0,3 et 0,5 mm. ; l'épaisseur de l'isolant entre 0,05 et 0,07 mm.

La pratique montre qu'il convient d'adopter pour $\mathfrak{B}$ une valeur telle que la puissance absorbée par cm³ de tôle soit comprise entre 0,012 et 0,016 watt (1,5 à 2 watts par kilogramme de tôle). L'équation (1) donnera le volume V_1 correspondant à la valeur qui aura été choisie pour w.

Après avoir tracé un schéma du transformateur, on rapportera toutes ses dimensions à un des côtés du noyau pris comme inconnue, et l'on pourra chercher, par tâtonnements ou par comparaison avec des transformateurs déjà construits, les meilleures proportions à adopter entre les différents côtés pour obtenir une surface de refroidissement suffisante (**254**) en réservant la place nécessaire aux enroulements.

274. Calcul des enroulements. — L'équation (2) fournira la valeur maximum de l'induction correspondant à la perte w admise par cm³ de tôle ; on en déduira l'amplitude du flux inducteur

(3) $$\Phi_0 = \mathfrak{B}S ;$$

S étant la section utile du noyau (isolants et vides déduits).

Les dimensions du transformateur devant être déterminées de façon que la chute de tension intérieure ne dépasse pas 2°/₀ avec $\cos\varphi = 0{,}80$, on prendra

$$e_2 = 1{,}02\, u_2; \tag{4}$$

et le nombre des spires secondaires sera donné par l'équation

$$\frac{n_2 \omega \Phi_0}{10^8} = e_2\sqrt{2}. \tag{5}$$

Comme le nombre des spires primaires ne peut être déterminé exactement que lorsque les constantes des enroulements seront connues, on prendra provisoirement

$$n_1 = n_2 \frac{u_1}{u_2}. \tag{6}$$

Les sections à donner aux conducteurs primaire et secondaire se déduiront de la condition

$$r_1 i^2_1 + r_2 i^2_2 = \mathfrak{P}''_0, \tag{7}$$

que l'on mettra sous la forme

$$\rho\left[\frac{n_1 l_1 i^2_1}{s_1} + \frac{n_2 l_2 i^2_2}{s_2}\right] = \mathfrak{P}''_0; \tag{8}$$

en désignant par

l_1 et l_2, les longueurs moyennes d'une spire primaire et d'une spire secondaire (en mètres);

s_1 et s_2, les sections des conducteurs en mm²;

On tiendra compte de l'augmentation de résistance due à l'élévation de température en prenant $\rho = 0{,}02$ ohm.

Pour réaliser les enroulements avec le poids minimum de cuivre, il faut déterminer les sections s_1 et s_2 de manière que

$$n_1 l_1 s_1 + n_2 l_2 s_2 = \text{minimum}. \tag{9}$$

En différentiant les équations (8) et (9) on voit que le volume sera minimum si l'on a

$$(10) \qquad \frac{i_1}{s_1} = \frac{i_2}{s_2};$$

c'est-à-dire si la densité du courant est la même dans les deux enroulements.

Cette densité, δ (ampères par mm²), se déduira de l'équation (8) qui donne

$$(11) \qquad \delta = \frac{\mathcal{P}''_0}{\rho(n_1 l_1 i_1 + n_2 l_2 i_2)} = \frac{\mathcal{P}''_0}{n_2 i_2 \rho(l_1 + l_2)};$$

on en déduit

$$(12) \qquad s_1 = \frac{i_1}{\delta}; \qquad s_2 = \frac{i_2}{\delta}.$$

Pour les grandes intensités on emploie soit plusieurs fils enroulés parallèlement, soit des câbles isolés, soit des bandes de cuivre rectangulaires enroulées à plat ou sur chaque champ.

Les sections des conducteurs étant déterminées, on pourra compléter l'étude des enroulements en s'assurant que les bobines peuvent être logées sur le noyau et que leur surface de refroidissement est suffisante (**254**).

La puissance absorbée par l'effet Joule dans un fil de longueur l et de section s étant égal à $\frac{l\rho i^2}{s} = l\rho\delta i$, la perte par cm³ sera

$$(13) \qquad w' = \frac{l\rho\delta i}{ls} = 0{,}02\,\delta^2 \text{ watts.}$$

soit 2,25 δ^2 watts par kilogramme de cuivre.

En désignant par

σ, la surface de refroidissement à prévoir en cm² par watt perdu;

α^2, le rapport entre la section occupée par le conducteur isolé et celle du conducteur nu;

l'épaisseur de la couche de fil devra être au maximum de

$$\frac{50\,\alpha^2}{\sigma\delta^2}\ \text{cm}\ ;$$

et le nombre d'ampère-tours par centimètre de longueur de la bobine ne doit pas dépasser

$$\frac{5\,000}{\sigma\delta}.$$

274. Coefficients de self-induction. — Si le transformateur à calculer est d'un type connu, les coefficients de self-induction, $\mathfrak{L}_1$ et $\mathfrak{L}_2$, pourront être évalués par comparaison ; à défaut, on pourra les calculer par les formules suivantes, établies en supposant que l'intensité moyenne du champ intérieur de la bobine est la même que sur l'axe (**34**),

$$\mathfrak{L}_1 = \frac{4\pi n^2_1}{m_1}\,\frac{S_1}{a_1 + \sqrt{a^2_1 + L^2_1}}\,.\,10^{-9}\ ;$$

$$\mathfrak{L}_2 = \frac{4\pi n^2_2}{m_2}\,.\,\frac{S_2}{a_2 + \sqrt{a^2_2 + L^2_2}}\,.\,10^{-9}\ ;$$

m_1 et m_2 sont les nombres de bobines distinctes qui subdivisent les enroulements primaire et secondaire, en se succédant alternativement sur le noyau ;

S_1 et S_2 sont les sections intérieures des bobines limitées aux spires moyennes ;

a_1 et a_2 sont les rayons des spires moyennes ;

L_1 et L_2 sont les longueurs des bobines élémentaires.

Si les enroulements sont concentriques, les flux de dispersion, primaire et secondaire, étant de sens contraires, s'annulent dans l'espace commun aux deux enroulements et la section de la bobine sera la surface annulaire comprise entre les spires moyennes des deux bobines concentriques.

Si les bobines ont une section rectangulaire, on fera le calcul pour une bobine circulaire de même section moyenne.

Les valeurs fournies par les formules ci-dessus ne peuvent prétendre à une grande rigueur; mais, en l'absence de données expérimentales plus précises, elles permettent d'apprécier l'ordre de grandeur des coefficients de self-induction avec une approximation suffisante pour servir de guide à l'étude préliminaire d'un transformateur.

275. Rapport de transformation. — Connaissant les résistances et les coefficients de self-induction des deux enroulements, on pourra calculer le rapport des tensions primaire et secondaire, à une charge déterminée, par la formule établie précédemment (**265**)

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\sqrt{\left(R + \frac{n^2_2}{n^2_1} r_1 + r_2\right)^2 + \omega^2 \left(\mathcal{L} + \frac{n^2_2}{n^2_1} \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2\right)^2}}{\sqrt{R^2 + \omega \mathcal{L}^2}};$$

et modifier le nombre des spires primaires de façon à obtenir pour le rapport $\frac{u_1}{u_2}$ la valeur qui a été fixée.

276. Vérification des dimensions. — Après avoir fait l'étude complète de la carcasse magnétique et des deux enroulements, de façon à obtenir la construction la plus économique possible, il faut s'assurer que les dimensions projetées satisfont aux conditions imposées, en traçant le diagramme de fonctionnement du transformateur et en évaluant le rendement à différents régimes.

CHAPITRE XX

—

MOTEURS SYNCHRONES A COURANTS ALTERNATIFS

277. Propriétés générales. — Les alternateurs peuvent être utilisés pour transformer l'énergie d'un courant alternatif en travail mécanique ; mais les conditions de fonctionnement d'un moteur de cette nature sont bien différentes de celles qui caractérisent les électromoteurs à courant continu.

Prenons comme exemple un alternateur à induit fixe et inducteur mobile.

Si, après avoir excité les inducteurs par un courant continu, nous faisons passer dans l'induit un courant alternatif, l'inducteur tendra à se déplacer de manière à accroître le flux qui pénètre par la face négative des bobines de l'induit (**28**).

En se reportant aux schémas d'enroulements qui ont été donnés au chap. XVI, on voit que l'action du courant sur les pôles de l'inducteur sera dirigée dans le même sens pour toutes les sections de l'armature, lorsqu'elles seront traversées par le même courant ; le couple qui détermine le déplacement de l'inducteur sera donc la somme des couples relatifs à chacune des bobines.

Pour que le mouvement soit continu, il faut que le courant change de sens au moment où l'inducteur atteint la position pour laquelle le flux qui traverse les bobines de l'armature est

maximum, c'est-à-dire au moment où l'accroissement du flux va changer de signe.

Dans les dynamos à courant continu l'inversion du courant se produit en temps opportun par le jeu du collecteur, quelle que soit la vitesse de rotation de l'armature dans le champ inducteur; dans les alternateurs l'inversion est la conséquence de la forme du courant et se produit à chaque demi-période, par conséquent à époques fixes déterminées par la fréquence du courant alternatif.

Pour que le mouvement de l'alternateur persiste, il faudra donc que l'inducteur se déplace avec une vitesse telle qu'il décrive l'arc correspondant à la distance angulaire de deux pôles consécutifs pendant une demi-période du courant, de façon que l'accroissement du flux change de signe en même temps que le courant; à défaut le couple deviendrait négatif et le mouvement s'arrêterait.

Si nous désignons par $2p_1$ le nombre des pôles du moteur et par n_1 le nombre de tours qu'il fait en une seconde, la durée du déplacement correspondant à la distance angulaire de deux pôles voisins sera de $\frac{1}{2p_1n_1}$ seconde; comme elle doit être égale à une demi-période du courant alternatif, la vitesse angulaire du moteur sera déterminée par la condition

$$\frac{1}{2pn_1} = \frac{\pi}{\omega}; \qquad \text{ou} \qquad p_1n_1 = \frac{\omega}{2\pi};$$

p_1n_1 étant la fréquence du courant que fournirait l'alternateur fonctionnant comme génératrice à la vitesse de n_1 tours par seconde, on voit que la rotation du moteur ne peut se maintenir qu'à la *vitesse du synchronisme*, pour laquelle la période de la force contre-électromotrice du moteur est rigoureusement la même que celle du courant alternatif. Il est évident que cette conclusion s'applique identiquement aux alternateurs dont l'inducteur serait fixe et l'induit mobile; elle est indépendante du nombre des courants distincts qui actionnent le

moteur, pourvu qu'ils aient tous la même période, et s'applique par conséquent aux alternateurs polyphasés qui fonctionneront comme moteurs synchrones lorsqu'ils seront alimentés par un système de courants appropriés.

L'excitation des moteurs synchrones se fait ordinairement, comme celle des génératrices, à l'aide d'une dynamo à courant continu montée sur l'arbre de l'alternateur; ce n'est que pour les moteurs de faible puissance que l'on adopte l'auto-excitation en envoyant dans l'inducteur une partie du courant fourni par le réseau, après l'avoir redressée par un commutateur semblable à celui qui a été décrit page 552. Pour les moteurs dont la puissance est inférieure à un cheval, on peut employer avec avantage un inducteur à aimants permanents.

Un moteur synchrone à courant alternatif simple ne peut pas démarrer spontanément même à vide; pour lui communiquer une vitesse initiale égale à celle du synchronisme, il est nécessaire d'avoir recours à un moteur auxiliaire. Le moyen le plus simple consiste à employer une batterie d'accumulateurs qui sera chargée par l'excitatrice pendant la marche du moteur; au démarrage cette batterie fournira le courant aux électro-aimants de l'alternateur et permettra de faire fonctionner l'excitatrice comme moteur à courant continu dont on règle la vitesse par un rhéostat de manière à l'amener au synchronisme avant de relier l'alternateur au réseau.

Si l'on ne dispose pas d'un courant continu, le démarrage doit être fait à l'aide du courant alternatif. On monte alors sur l'arbre du moteur synchrone un disque que l'on entraîne par une roue conique à friction clavetée sur l'arbre d'un petit moteur asynchrone dont le démarrage peut se faire facilement (chap. XXI). Afin de pouvoir augmenter graduellement la vitesse de l'alternateur jusqu'au synchronisme, le moteur auxiliaire est monté sur glissière, de façon qu'en le déplaçant on puisse rapprocher la roue de friction du centre du disque et modifier ainsi peu à peu le rapport des deux vitesses

jusqu'à ce que l'alternateur, ayant atteint la vitesse du synchronisme, puisse être relié au réseau ; on supprime alors l'action du moteur auxiliaire.

Si le moteur synchrone est polyphasé et que l'on ne dispose pas d'un courant continu pour le démarrage, la mise en route peut être faite automatiquement de la manière suivante :

Le circuit d'excitation de la machine étant ouvert, les courants polyphasés qui passent dans l'induit produiront des flux tournants qui se déplaceront autour de l'armature avec la vitesse du synchronisme ; les pôles de l'inducteur seront aimantés et comme, par suite de l'hystérésis, le magnétisme induit est en retard sur le courant, l'action des flux tournants de l'armature sur le magnétisme des inducteurs et sur les courants de Foucault développés dans les pièces polaires, entraînera la machine avec une vitesse graduellement croissante ; lorsqu'elle sera devenue stationnaire, on pourra fermer le circuit des inducteurs sur l'excitatrice et le moteur prendra rapidement de lui-même la vitesse du synchronisme.

Lorsque le démarrage est fait par ce procédé, il faut intercaler entre la réceptrice et le réseau un rhéostat ou, mieux encore, une bobine de self-induction dont l'enroulement est subdivisé en sections reliées aux touches d'un commutateur au moyen duquel on pourra régler à volonté la force électromotrice d'induction qui s'oppose au passage du courant dans la réceptrice.

Pour vérifier le synchronisme du moteur on intercale une lampe suffisamment résistante entre le moteur et la canalisation ; à mesure que le moteur s'accélère les variations de la différence de potentiel, qui agit sur la lampe, donnent lieu à des battements qui s'espacent de plus en plus jusqu'à ce que les forces électromotrices soient en opposition ; dès que la lampe s'éteint l'induit de l'alternateur peut être relié directement au réseau de distribution.

Lorsque le moteur a pris la vitesse du synchronisme on peut le charger peu à peu en faisant passer lentement la courroie de la poulie folle sur la poulie fixe ; le moteur conserve la vitesse du synchronisme, quelle que soit la charge, tant que le couple résistant ne dépasse pas une certaine limite ; dès que cette limite est atteinte le moteur tombe hors de phase et s'arrête brusquement ; on dit qu'il est *décroché* ; quand il fonctionne synchroniquement avec la génératrice on dit qu'il est *accroché*. Au moment où le moteur se décroche, la force contre-électromotrice s'annule et l'intensité du courant n'est plus limitée que par l'impédance intérieure ; il est donc nécessaire de munir le moteur d'un dispositif susceptible de rompre automatiquement le circuit au moment où l'intensité dépasse une certaine valeur.

Comme les moteurs synchrones ne peuvent démarrer qu'à vide avec l'aide d'un moteur auxiliaire, leurs applications sont bien plus restreintes que celles des moteurs à courant continu et des moteurs asynchrones que nous décrirons dans le chapitre suivant. On les emploie principalement lorsqu'il est nécessaire d'avoir un moteur à vitesse angulaire constante indépendante des variations de la tension d'alimentation et de celles de la charge. Ces moteurs permettent, en outre, comme nous allons le voir, d'améliorer le facteur de puissance du réseau de distribution par un réglage convenable de leur excitation ; à ce point de vue, l'étude de leur fonctionnement présente un grand intérêt pratique.

278. Equations du moteur synchrone. — Considérons deux alternateurs, A_1 et A_2, travaillant, le premier comme génératrice, le second comme moteur synchrone ; et proposons-nous de déterminer les conditions de fonctionnement du moteur, lorsque la puissance qu'il doit développer varie.

Soient :

R, la résistance ; $\mathcal{L}$, le coefficient de self-induction du cir-

cuit formé par les deux alternateurs et la ligne qui les réunit ;

E_1 et E_2, les valeurs instantanées des forces électromotrices des alternateurs A_1 et A_2, dont les valeurs efficaces sont e_1 et e_2 ;

α, l'angle d'avance de E_1 sur E_2 ;

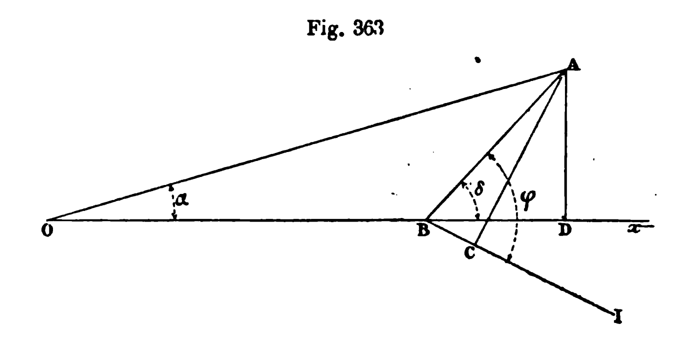
$\mathcal{P}$, la puissance électrique développée par le moteur.

Le courant se détermine par l'équation fondamentale

$$RI + \mathcal{L}\frac{dI}{dt} + E_2 = E_1,$$

que nous résoudrons par la méthode des vecteurs.

Fig. 363



Prenons (*fig.* 363)

$$\overline{OA} = e_1 ; \qquad \widehat{AOx} = \alpha ; \qquad \overline{OB} = e_2 ;$$

$\overline{BA}$ sera le vecteur de $E_1 - E_2$, c'est-à-dire la force électromotrice absorbée par l'impédance du circuit ; nous aurons donc

$$\overline{BA} = i\sqrt{R^2 + \omega^2\mathcal{L}^2} = zi.$$

Par le point B menons la droite $\overline{BI}$ faisant avec $\overline{BA}$ un angle de retard φ, tel que

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\mathcal{L}}{R} ;$$

puis du point A, abaissons sur $\overline{BI}$ la perpendiculaire $\overline{AC}$; le triangle ABC donnera

$$\overline{BC} = zi \cos \varphi = Ri; \qquad \overline{CA} = zi \sin \varphi = \omega \mathfrak{L} i;$$

le triangle OAB donnera

$$(1) \qquad zi = \sqrt{e_1^2 + e_2^2 - 2 e_1 e_2 \cos \alpha}.$$

La puissance électrique du moteur étant égale au produit de la force électromotrice par la composante du courant de même phase, on aura

$$(2) \qquad \mathfrak{P} = e_2 i \cos (\varphi - \delta);$$

l'angle δ est déterminé sur l'épure qui donne

$$\sin \delta = \frac{e_1 \sin \alpha}{zi}; \qquad \cos \delta = \frac{e_1 \cos \alpha - e_2}{zi}.$$

En portant ces valeurs dans l'équation (2), on obtiendra l'expression de la puissance en fonction des forces électromotrices et de leur différence de phase

$$(3) \qquad \mathfrak{P} = \frac{e_2}{z} \left[e_1 \cos (\varphi - \alpha) - e_2 \cos \varphi \right].$$

On obtiendra une troisième expression de la puissance en éliminant l'angle δ de l'équation (2), ce qui peut être fait de la manière suivante :

Le triangle OAB donne

$$(4) \qquad e_1^2 = e_2^2 + z^2 i^2 + 2 e_2 zi \cos \delta;$$

comme l'on a identiquement

$$\cos \delta = \cos \varphi \cos (\varphi - \delta) + \sin \varphi \sin (\varphi - \delta),$$

et que l'équation (2) donne

$$\cos (\varphi - \delta) = \frac{\mathfrak{P}}{e_2 i}; \qquad \sin (\varphi - \delta) = \frac{\sqrt{e_2^2 i^2 - \mathfrak{P}^2}}{e_2 i},$$

on aura

$$\cos \delta = \frac{\mathfrak{P}}{e_2 i} \cos \varphi + \frac{\sqrt{e_2^2 i^2 - \mathfrak{P}^2}}{e_2 i} \sin \varphi.$$

En portant cette valeur de $\cos \delta$ dans l'équation (4), on obtient finalement

$$(5) \quad e_1^2 - e_2^2 - z^2 i^2 - 2 \mathfrak{P} z \cos \varphi = 2 \sin \varphi \sqrt{e_2^2 z^2 i^2 - \mathfrak{P}^2 z^2}.$$

L'impédance du circuit étant connue, si l'on fixe la puissance que doit développer le moteur, l'équation (5) contiendra encore trois variables, e_1, e_2, i. Lorsque e_1 est constant et e_2 variable, l'équation (5) déterminera l'intensité du courant en fonction de la force électromotrice du moteur ; si e_2 est constant et e_1 variable, l'équation (5) donnera l'intensité du courant en fonction de la force électromotrice de la génératrice. Dans les deux cas l'étude de la courbe, définie par cette équation pour une valeur donnée de $\mathfrak{P}$, que l'on appelle *courbe d'égale puissance*, permettra de choisir les conditions de fonctionnement les plus avantageuses.

Dans le cas de moteurs polyphasés les mêmes équations sont applicables à chacun des circuits symétriques ; les valeurs efficaces des courants et des forces électromotrices étant égales pour tous les circuits, il suffira de multiplier la puissance de l'une des phases par le nombre des phases.

Le tracé par points des courbes d'égale puissance au moyen de l'équation (5) nécessite des calculs assez longs, et il est préférable d'étudier la question graphiquement ; la méthode la plus commode est celle qui a été imaginée par M. A. Blondel, sous le nom d'*épure bipolaire*, que nous allons exposer avec quelques modifications de détail.

279. Moteur synchrone avec excitation variable. Reprenons l'expression de la puissance électrique du moteur,

sous la forme donnée par l'équation (3), en remplaçant z par sa valeur $\frac{R}{\cos\varphi}$; nous aurons

$$\mathfrak{P} = \frac{\cos\varphi}{R}\left[e_1 e_2 \cos(\varphi - \alpha) - e^2_2 \cos^2\varphi\right].$$

En remplaçant $\cos(\varphi - \alpha)$ par son développement, on obtient

$$\frac{\mathfrak{P}R}{\cos^2\varphi} = e_1 e_2 \cos\alpha + e_1 e_2 \sin\alpha \operatorname{tg}\varphi - e^2_2.$$

La force électromotrice de la génératrice étant donnée, nous prendrons sa phase comme origine; l'angle α mesurera, dans ce cas, le *retard* de E_2 sur E_1; et en posant

$$e_2 \cos\alpha = x; \qquad e_2 \sin\alpha = -y;$$

il viendra

$$\frac{\mathfrak{P}R}{\cos^2\varphi} - e_1 x + e_1 y \operatorname{tg}\varphi + x^2 + y^2 = 0;$$

c'est l'équation d'un cercle dont le centre a pour coordonnées

$$x_0 = \frac{e_1}{2}; \qquad y_0 = -\frac{e_1}{2}\operatorname{tg}\varphi,$$

et qui peut être mise sous la forme

$$(6) \qquad \left(x - \frac{e_1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{e_1}{2}\operatorname{tg}\varphi\right)^2 = \frac{e_1^2 - 4\mathfrak{P}R}{4\cos^2\varphi}.$$

Si nous admettons, comme première approximation, que le coefficient de self-induction du circuit est constant, l'équation (6) représentera une famille de cercles concentriques dont les rayons,

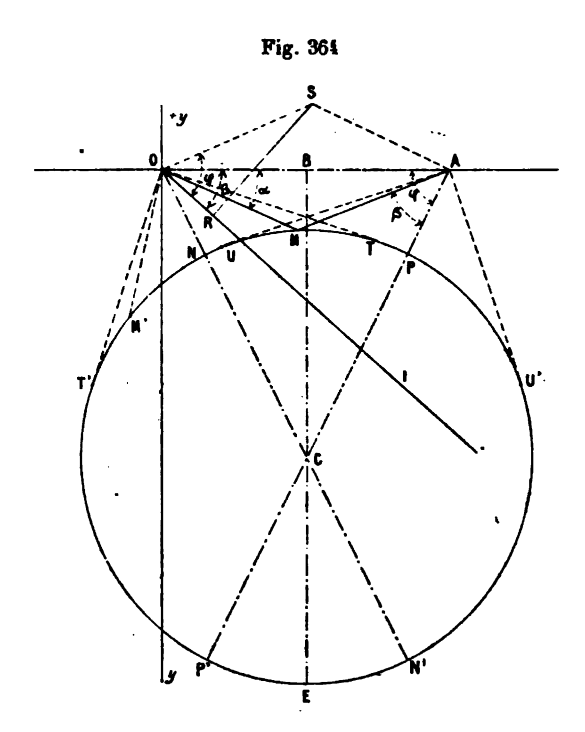
$$(7) \qquad \rho = \frac{\sqrt{e_1^2 - 4\mathfrak{P}R}}{2\cos\varphi},$$

seront déterminés par les valeurs attribuées à $\mathfrak{P}$.

Pour $\mathfrak{P} = o$, on aurait $\rho = \frac{e_1}{2 \cos \varphi}$; mais, en réalité, la puissance ne peut pas être nulle, et sa plus petite valeur sera celle qui est nécessaire pour maintenir le moteur en marche à vide à la vitesse du synchronisme.

La valeur de ρ diminue à mesure que $\mathfrak{P}$ augmente : pour $\mathfrak{P} = \frac{e_1^2}{4R}$, on aurait $\rho = o$; c'est le maximum théorique de la puissance du moteur ; pratiquement, la puissance doit rester notablement au-dessous de cette limite pour que le moteur ne risque pas de se décrocher.

Fig. 364



Pour tracer un des cercles définis par l'équation (6) nous prendrons (*fig.* 364) :

$$\overline{OA} = e_1 ; \qquad \overline{OB} = \overline{BA} = \frac{e_1}{2} ; \qquad \overline{BC} = \frac{e_1}{2} \operatorname{tg} \varphi ;$$

le point C sera le centre des cercles concentriques, et l'on aura :

$$\widehat{AOC} = \widehat{OAC} = \varphi; \qquad \overline{OC} = \overline{AC} = \frac{e_1}{2 \cos \varphi}.$$

Du point C, comme centre, décrivons le cercle correspondant à une valeur particulière, $\mathfrak{P}$, de la puissance; soit e_2 la valeur efficace de la force électromotrice développée par le moteur pour une excitation donnée. Du point O, comme centre, avec un rayon $\overline{OM} = e_2$, décrivons un arc de cercle qui coupera la circonférence en deux points M et M' à la condition que l'on ait

$$\overline{ON} < e_2 < \overline{ON'}.$$

Considérons d'abord le premier point d'intersection M et traçons le triangle OMA; le côté $\overline{OA}$ représente le vecteur de la force électromotrice de la génératrice; le côté $\overline{OM}$, dont les projections sur les axes sont les coordonnées du cercle, sera le vecteur de la force électromotrice du moteur; l'angle $\widehat{AOM} = \alpha$ mesure le retard de E_2 sur E_1; le troisième côté $\overline{MA}$ est le vecteur de la force électromotrice absorbée par l'impédance du circuit; on aura donc

$$\overline{MA} = i\sqrt{R^2 + \omega^2\mathfrak{L}^2} \qquad \text{ou} \qquad \overline{MA} = \frac{Ri}{\cos \varphi}.$$

Pour déterminer l'angle d'époque du courant, nous mènerons par l'origine le vecteur $\overline{OS}$ égal et parallèle à $\overline{MA}$, et, par le même point, la droite $\overline{OI}$ faisant avec $\overline{OS}$ un angle de retard

$$\widehat{SOI} = \varphi = \text{arc tg}\,\frac{\omega\mathfrak{L}}{R};$$

en abaissant sur $\overline{OI}$ la perpendiculaire $\overline{SR}$, on aura

$$\overline{OR} = Ri; \qquad \overline{SR} = \omega\mathfrak{L}i;$$

l'angle d'époque du courant sera donc

$$\beta = \widehat{AOI};$$

et, comme

$$\widehat{AOI} = \varphi - \widehat{SOA} = \varphi - \widehat{OAM} = \widehat{MAC},$$

on aura aussi

$$\beta = \widehat{MAC}.$$

Le triangle OAM détermine donc tous les éléments de fonctionnement du moteur :

$\overline{OA} = e_1$ force électromotrice efficace de la génératrice ;

$\overline{AM} = e_2$ force électromotrice efficace du moteur ;

$\widehat{AOM} = \alpha$ angle de retard de E_2 sur E_1 ;

$\widehat{MAC} = \beta$ angle de retard du courant sur E_1 ;

$\overline{AM} = \frac{Ri}{\cos\varphi}$ donne l'intensité efficace du courant.

En opérant de la même façon pour le second point d'intersection M', le triangle OM'A donnerait pour l'intensité du courant et les angles d'époque, α et β, des valeurs différentes de celles qui correspondent au point M ; mais cette seconde solution ne peut pas être utilisée dans la pratique.

En effet, pour que le régime soit stable, c'est-à-dire pour que le moteur conserve la vitesse du synchronisme, il faut que sa puissance augmente lorsque, par suite d'une surcharge, l'angle de retard tend à augmenter, et que la puissance diminue si le moteur tend à s'accélérer parce que la charge décroît ; il est donc nécessaire que $\frac{d\mathfrak{P}}{d\alpha}$ soit positif.

Comme la puissance est déterminée par l'équation

$$\mathfrak{P} = \frac{\cos\varphi}{R}\left[e_1 e_2 \cos(\varphi - \alpha) - e_2^2 \cos\varphi\right],$$

on aura

$$\frac{d\mathfrak{P}}{d\alpha} = \frac{\cos\varphi}{R} e_1 e_2 \sin(\varphi - \alpha);$$

pour que $\frac{d\mathfrak{P}}{d\alpha}$ soit positif on doit avoir $\alpha < \varphi$; cette condition exclut tous les points situés au-dessous du diamètre NN′ sur la demi-circonférence NP′N′.

Il est facile de vérifier sur la *fig.* 364 que, lorsque l'angle de retard $\widehat{AOM'}$ augmente par suite de surcharge du moteur, le vecteur $\overline{OM'}$ se déplace dans le sens des puissances décroissantes; le ralentissement ira donc en augmentant et le moteur se décrochera. Pour le point M, au contraire, si l'angle de retard augmente, le vecteur $\overline{OM}$ se déplace vers l'intérieur du cercle $\mathfrak{P}$ où il rencontre les cercles de puissances croissantes.

On voit donc que toute la région située à gauche du diamètre $\overline{NN'}$ correspond à un régime instable, tandis que la région située à droite de ce diamètre, sur la demi-circonférence NPN′, correspond à un régime stable.

La stabilité sera maximum lorsque le coefficient différentiel $\frac{d\mathfrak{P}}{d\alpha}$ aura la plus grande valeur possible. On devra donc régler l'excitation du moteur de façon que l'angle de retard α soit le plus petit possible; la valeur de e_2 correspondant au maximum de stabilité, pour une puissance donnée, s'obtiendra donc en menant du point O la tangente au cercle $\mathfrak{P}$ et en prenant $e_2 = \overline{OT}$. Le lieu des points de stabilité maximum, tels que T, sera donc la demi-circonférence OTC décrite sur $\overline{OC}$ comme diamètre; les points de la demi-circonférence inférieure OT′C correspondent au maximum d'instabilité.

Lorsque le point M tombe entre N et P, le courant est en retard sur la force électromotrice de la génératrice; lorsqu'il tombe en P, les phases sont concordantes; au-delà de P le courant est en avance sur la force électromotrice de la génératrice. Les points correspondant au maximum d'avance et

au maximum de retard seront déterminés par les tangentes $\overline{AU'}$ et $\overline{AU}$ et se trouveront sur la circonférence décrite avec $\overline{AC}$ comme diamètre.

La valeur de $\frac{Ri}{\cos\varphi}$ étant toujours comprise entre $\overline{AP}$ et $\overline{AP'}$, on voit que le minimum et le maximum de i correspondent à $\beta = 0$; les points de l'arc N'EP' étant dans la région instable, la plus grande valeur du courant sera déterminée par le vecteur $\overline{AN'}$; en réalité l'intensité du courant ne devra pas dépasser celle que l'armature du moteur peut supporter sans danger et, en traçant autour du point O comme centre un cercle de rayon $\frac{Ri_m}{\cos\varphi}$ correspondant à cette valeur, on limitera la région dans laquelle pourront se trouver les extrémités des vecteurs de la force électromotrice e_2 tels que $\overline{OM}$. D'ailleurs, au point de vue du rendement de la transmission d'énergie, il conviendra de diminuer autant que possible la perte par effet Joule, en réglant l'excitation du moteur de manière à avoir $e_2 = \overline{OP}$, afin de réduire au minimum l'intensité du courant de ligne; ce sera donc le régime dont on cherchera à se rapprocher le plus possible lorsqu'il s'agira d'un transport direct d'énergie entre une génératrice et une réceptrice. Mais, lorsque l'usine génératrice alimente plusieurs récepteurs dont les facteurs de puissance sont faibles, il peut être avantageux d'utiliser les moteurs synchrones dans des conditions qui leur permettent de compenser le décalage résultant de l'inductance du réseau; il faudra pour cela augmenter l'excitation du moteur pour le faire travailler dans la région PU', de façon à déterminer une avance du courant, comme le ferait un condensateur monté en dérivation sur la ligne. Les conditions économiques de cette compensation dépendront des constantes du réseau et doivent faire l'objet d'une étude spéciale dans chaque cas particulier.

Le cos β correspondant au maximum d'avance (ou de re-

tard) se calcule directement au moyen de la *fig.* 364, qui donne

$$\cos \widehat{CAU'} = \frac{\overline{AU'}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CU'}^2}}{\overline{AC}};$$

et comme

$$\overline{AC} = \frac{e_1}{2 \cos \varphi}; \qquad \overline{CU'} = \rho = \frac{\sqrt{e_1^2 - 4 \mathfrak{P} R}}{2 \cos \varphi};$$

on aura

$$\max (\pm \beta) = \operatorname{arc} \cos \frac{2 \sqrt{\mathfrak{P} R}}{e_1}.$$

L'épure précédente permet de résoudre directement tous es problèmes qui se posent dans l'étude des moteurs synchrones ; en particulier, elle fournit le moyen de tracer en coordonnées rectangulaires les courbes d'égale puissance en fonction de e_2 et de i.

Soit, par exemple, à tracer les courbes d'égale puissance d'un moteur synchrone, alimenté par une génératrice installée à une distance de 10 kilomètres ; la force électromotrice efficace de la génératrice est constante et égale à 2.500 volts ; le circuit formé par les deux machines et la ligne a une résistance de 10 ohms et une réactance de 20 ohms.

Les données sont donc

$$e_1 = 2.500 \text{ volts}; \qquad R = 10 \text{ ohms}; \qquad \omega \mathfrak{L} = 20 \text{ ohms};$$

on en déduit

$$\operatorname{tg} \varphi = 2; \qquad \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{5}}; \qquad \sin \varphi = \frac{2}{\sqrt{5}};$$

$$\frac{R}{\cos \varphi} = 10 \sqrt{5} \text{ ohms}.$$

La *fig.* 365 donne le tracé des cercles correspondant aux

Fig. 365

Fig. 366

puissances de 150, 100, 75, 25, 15, 10, 0 kilowatts, dont les rayons se calculent par la formule

$$\rho = \frac{\sqrt{e^2_1 - 4\,\mathfrak{P}R}}{2 \cos \varphi}.$$

Le maximum théorique de la puissance sera

$$\mathfrak{P} = \frac{e^2_1}{4R} = 156.250 \text{ watts.}$$

La courbe d'égale puissance, en coordonnées rectangulaires, se trace en prenant sur le cercle correspondant un nombre suffisant de points pour chacun desquels on mesure les longueurs des vecteurs e_2 et $\frac{Ri}{\cos \varphi}$ qui seront portées, la première en abscisse, la seconde en ordonnée, sur l'épure de la *fig.* 366.

Si l'on adopte comme échelle des volts 1 mm. pour m volts, et que l'on porte à la même échelle sur l'axe des ordonnées les valeurs correspondantes de $\frac{Ri}{\cos \varphi}$ volts, on pourra ensuite diviser l'axe des ordonnées en ampères en prenant $1 \text{ mm} = \frac{m \cos \varphi}{R}$ ampères.

La *fig.* 366 donne, en coordonnées rectangulaires, le tracé complet de ces courbes d'égale puissance dont les portions les plus intéressantes au point de vue pratique sont indiquées en traits pleins.

Le diamètre OCE, qui sépare, sur l'épure bipolaire, la région stable de la région instable, est représenté sur l'épure cartésienne par l'arc d'hyperbole OHCE, dont l'équation se déduit directement de la *fig.* 364 en remarquant que le triangle OAN donne

$$\frac{R^2 i^2}{\cos^2 \varphi} = e^2_1 + e^2_2 - 2e_1 e_2 \cos \varphi.$$

Le diamètre ACF, sur lequel sont situés les points correspondant à la concordance des phases du courant et de la force

électromotrice de la génératrice, est représenté sur la *fig.* 366 par l'arc d'hyperbole AJCF, dont l'équation sera, d'après le triangle APO

$$e^2_2 = e^2_1 + \frac{R^2 i^2}{\cos^2 \varphi} - 2e_1 Ri.$$

Le cercle tracé sur $\overline{AC}$, comme diamètre, qui est le lieu des points correspondant aux maxima positifs et négatifs de l'angle β, est représenté sur l'épure cartésienne par une courbe du quatrième degré ; il en est de même pour le cercle, tracé sur $\overline{OC}$ comme diamètre, qui détermine les maxima et les minima de l'angle α.

On peut en général se dispenser de tracer les courbes d'égale puissance en coordonnées rectangulaires, puisque l'épure bipolaire fournit directement toutes les indications nécessaires pour l'étude du fonctionnement d'un moteur synchrone.

Tout ce qui précède s'applique identiquement au cas d'un moteur qui serait branché sur une distribution à potentiel constant, en parallèle avec d'autres récepteurs ; il suffirait de remplacer dans les formules e_1 par la différence de potentiel efficace constante u et de prendre pour R et $\mathfrak{L}$ les valeurs de la résistance et du coefficient de self induction du moteur et de ses connexions avec le réseau.

280. Moteur synchrone à excitation constante alimenté par une force électromotrice variable. — L'étude du fonctionnement se fait de la même manière que dans le cas précédent ; l'expression de la puissance sera toujours

$$\mathfrak{P} = \frac{\cos \varphi}{R} (e_1 e_2 \cos (\varphi - \alpha) - e^2_2 \cos \varphi).$$

La force électromotrice du moteur étant constante, nous

prendrons sa phase comme origine; α sera donc l'angle d'*avance* de E_1 sur E_2, et nous poserons

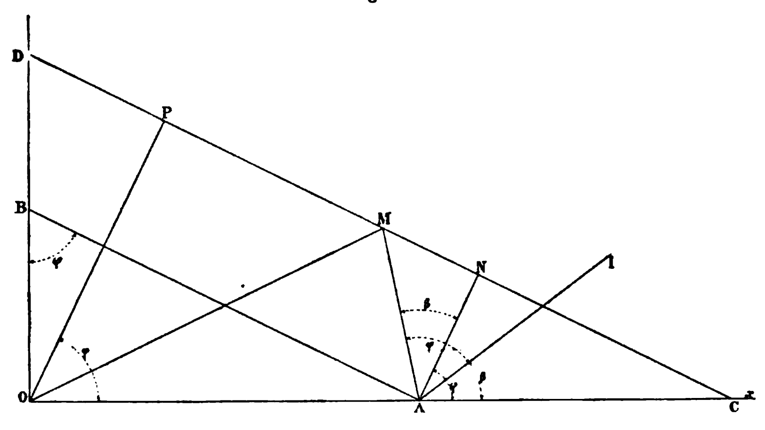
$$e_1 \cos \alpha = x\,; \qquad e_1 \sin \alpha = y\,;$$

l'équation de la puissance se mettra alors sous la forme

$$x + y \operatorname{tg} \varphi = e_2 + \frac{\mathfrak{P} R}{e_2 \cos^2 \varphi}.$$

Ainsi, lorsque l'excitation du moteur est constante et que la force électromotrice de la génératrice (ou la différence de potentiel aux bornes du moteur) est variable, les lignes d'égale puissance du moteur seront représentées sur l'épure bipolaire par des droites parallèles (*fig.* 367).

Fig. 367



Comme, pour

$$\mathfrak{P} = 0,$$

on a

$$x + y \operatorname{tg} \varphi = e_2,$$

on voit que la droite de puissance nulle passe par deux points A et B tels que

$$\overline{OA} = e_2\,; \qquad \overline{OB} = \frac{e_2}{\operatorname{tg} \varphi};$$

les autres lignes d'égale puissance sont des droites parallèles à $\overline{AB}$, s'éloignant de plus en plus vers la droite à mesure que la puissance augmente.

Traçons une de ces droites $\overline{CD}$ correspondant à une valeur particulière de la puissance $\mathfrak{P}$; en prenant

$$\overline{AC} = \frac{\mathfrak{P}R}{e_2 \cos^2\varphi},$$

et menant $\overline{CD}$ parallèle à AB.

Soit $\overline{OM} = e_1$ la force électromotrice de la génératrice ; du point O comme centre, avec $\overline{OM}$ comme rayon, nous décrirons un arc de cercle qui coupera la droite d'égale puissance $\overline{CD}$ au point M et en un second point M', situé en dehors de la figure, et correspondant à un état de régime instable.

En effet, pour que la marche du moteur soit stable, il faut, comme dans le cas précédent, que $\frac{d\mathfrak{P}}{d\alpha}$ soit positif ; ce qui donne la condition

$$\alpha < \varphi.$$

Si du point O nous menons $\overline{OP}$ perpendiculaire à la direction des lignes d'égale puissance, nous aurons $\widehat{POC} = \varphi$; et l'on voit immédiatement que tous les points situés au dessus de la ligne $\overline{OP}$ correspondent à un régime instable et doivent être rejetés.

Le triangle OMA donne

$$\overline{OA} = e_2 ; \qquad \overline{OM} = e_1 ; \qquad \widehat{MOA} = \alpha ;$$

$$\overline{AM} = \frac{Ri}{\cos\varphi}.$$

Si par le point A nous traçons la droite $\overline{AI}$ faisant avec $\overline{AM}$ un angle de retard

$$\varphi = \text{arc tg}\,\frac{\omega\mathfrak{L}}{R},$$

$$\overline{IAC} = \beta$$

sera l'angle d'époque du courant, en avance sur la force électromotrice du moteur.

En menant $\overline{AN}$ perpendiculaire à $\overline{CD}$, nous voyons que

$$\widehat{IAC} = \widehat{MAN} = \beta ;$$

l'angle d'époque du courant est donc égal à l'angle que fait le vecteur $\overline{AM}$ avec la droite $\overline{AN}$ perpendiculaire à la direction des lignes d'égale puissance.

Pour les points compris entre P et N le courant sera en avance sur la force électromotrice du moteur ; pour les points situés au-dessous de $\overline{AN}$ le courant est en retard. Au point N la phase du courant est la même que celle de la force électromotrice du moteur ; c'est le point pour lequel l'intensité du courant est minimum et le triangle ONA donnera

$$e^2_1 = e^2_2 + \frac{R^2 i^2}{\cos^2 \varphi} + 2e_2 Ri ;$$

comme

$$\frac{Ri}{\cos \varphi} = \overline{AN} = \overline{AC} \times \cos \varphi = \frac{\mathfrak{P} R}{e_2 \cos \varphi},$$

on aura, au point N,

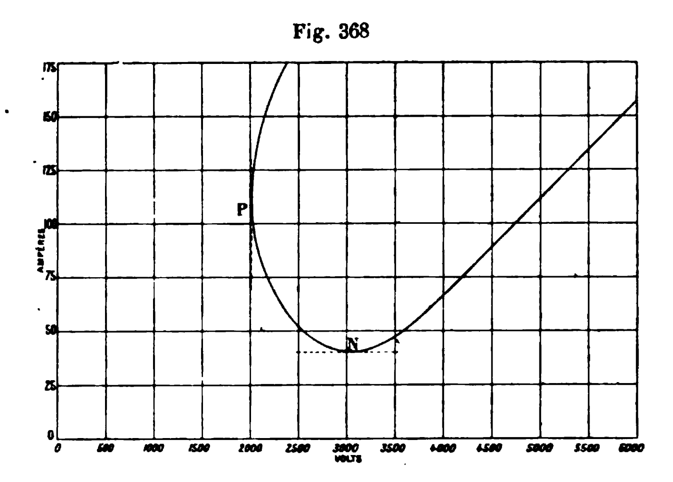
$$i = \frac{\mathfrak{P}}{e_2}.$$

On devra donc régler la force électromotrice de la génératrice (ou la tension aux bornes), de manière à faire travailler le moteur le plus près possible du point N.

Les courbes d'égale puissance en coordonnées rectangulaires, que l'on peut tracer au moyen de l'épure bipolaire, seront du quatrième degré ; leur forme générale est indiquée

sur la *fig.* 368 ; la seule partie utile est celle qui correspond à un fonctionnement stable au voisinage du point N.

Fig. 368



281. Étude complémentaire des lignes d'égale puissance. — Dans l'étude qui précède nous avons supposé que la réactance du circuit était constante ; en réalité, il n'en est pas ainsi et nous savons que la réactance d'un alternateur varie avec l'excitation ; les lignes d'égale puissance déduites de la théorie précédente seront donc plus ou moins déformées par ces variations de la réactance. Après avoir étudié la marche générale du moteur dans l'hypothèse d'une réactance moyenne constante, on devra établir une nouvelle épure en tenant compte des variations de la réactance au voisinage du régime auquel on se propose de faire fonctionner le moteur, ou calculer quelques points de la courbe en V au voisinage de ce point à l'aide de l'équation (5), page 712.

Lorsque les courants alternatifs ne sont pas sinusoïdaux, les résultats pratiques peuvent différer notablement des prévisions théoriques, en particulier, si les forces électromotrices des deux alternateurs ne présentent pas les mêmes harmoniques ; parce que le circuit devient alors le siège de courants parasites souvent très intenses et, pour une transmission de cette na-

ture, il y a un avantage évident à employer des alternateurs dont la force électromotrice diffèrera aussi peu que possible d'une sinusoïde.

282. Essais des moteurs synchrones. — La caractéristique à vide et la caractéristique en court circuit de l'alternateur fonctionnant comme moteur synchrone sont les mêmes que pour la marche en génératrice et se déterminent par les mêmes méthodes.

Les courbes d'égale puissance, ou courbes en V, constituent pour les moteurs synchrones une troisième espèce de caractéristique que l'on peut tracer expérimentalement en faisant fonctionner le moteur avec des charges différentes mesurées par une dynamo à courant continu étalonnée comme frein d'absorption (**157**). et en mesurant, pour chaque valeur de l'excitation, l'intensité du courant par un ampèremètre, ainsi que la puissance électrique par un wattmètre.

La méthode la plus simple pour la mesure du rendement d'un moteur est celle du frein d'absorption qui s'emploie de la même manière que pour un moteur à courant continu (**153**).

Pour les moteurs de grande puissance cette méthode a l'inconvénient d'occasionner une dépense élevée d'énergie que l'on peut diminuer notablement en montant la génératrice et la réceptrice de façon que celle-ci aide à l'entraînement de la génératrice, et que la dépense d'énergie se réduise à celle qui est nécessaire pour compenser les pertes (**158**).

CHAPITRE XXI

—

MOTEURS ASYNCHRONES

283. Classification. — Lorsque la vitesse de rotation d'un moteur à courants alternatifs ne dépend pas rigoureusement de la fréquence du courant et peut varier entre certaines limites, le moteur s'appelle *asynchrone.*

Les moteurs asynchrones comprennent les moteurs à collecteur, les moteurs d'induction à champ tournant, les moteurs d'induction à champ alternatif.

284. Moteurs à collecteur. — Le sens de rotation d'une dynamo à courant continu excitée en série est indépendant du sens dans lequel passe le courant (**135**). Une dynamo excitée en série pourra donc être utilisée comme moteur à courant alternatif à la condition que l'inducteur sera feuilleté pour éviter les pertes par courants de Foucault; le moteur fonctionnera comme s'il était alimenté par un courant continu; il sera auto-excitateur et pourra démarrer en charge; c'est le seul moteur à courant alternatif simple qui jouisse de cette propriété. Par contre, la self-induction élevée de la machine donne lieu à un décalage très prononcé du courant sur la différence de potentiel aux bornes, de telle sorte que le facteur de puissance est extrêmement faible. Cet inconvénient est encore plus accentué avec un moteur shunt, car, par suite de la différence qui existe entre les constantes de temps du

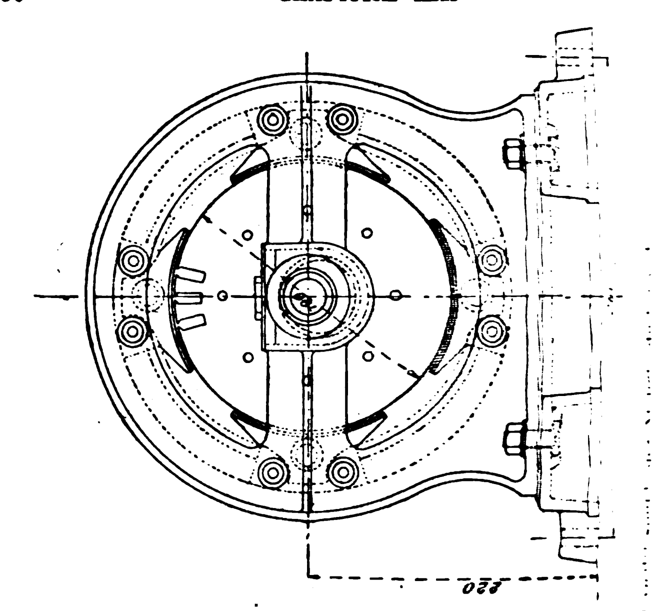
circuit principal et du circuit dérivé, le courant inducteur et le courant induit n'ont pas même phase; de telle sorte que, le couple moteur étant périodique, le facteur de puissance est encore moindre que pour le moteur-série. Au moment de la commutation, la variation périodique du flux développe, dans la section qui se trouve en court circuit, un courant secondaire très intense qui augmente la perte par effet Joule et donne lieu à une production d'étincelles au collecteur. C'est cette production d'étincelles qui est le principal obstacle à l'emploi de ce genre de moteurs que l'on n'établit que pour des puissances ne dépassant pas 3 chevaux.

La *fig.* 369 représente un moteur Ganz de 1 cheval construit par les Ateliers du Creusot.

Il comprend un socle en fonte sur lequel sont fixées deux couronnes également en fonte portant les paliers à graissage automatique par bagues; ces couronnes, qui sont entretoisées, maintiennent les 4 pôles inducteurs en tôles serrées entre deux flasques en bronze.

L'enroulement inducteur se compose de 4 bobines à 28 tours de fil de 4 mm. de diamètre; elles sont montées en série avec l'induit et le rhéostat de démarrage. En dehors de l'enroulement série l'inducteur est muni de circuits fermés sur eux-mêmes destinés à annuler le flux de réaction de l'induit; ils sont constitués par 4 tiges de cuivre (une par pôle) rivées sur les flasques de bronze servant de support.

L'induit est formé par un tambour denté en tôles de 190 mm. de diamètre sur 140 mm. de longueur; l'entrefer est de 2 mm.; l'enroulement induit comporte 90 sections, de 4 spires chacune en fil de 2 mm., logées dans 45 encoches à raison de 8 fils par encoche; le collecteur a 90 lames avec un diamètre de 100 mm. et une largueur utile de 30 mm.; il est monté sur un manchon claveté sur l'arbre; les balais, en charbon, sont montés sur un support permettant de faire varier le calage.



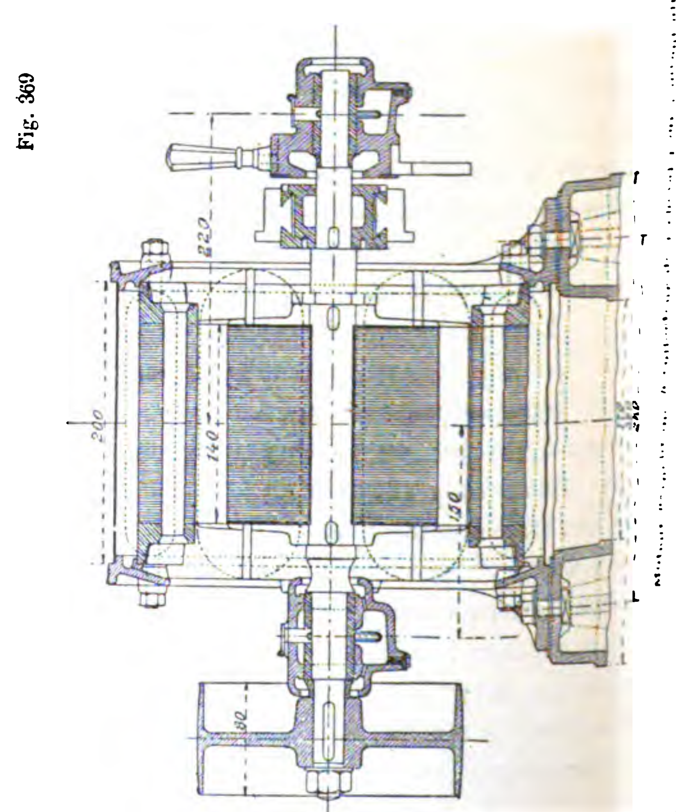


Fig. 369

La résistance du circuit inducteur est de 0,066 ohm ; celle du circuit induit de 0,265 ohm ; le poids de cuivre employé est de 8,5 kilog. pour l'inducteur et de 4,4 kilog. pour l'induit.

Ces moteurs à collecteur se comportent comme des moteurs série à courant continu et peuvent fonctionner comme tels si l'on remplace les charbons minces employés pour le courant alternatif par des charbons plus larges. Leur vitesse est variable avec la charge ; pour un même couple on peut la faire varier en agissant sur le calage des balais ou sur le rhéostat. Pour une position donnée des balais sur le collecteur, la vitesse est à peu près inversement proportionnelle au couple appliqué sur la poulie et le travail reste sensiblement constant pour cette position. Ces moteurs ne doivent jamais fonctionner à vide et on ne doit prévoir qu'un rhéostat de démarrage par moteur ; le démarrage peut se faire à pleine charge ; le couple développé est alors égal à trois fois le couple normal. Ces moteurs sont établis pour une fréquence de 50 périodes avec une tension de 100 à 130 volts et se relient sans inconvénient aux transformateurs alimentant l'éclairage. Pour une même charge la vitesse varie en raison inverse du nombre de périodes.

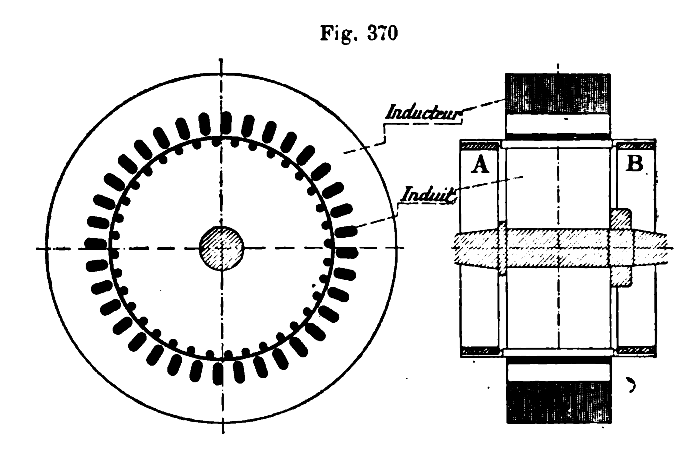
MOTEURS A CHAMP TOURNANT

285. Principe des moteurs asynchrones à champ tournant. — Nous avons vu comment on pouvait obtenir un champ magnétique tournant à l'aide de courants polyphasés (**211**, **212**).

Un conducteur soumis à l'action de ce champ deviendra le siège de courants induits dirigés de manière à s'opposer à la rotation du flux, et, en vertu du principe de l'égalité de l'action et de la réaction, le courant induit sera entraîné dans le même sens que le champ, mais avec une vitesse moindre ; il

est évident, en effet, que si la vitesse du conducteur était la même que celle du champ, la variation du flux, coupant le conducteur, serait nulle, et il ne s'y développerait plus de courants induits.

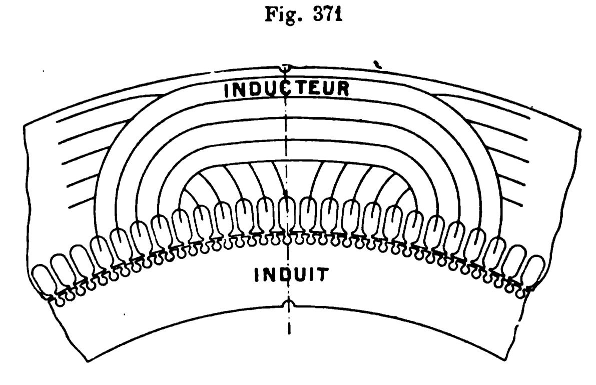
Fig. 370



Un moteur à champ tournant comprendra donc deux parties essentielles (*fig.* 370) : l'inducteur excité par un système de courants polyphasés qui produit le champ tournant d'intensité constante et l'induit dans lequel se développeront les courants engendrés par la variation du flux inducteur.

Le noyau de l'inducteur est un anneau en tôles isolées; son

Fig. 371

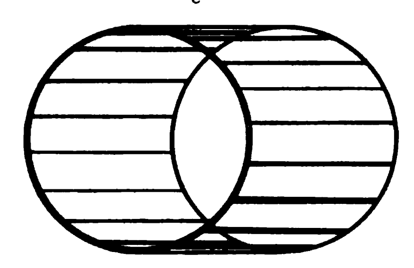


enroulement est logé dans des encoches, ouvertes ou fermées, découpées à la circonférence intérieure de l'anneau. L'enrou-

lement inducteur est ondulé, en tambour et analogue à celui des induits d'alternateurs polyphasés du même nombre de pôles (*fig.* 371).

L'inducteur entoure l'induit dont l'armature est un cylindre en tôles isolées; le circuit induit peut être formé de barres de cuivre logées dans les encoches du cylindre et soudées à leurs extrémités sur les anneaux de cuivre A et B ; on obtient ainsi un circuit complètement fermé sur lui-même, ayant l'apparence d'une cage d'écureuil (*fig.* 372). Ce mode d'enroule-

Fig. 372



ment ne s'emploie que pour les machines de faible puissance; au-delà de dix chevaux l'induit est généralement enroulé en triphasé avec un nombre de pôles égal à celui de l'inducteur; dans ce cas, chaque phase est reliée par une de ses extrémités à une prise commune (centre de l'étoile), tandis que les autres extrémités aboutissent à des bagues collectrices montées sur l'arbre. Les frotteurs qui appuient sur ces trois bagues peuvent être réunis entr'eux soit en court circuit, soit par l'intermédiaire de résistances interposées de façon que, dans tous les cas, l'enroulement forme un circuit complètement fermé. Afin de rendre la réluctance du circuit magnétique aussi faible que possible, on réduit l'entrefer au jeu strictement nécessaire au point de vue mécanique.

Il est évident que l'induit peut être fixe et entourer l'inducteur qui sera mobile; quelle que soit la disposition adoptée, le couple moteur résulte de l'action mécanique que le flux exerce sur les courants induits.

L'organe fixe est souvent désigné sous le nom de *stator*, et l'organe mobile sous le nom de *rotor*.

286. Glissement. — Faisons passer dans l'inducteur multipolaire (**212**) un système de courants polyphasés de fréquence $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$; chacun des champs produits par ce système de courants aura une intensité constante et tournera autour du centre avec une vitesse angulaire $\frac{\omega_1}{p}$ $\left(\frac{f_1}{p} \text{ tours par seconde}\right)$. Si l'induit était immobilisé, chaque génératrice serait coupée par un des p flux tournants f_1 fois par seconde, et les courants alternatifs induits auraient une fréquence $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$ périodes par seconde.

Si, au contraire, les flux sont fixes, comme ce serait le cas pour un inducteur excité par un courant continu, et que l'on fasse tourner l'induit à raison de f_2 tours par seconde, chaque génératrice de l'induit coupera les p flux inducteurs une fois par tour, et la fréquence des courants induits serait de $pf_2 = \frac{p\omega_2}{2\pi}$ périodes par seconde, en désignant par ω_2 la vitesse angulaire de l'induit.

Lorsque le flux inducteur et l'induit tournent dans le même sens, la fréquence des courants alternatifs développés dans l'induit sera égale à la différence, $\frac{\omega_1 - p\omega_2}{2\pi}$, des fréquences composantes.

Pour $\omega_2 = \frac{\omega_1}{p}$ le déplacement relatif est nul; il en est de même pour le travail développé; la vitesse angulaire de l'induit étant alors la même que celle du flux tournant, on dit que le moteur tourne synchroniquement avec le champ. Comme l'induit ne peut tourner que s'il reçoit une quantité d'énergie suffisante pour surmonter les résistances passives, la vitesse de synchronisme ne sera jamais atteinte par la seule action du

champ sur l'induit; c'est une limite vers laquelle tend l'allure du moteur à mesure que le couple résistant diminue.

Le rapport

$$\frac{\frac{\omega_1}{p} - \omega_2}{\frac{\omega_1}{p}} = \frac{\omega_1 - p\omega_2}{\omega_1} = \gamma$$

s'appelle le *glissement* de l'induit dans le champ.

Le glissement étant donné, on aura :

$$\omega_2 = (1 - \gamma)\frac{\omega_1}{p}.$$

A la vitesse du synchronisme le glissement est nul; il est égal à l'unité lorsque l'induit est immobile.

L'entraînement de l'induit par le flux tournant présente une analogie complète avec une transmission de mouvement par poulies et courroie, ou par un embrayage à friction.

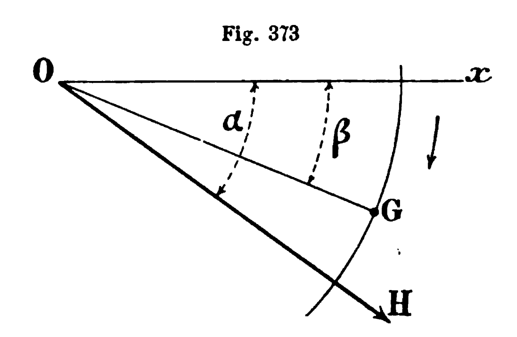
Désignons par $d\alpha$ et par $d\beta$ les déplacements angulaires correspondants de l'arbre moteur A et de l'arbre commandé B; par C le couple moteur. Le travail fourni par l'arbre A sera $dW = Cd\alpha$; le travail développé par l'arbre B sera $Cd\beta$; le travail absorbé par les frottements de la transmission de mouvement sera $d\mathcal{T}_0 = C(d\alpha - d\beta)$, et la différence, $\frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\beta}{dt}$, des vitesses angulaires des deux arbres sera d'autant plus grande que l'énergie absorbée sera plus considérable. L'étude suivante va nous montrer qu'il en est exactement de même pour le moteur d'induction à champ tournant.

287. Couple moteur. Puissance. — Dans un champ tournant multipolaire d'intensité constante (*fig.* 373), considérons un tambour de diamètre D et de longueur L, dont la surface est recouverte de N génératrices équidistantes; et soient :

Φ, le flux correspondant à un des pôles tournants ;

$\mathfrak{B}_0$, l'induction maximum et $\mathfrak{B}$ l'induction moyenne dans l'entrefer.

Fig. 373



Comme

$$\Phi = \frac{\pi DL}{2p}\mathfrak{B} \qquad \text{et que} \qquad \mathfrak{B} = \frac{2}{\pi}\mathfrak{B}_0, \text{ on aura}$$

(1) $$\mathfrak{B}_0 = \frac{p\Phi}{DL}.$$

Désignons par

ω_1, la pulsation des courants inducteurs ;

ω_2, la vitesse angulaire de l'induit ;

$\gamma = \frac{\omega_1 - p\omega_2}{\omega_1}$, le glissement de l'induit dans le champ ;

α, l'angle que fait, à l'instant t, la direction OH du champ avec une droite fixe Ox ;

β, l'angle que fait, au même instant, avec Ox, le plan OG passant par la génératrice considérée ;

I, l'intensité du courant induit dans le conducteur G.

La force tangentielle, qui détermine le déplacement du conducteur G dans le sens de la flèche, a pour expression (**28**).

(2) $$F = \mathfrak{B}_0 LI \cos p(\alpha - \beta) ;$$

en remplaçant $\mathfrak{B}_0$ par sa valeur (1) et désignant par C_1 le couple qui agit sur la génératrice G, on aura

(3) $$C_1 = \frac{FD}{2} = \frac{p\Phi I}{2}\cos p(\alpha - \beta).$$

L'intensité du courant induit dans le conducteur G se déduit de l'équation fondamentale :

$$(4) \qquad rI + \lambda \frac{dI}{dt} = E_1,$$

dans laquelle r représente la résistance et λ le coefficient de self-induction (dans l'air) de la génératrice G; E_1 la force électromotrice induite par le déplacement du conducteur dans le flux : cette force électromotrice a pour expression (**40**).

$$(5) \qquad E_1 = \mathfrak{B}_0 L v \cos p\,(\alpha - \beta);$$

la vitesse tangentielle de la génératrice dans le flux étant égale à

$$v = \frac{D}{2}\left(\frac{d\alpha}{dt} - \frac{d\beta}{dt}\right) = \frac{D}{2}\left(\frac{\omega_1}{p} - \omega_2\right),$$

on aura, en remplaçant $\mathfrak{B}_0$ par sa valeur (1),

$$(6) \quad E_1 = \frac{(\omega_1 - p\omega_2)\Phi}{2}\cos p\,(\alpha - \beta) = \frac{\gamma\omega_1\Phi}{2}\cos p\,(\alpha - \beta);$$

et l'équation (4) donnera

$$(7) \quad I = \frac{\gamma\omega_1\Phi}{2\,(r^2 + \gamma^2\omega^2_1\lambda^2)}\left[r\cos p\,(\alpha - \beta) + \gamma\omega_1\lambda \sin p\,(\alpha - \beta\right];$$

et

$$(8) \qquad i = \frac{\gamma\omega_1\Phi}{2\sqrt{2}\,\sqrt{r^2 + \gamma^2\omega^2_1\lambda^2}}.$$

En portant la valeur de I dans l'expression (3) du couple, on aura

$$(9) \quad C = \frac{p\gamma\omega_1\Phi^2}{4}\left[\frac{r\left(1 + \cos 2p\,(\alpha - \beta)\right) + \gamma\omega_1\lambda \sin 2p\,(\alpha - \beta)}{2\,(r^2 + \gamma^2\omega^2_1\lambda^2)}\right].$$

Le tambour étant recouvert de N génératrices équidistantes,

on obtiendra le couple total en faisant la somme des N couples développés au même instant, c'est-à-dire des couples correspondant aux valeurs successives de β comprises entre o et 2π; ce qui donne pour les N génératrices

$$C = \frac{p\gamma\omega_1\Phi^2 Nr}{8(r^2 + \gamma^2\omega^2_1\lambda^2)}; \tag{10}$$

le couple moteur est donc constant.

La puissance mécanique développée étant égale au produit du couple par la vitesse angulaire de l'induit, on aura

$$\mathfrak{P} = C\omega_2 = \frac{p\omega_2\gamma\omega_1\Phi^2 Nr}{8(r^2 + \gamma^2\omega^2_1\lambda^2)} = \frac{(1-\gamma)\gamma\omega^2_1\Phi^2 Nr}{8(r^2 + \gamma^2\omega^2_1\lambda^2)}; \tag{11}$$

ou

$$\mathfrak{P} = \frac{1-\gamma}{\gamma} Nri^2. \tag{12}$$

La puissance communiquée au champ c'est-à-dire la puissance nécessaire pour faire tourner les flux à la vitesse angulaire $\frac{\omega_1}{p}$ sera

$$\mathfrak{P}_1 = \frac{C\omega_1}{p} = \frac{\gamma\omega^2_1\Phi^2 Nr}{8(r^2 + \gamma^2\omega^2_1\lambda^2)} = \frac{Nri^2}{\gamma}. \tag{13}$$

La puissance absorbée par le glissement de l'induit dans le champ sera

$$\mathfrak{P}_o = C\left(\frac{\omega_1}{p} - \omega_2\right) = \frac{\gamma^2\omega^2_1\Phi^2 Nr}{8(r^2 + \gamma^2\omega^2_1\lambda^2)} = Nri^2; \tag{14}$$

et l'on a bien en effet

$$\mathfrak{P}_1 = \mathfrak{P} + \mathfrak{P}_o;$$

et

$$C = \frac{\mathfrak{P}_1}{\frac{\omega}{p}} = \frac{\mathfrak{P}}{(1-\gamma)\frac{\omega_1}{p}} = \frac{\mathfrak{P}_o}{\gamma\frac{\omega_1}{p}}; \tag{15}$$

Le coefficient économique de la transmission d'énergie par l'action du champ tournant sur l'induit,

$$\frac{\mathcal{P}}{\mathcal{P}_1} = 1 - \gamma,$$

sera d'autant plus élevé que le glissement sera plus faible.

Il est donc très important, pour obtenir un bon rendement, de faire fonctionner le moteur à une vitesse angulaire, ω_2, peu différente de la vitesse de synchronisme, $\frac{\omega_1}{p}$; c'est pour satisfaire à cette condition, sans exagérer la vitesse du moteur, que l'on emploie des champs tournants multipolaires.

Le glissement est en général inférieur à 5 °/₀ pour les moteurs d'une puissance supérieure à 10 chevaux ; pour les moteurs d'une puissance inférieure à 1 cheval, il est le plus souvent de 8 à 10 °/₀.

Au démarrage, c'est-à-dire pour $\omega_2 = 0$ ou $\gamma = 1$, la valeur du couple (10) sera

$$(16) \qquad C_0 = \frac{p\omega_1\Phi^2 N r}{8(r^2 + \omega_1^2\lambda^2)}.$$

Par conséquent, si le couple résistant n'a pas une trop grande valeur, le moteur démarre de lui-même et sa vitesse augmente progressivement jusqu'à ce que le travail résistant fasse équilibre au travail moteur.

Le couple varie avec la vitesse angulaire ω_2 du moteur ; en différentiant l'équation (10), on trouve

$$(17) \qquad \frac{dC}{d\omega_2} = \frac{p^2\Phi^2 N r}{8} \cdot \frac{\gamma^2\omega_1^2\lambda^2 - r^2}{(r^2 + \gamma^2\omega_1^2\lambda^2)^2};$$

ce qui montre que le couple augmente avec la vitesse tant que l'on a

$$\gamma\omega_1\lambda > r;$$

il passe par un maximum pour

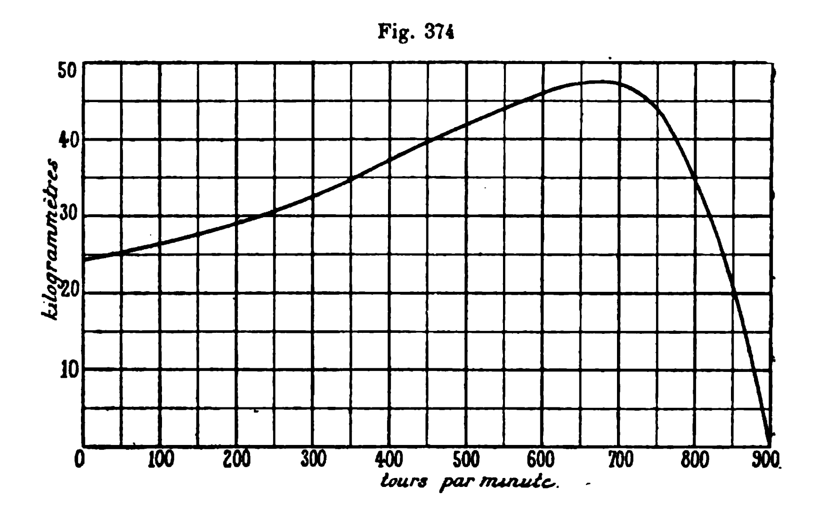
$$\gamma\omega_1\lambda = r\,;$$

il diminue ensuite et s'annule à la vitesse du synchronisme.

Pour $r = \gamma\omega_1\lambda$ on aura

$$C_{max} = \frac{pN\Phi^2}{16\,\lambda}. \qquad (18)$$

Fig. 374



La *fig.* 374 représente la courbe du couple d'un moteur de 30 chevaux, à 6 pôles, alimenté par un système de courants triphasés dont la fréquence est de 45 périodes par seconde; la puissance normale de 30 chevaux correspond à la vitesse de 865 tours par minute ($\gamma = 0{,}04$).

Si l'on veut que le couple moteur soit maximum au démarrage, il faudra intercaler dans le circuit induit une résistance telle que

$$r + r' = \omega_1\lambda,$$

que l'on supprime lorsque le moteur aura pris sa vitesse de régime.

L'équation (11) montre que la puissance développée par le moteur est nulle pour $\gamma = 1$ et pour $\gamma = 0$; elle est maximum pour

$$(19) \qquad \gamma = \frac{r}{r + \sqrt{r^2 + \omega^2_1\lambda^2}}$$

et devient alors égale à

$$(20) \qquad \mathfrak{P}_{max} = \frac{\omega^2_1\Phi^2 N}{16\left[r + \sqrt{r^2 + \omega^2_1\lambda^2}\right]}.$$

288. Moteur d'induction considéré comme transformateur. — Un moteur d'induction à champ tournant n'est autre chose qu'un transformateur à courants alternatifs dont l'un des circuits est mobile. Ainsi, par exemple, si l'inducteur et l'induit sont enroulés en triphase et que l'on cale l'armature après avoir relié les extrémités des trois phases de l'induit à trois bagues collectrices, on peut recueillir sur l'induit des courants triphasés, dont la force électromotrice aura avec la tension primaire un rapport constant déterminé par les nombres de conducteurs enroulés sur les deux organes ; et l'appareil fonctionnera comme un transformateur statique à courants triphasés.

Lorsque les deux circuits sont immobiles, l'énergie primaire se transforme en énergie électrique transmise dans le circuit extérieur ; la différence entre l'énergie électrique fournie et l'énergie électrique disponible aux bornes secondaires représente la quantité transformée en chaleur dans le fer et dans le cuivre du transformateur.

Dans le moteur l'énergie électrique primaire se transforme en énergie mécanique secondaire ; la différence entre l'énergie électrique fournie et le travail mécanique développé représente encore la quantité d'énergie transformée en chaleur dans le fer et dans le cuivre.

Pour une même quantité d'énergie primaire, les deux modes de transformation seront équivalents ; la puissance mécanique $\mathfrak{P}$ développée par le secondaire aura la même valeur numérique que la puissance Ri^2 que le secondaire du transformateur statique transmet dans le circuit extérieur.

On pourra donc appliquer au moteur d'induction les équations du transformateur statique en déterminant la résistance du circuit extérieur de manière à satisfaire à l'équivalence (12)

$$\mathfrak{P} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \mathrm{N}ri^2 = \mathrm{R}i^2 ;$$

le diagramme de fonctionnement du moteur s'établira de la même manière que celui d'un transformateur statique, dont les constantes seraient les mêmes, alimentant un circuit extérieur dont la résistance serait

$$\text{(21)} \qquad \mathrm{R} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \mathrm{N}r = \frac{\mathfrak{P}}{i^2}.$$

Les deux modes de transformation, statique et dynamique, que nous comparons, présentent cependant une différence qu'il est nécessaire de signaler ; elle résulte de ce que, les deux circuits du moteur étant enroulés sur des noyaux distincts séparés par un entrefer, le flux produit par les ampères-tours primaires et secondaires comprendra :

1° le flux Φ commun aux deux enroulements ;

2° les flux Φ'_1 et Φ' que les courants développent dans l'air à travers leurs circuits respectifs ;

3° les flux Φ''_1 et Φ'' dérivés à l'extérieur des noyaux.

La réluctance extérieure étant constante, les flux dérivés seront, comme les flux de self-induction, proportionnels aux courants qui leur donnent naissance ; et les formules du transformateur statique sont applicables au moteur en représentant la somme du flux dérivé et du flux de self-induction, relatifs à une génératrice, par les expressions

$$\lambda \mathrm{I}_1 = (\lambda'_1 + \lambda''_1)\mathrm{I}_1 ; \qquad \lambda \mathrm{I} = (\lambda' + \lambda'')\mathrm{I} ;$$

c'est-à-dire en représentant par $\lambda''_1 I_1$ et $\lambda'' I$ les flux dérivés à l'extérieur des noyaux et des circuits, et par λ'_1 et λ' les coefficients de self-induction proprement dits des circuits respectifs.

En désignant par

U_1, la tension primaire pour une phase ;

m, le nombre des phases de l'inducteur ;

N_1, le nombre des *génératrices* de l'enroulement inducteur ;

r_1, la résistance relative à une génératrice ;

Φ, le flux commun aux circuits primaire et secondaire, et en conservant pour l'induit les mêmes notations que précédemment, les équations de transformation seront :

Pour le primaire

$$U_1 = \frac{N_1}{m}\left[r_1 I_1 + \lambda_1 \frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{2}\frac{d\Phi}{dt}\right]; \tag{22}$$

pour le secondaire

$$N\left[rI + \lambda \frac{dI}{dt} + \frac{r(1-\gamma)}{\gamma}\,I + \frac{1}{2}\frac{d\Phi}{dt}\right] = 0. \tag{23}$$

Le rapport de transformation des courants sera déterminé par l'équation

$$N_1 I_1 + NI = N_1 I_0; \tag{24}$$

dans laquelle I_0 désigne la résultante du courant magnétisant et du courant dont l'énergie est transformée en chaleur par l'hystéresis et les courants de Foucault.

La valeur efficace de la composante b_0 de même phase que le flux, ou composante déwattée du courant primaire à vide, se calculera par la formule connue (**213**); la composante wattée du courant primaire à vide se détermine comme pour un transformateur statique, en calculant, au moyen de la formule connue, la puissance absorbée par l'hystérésis et les courants de Foucault; mais, comme la fréquence du flux n'est pas la même dans le primaire et dans le secondaire, on fera le calcul pour

chaque partie séparément, en prenant $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$ pour l'organe fixe et $f = \frac{g\omega_1}{2\pi}$ pour l'organe mobile.

L'analogie qui existe entre un moteur à champ tournant et un transformateur statique montre qu'au moment du démarrage, le travail mécanique étant nul, toute l'énergie primaire sera transformée en chaleur dans le moteur, qui se trouve alors dans les mêmes conditions qu'un transformateur statique dont le secondaire serait en court circuit. Le courant secondaire et par suite le courant primaire prendront une intensité considérable capable d'endommager les enroulements et pouvant occasionner des perturbations sur le réseau de distribution par suite de l'accroissement subit du courant exigé par le moteur. Ce n'est que pour les moteurs de très faible puissance que l'on peut faire la mise en marche par la simple fermeture d'un interrupteur, en particulier si le moteur doit démarrer à faible charge et que la réaction du courant de démarrage sur la distribution ne présente pas d'inconvénient ; ce sera, par exemple, le cas si le réseau n'alimente que des moteurs et que l'éclairage soit desservi par une canalisation distincte.

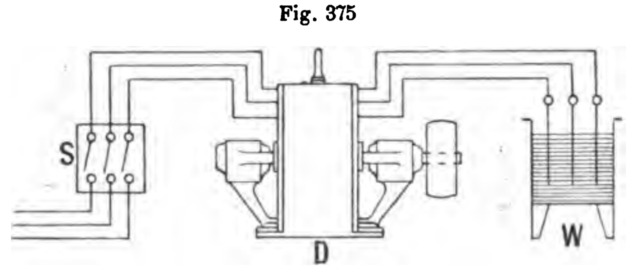
L'intensité du courant de démarrage peut être réglée en agissant sur l'inducteur ou sur l'induit.

289. Réglage du courant primaire. — La méthode la plus simple consiste à interposer un rhéostat sur le circuit primaire (*fig.* 375) : les rhéostats employés dans ce but sont métalliques ou à liquide.

Le rhéostat à liquide, indiqué sur la figure, se compose de trois plaques métalliques, montées sur le même support, que l'on peut faire plonger dans une solution de soude ou de potasse ; les trois plaques, qui sont isolées l'une de l'autre, sont respectivement reliées aux extrémités des trois phases du moteur dont les autres extrémités sont reliées au réseau ; lorsque les plaques sont à fin de course, la résistance auxiliaire est sup-

primée, et les trois extrémités des enroulements sont réunies directement au centre de l'étoile.

Fig. 375



Réglage du courant primaire par rhéostat.
D, moteur. — S, interrupteur tripolaire. — W, rhéostat.

La *fig.* 376 donne une vue de ce rhéostat à liquide.

Au lieu de réduire la tension primaire sur l'inducteur au moyen d'un rhéostat, on peut obtenir le même résultat en modifiant le couplage des trois phases de l'inducteur. En effet, si nous désignons par u_1 la tension primaire efficace entre

Fig 376

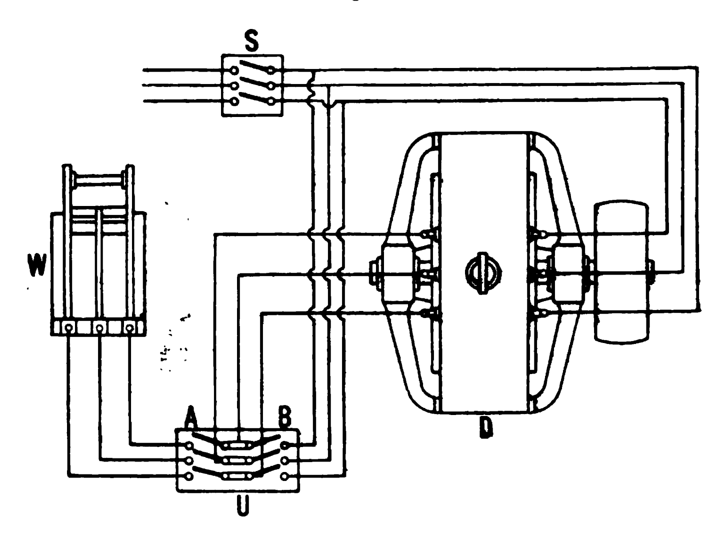


Rhéostat à liquide, tripolaire, (A.E.G.).

deux des fils de la ligne et que les trois phases de l'inducteur soient, en marche normale, groupées en triangle, chacun des trois circuits primaires recevra le courant à la tension u_1 ; si l'inducteur était monté en étoile, la différence de potentiel entre le centre de l'étoile et une des bornes du circuit ne sera plus que $\frac{u_1}{\sqrt{3}} = 0,577\ u_1$; on pourra donc faire démarrer le

moteur sur le groupement en étoile, puis rétablir le groupement en triangle lorsque la machine sera en marche; la *fig.* 377 représente cette disposition pour un moteur asynchrone triphasé.

Fig. 377



Dispositif de démarrage pour un moteur asynchrome en modifiant le groupement des circuits primaires (A.E G.).
D, moteur ; S, interrupteur tripolaire ; U, commutateur de groupement, W, rhéostat.

Pour mettre en route, après avoir fermé l'interrupteur S, on ferme le commutateur U sur les trois plots A ; les trois circuits primaires sont alors groupés en étoile à travers le rhéostat W dont on diminue progressivement la résistance ; lorsque la machine a pris sa vitesse normale on renverse le levier du commutateur U de manière à fermer le circuit sur les trois plots B correspondant au groupement en triangle. On emploie souvent la même disposition en supprimant le rhéostat W ; dans ce cas les trois plots A sont réunis en court circuit ; la mise en route se fait de la même manière que précédemment.

La *fig.* 378 donne une vue du commutateur triphasé à deux sections, indiqué en U sur la figure précédente.

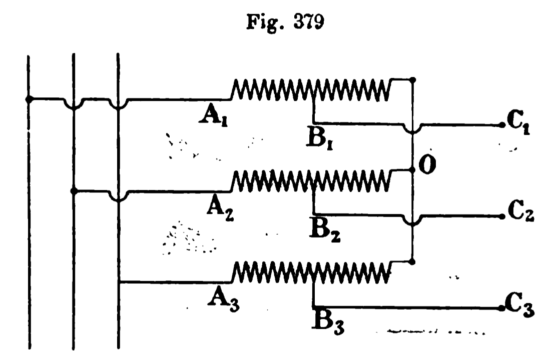
Fig. 378



Commutateur tripolaire (A.E.G.)

Au lieu de réduire la tension primaire de démarrage au moyen d'un rhéostat ou par un changement du groupement des phases, on peut interposer dans chaque circuit une bobine de self-induction; cette disposition est indiquée sur la *fig.* 379.

Fig. 379



Réglage du courant primaire de démarrage par auto-transformateur.

Les trois bobines A_1 A_2 A_3, enroulées sur une carcasse de transformateur triphasé, sont mises en dérivation par une extrémité sur les conducteurs principaux; les extrémités opposées sont réunies en un point commun formant le centre d'un groupement en étoile. Les prises de courant B_1 B_2 B_3, que l'on peut déplacer entre les extrémités des bobines, permettent de régler à volonté la tension sous laquelle le courant

est fourni aux bornes C_1 C_2 C_3 du moteur; les trois tensions devant être égales, les prises mobiles sont solidaires et se déplacent ensemble. Si les prises de courant sont faites au milieu des bobines, la tension sous laquelle le courant primaire passe dans le moteur sera la moitié de celle du réseau; les spires comprises entre B et O agiront comme le secondaire d'un transformateur et, comme les forces électromotrices induites dans les deux parties sont en opposition, le courant développé en OB s'ajoutera à celui qui est fourni par le réseau et passe de A en B, de façon que la distribution n'aura à fournir que la moitié du courant de démarrage. En choisissant convenablement la position des prises B_1 B_2 B_3, on pourra ne prendre sur le réseau qu'un courant égal à celui qui correspond à la marche normale, tout en faisant le démarrage avec un courant sensiblement égal à celui que fournirait la tension totale.

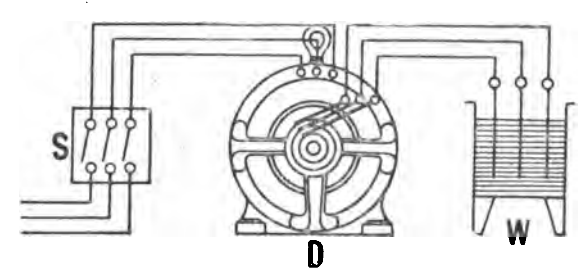
290. Réglage du courant secondaire. — Les différents dispositifs de réglage du circuit inducteur n'ont pour objet que de limiter l'intensité du courant primaire qui doit être fourni par le réseau; elles s'appliquent aux moteurs qui doivent être mis en route à vide ou à faible charge. Si l'on veut obtenir le couple maximum au moment du démarrage, il faut, comme l'indique la théorie (**287**), intercaler un rhéostat dans le circuit induit; l'addition de cette résistance aura en outre pour effet de réduire le courant secondaire et par suite le courant primaire de démarrage.

Pour que ce mode de réglage soit facilement applicable, il faut que l'enroulement induit soit divisé en trois circuits distincts, groupés en étoile, dont les extrémités sont fixées à trois pièces de contact isolées que l'on peut réunir deux à deux par des résistances variables.

La *fig.* 380 représente la disposition le plus souvent adoptée pour ce mode de réglage.

Les trois circuits de l'induit aboutissent à trois bagues collectrices montées sur l'arbre; les trois balais sont réunis par un rhéostat métallique ou à liquide dont on diminue progressivement la résistance à mesure que le moteur s'accélère, et

Fig. 380

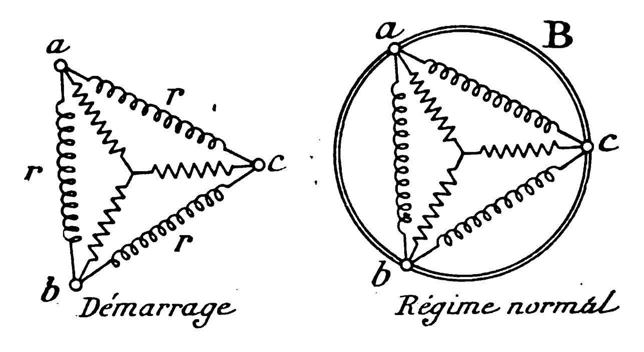


Rhéostat de démarrage sur l'induit.
D, moteur. — S, interrupteur tripolaire. — W, rhéostat.

que l'on supprime lorsque la vitesse de régime est atteinte. Lorsqu'on emploie une résistance liquide, la capacité de polarisation du rhéostat diminue la réactance du circuit et augmente un peu le couple.

On peut supprimer les bagues extérieures en montant les résistances de démarrage à l'intérieur du moteur avec un dispositif qui permet de les mettre en court circuit soit à la main soit automatiquement lorsque la vitesse de régime est atteinte.

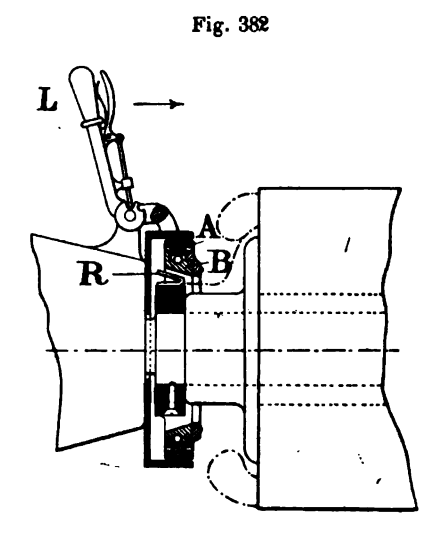
Fig. 381



La *fig.* 381 montre le principe de cette disposition ; les trois phases de l'induit sont groupées en étoile ; les résistances, *r*,

fixées entre les extrémités de l'étoile ferment le circuit ; ces résistances sont calculées de manière à rendre le couple moteur maximum au démarrage. Lorsque la machine a pris sa vitesse, on supprime les résistances en réunissant les trois sommets *a*, *b*, *c* par un anneau de cuivre.

Fig. 382



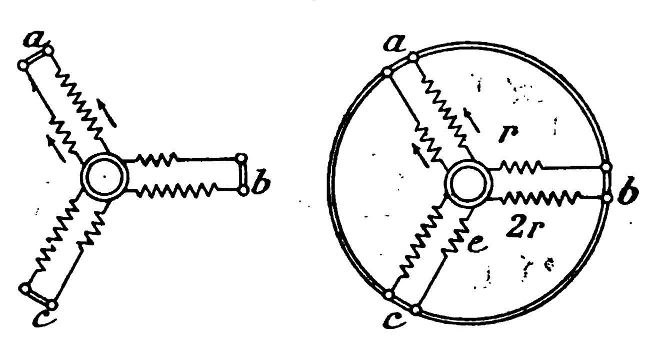
La *fig.* 382 montre une des dispositions mécaniques qui peuvent être employées pour supprimer les résistances lorsque le moteur a pris sa vitesse.

Les extrémités des branches de l'étoile sont attachées sur trois lames de contact à ressort, R, isolées et fixées sur un collet de l'arbre ; pour mettre les trois résistances en court circuit il suffit de pousser le levier L dans le sens de la flèche de façon à pousser vers la gauche le collier A qui se déplace parallèlement à lui-même sur l'arbre en entraînant l'anneau de cuivre B qui vient s'appliquer sur les lames à ressort R ; dans cette position l'anneau B tourne sur billes à l'intérieur du collier A qui reste immobile.

La *fig.* 383 représente une disposition employée dans le même but par la maison Siemens et Halske de Berlin.

L'enroulement de l'induit est divisé en deux parties comprenant chacune trois phases ; les deux enroulements sont faits avec le même fil et logés à côté l'un de l'autre dans les

Fig. 383



Démarrage Régime normal
Dispositif de MM. Siemens et Halske.

encoches du tambour. L'un des enroulements a un nombre de fils double de l'autre, de façon que les forces électromotrices et les résistances respectives sont dans le rapport de 2 à 1.

Pour la mise en route les deux enroulements sont en opposition, et la force électromotrice du courant de circulation intérieure sera égale à $2e - e = e$; comme elle agit sur une résistance $3r$, le courant résultant sera $i = \frac{e}{3r}$. Lorsque le moteur a pris sa vitesse, on met en court circuit les trois points *a*, *b*, *c*, par un cercle de cuivre qui vient s'appuyer sur les extrémités des circuits ; le courant de circulation sera, pour l'un des enroulements, $\frac{2e}{2r} = i$ et pour l'autre $\frac{e}{r} = i$; par conséquent la résistance intérieure au démarrage sera triple de la résistance en marche normale.

Toutes les fois que l'on pourra mettre en marche à la fois la génératrice et le moteur, le démarrage se fera sans qu'il soit nécessaire de recourir à un dispositif spécial ; le couple moteur prendra de lui-même sa valeur maximum dès que la vitesse de la génératrice satisfera à la condition $\omega_1\lambda = r$. Ce mode

d'entraînement progressif d'un moteur est souvent employé pour commander à distance des pompes d'épuisement ou d'irrigation devant fonctionner sans surveillance constante.

291. Changement de marche. Réglage de la vitesse. — Comme le champ produit par un système de courants polyphasés tourne dans le sens des phases décroissantes, pour renverser le sens de rotation d'un moteur triphasé, il suffira de permuter entre elles deux phases; pour renverser le sens de rotation d'un moteur diphasé on inversera le courant de l'une des phases. La manœuvre se fait au moyen d'un commutateur à deux directions, en laissant au moteur le temps de s'arrêter avant de le lancer en sens contraire.

La vitesse normale d'un moteur asynchrone étant en général peu différente de celle du synchronisme, le nombre de tours par minute varie très peu entre la marche à vide et la pleine charge. Pour modifier la vitesse, il faut intercaler une résistance dans le circuit secondaire dont l'enroulement devra être triphasé et muni de bagues sur lesquelles appuient les frotteurs entre lesquels seront intercalées les résistances. Si le rhéostat est formé de résistances métalliques, le cadran doit avoir un nombre de touches suffisant pour qu'il ne se produise pas de variations brusques de vitesse en passant d'une touche à la suivante; le rhéostat de réglage servira également au démarrage.

Ce mode de réglage est analogue à celui qui est usité pour les moteurs à courant continu excités en série, et il a, comme lui, l'inconvénient de donner lieu à une consommation inutile d'énergie; lorsque le moteur commande un outil dont la vitesse doit varier, il est préférable de recourir à des moyens mécaniques tels que les poulies coniques ou dispositions équivalentes.

Dans les applications qui ont été faites des moteurs d'induction à la traction des véhicules, on a adopté un dispositif

analogue à celui qui est employé avec les moteurs-série à courant continu, c'est-à-dire que lorsque la voiture est actionnée par deux moteurs, on les dispose de manière à pouvoir les faire fonctionner soit en parallèle, soit en série, ce qui permet de réduire la vitesse de moitié sans perte d'énergie.

292. Couplage de deux moteurs en série. — Considérons deux moteurs d'induction semblables et désignons par

A, l'inducteur et *a* l'induit du premier ;

B, l'inducteur et *b* l'induit du second ;

les induits *a* et *b* sont reliés mécaniquement et tournent à la même vitesse.

L'inducteur A est relié au réseau qui lui fournit des courants de pulsation ω_1 ; l'inducteur B reçoit les courants induits en *a* ; l'induit *b* est fermé sur lui-même.

Si nous désignons par γ le glissement de *a* dans son champ, la vitesse de rotation de *a* sera $(1 - \gamma)\frac{\omega_1}{p}$ et la fréquence des courants que *a* envoie en B sera $\frac{\gamma\omega_1}{2\pi}$; le champ de B se déplacera donc dans l'espace avec une vitesse angulaire $\frac{\gamma\omega_1}{p}$.

Les deux induits *a* et *b* étant solidaires, la vitesse de glissement de *b* dans son champ sera donc

$$\frac{\gamma\omega_1}{p} - (1 - \gamma)\frac{\omega_1}{p} = (2\gamma - 1)\frac{\omega_1}{p}.$$

Pour $\gamma = 0,5$, *b* tournera synchroniquement avec son champ et le courant induit en *b* sera nul ; il en sera de même du courant que *a* fournit à B ; le mouvement de rotation cesserait et il ne passerait plus en A que le courant correspondant aux pertes par hystérésis et courants de Foucault.

Ainsi, lorsque deux moteurs d'induction sont couplés en série et que leurs induits sont reliés mécaniquement, la vitesse de synchronisme du système correspond à la moitié de la vi-

tesse du champ fourni par le réseau. Cette disposition permettra donc de réduire de moitié la vitesse normale des moteurs sans nuire au rendement; le résultat est le même que celui que l'on obtient par le montage en série de deux moteurs à courant continu excités en série sur une distribution à potentiel constant.

293. Réversibilité des moteurs d'induction. — La puissance développée par un moteur à champ tournant

$$\mathfrak{P} = \frac{p\omega_2(\omega_1 - p\omega_2)\Phi^2 N r}{8\left[r^2 + (\omega_1 - p\omega_2)^2\lambda^2\right]},$$

est positive pour toutes les valeurs de ω_2 comprises entre o et $\frac{\omega_1}{p}$; elle est nulle pour $\omega_2 = \frac{\omega_1}{p}$ et devient négative pour $\omega_2 > \frac{\omega_1}{p}$; c'est-à-dire que pour donner au moteur une vitesse de rotation supérieure à celle du synchronisme, il faut dépenser un travail mécanique.

Lorsque $\omega_2 > \frac{\omega_1}{p}$ le courant induit change de signe, et son flux renforce celui qui est fourni par le courant primaire; le travail mécanique, dépensé pour imprimer à l'induit une vitesse supérieure à celle du synchronisme, se transforme en énergie électrique.

Les courants secondaires, dont la fréquence est $\left[\frac{p\omega_2 - \omega_1}{2\pi}\right]$, produiront un champ tournant, avec une vitesse angulaire $\left[\omega_2 - \frac{\omega_1}{p}\right]$, en sens inverse du flux primaire; comme le secondaire est entraîné mécaniquement, dans le sens de rotation du champ primaire, avec une vitesse angulaire ω_2, le flux secondaire se déplacera dans l'espace avec la vitesse

$$\omega_2 - \left(\omega_2 - \frac{\omega_1}{p}\right) = \frac{\omega_1}{p};$$

elle est la même que celle du champ primaire et les courants développés dans le primaire par le travail fourni au secondaire auront la même fréquence que ceux du réseau, quelle que soit la vitesse de rotation du secondaire au-delà du synchronisme. Le moteur d'induction peut donc, comme l'a indiqué M. Maurice Leblanc, être utilisé comme génératrice. Avec un seul alternateur fournissant les courants d'excitation aux génératrices asynchrones et fixant la fréquence, on pourra mettre en parallèle sur le réseau un nombre quelconque de ces génératrices et les retirer, sans avoir à les synchroniser; le débit de chaque machine asynchrone se règle en faisant varier convenablement sa vitesse.

La puissance mécanique transformée en puissance électrique sera

$$\mathfrak{P}_m = \frac{p\omega_2(p\omega_2 - \omega_1)\Phi^2 N r}{8(r_2 + (p\omega_2 - \omega_1)^2\lambda^2)};$$

la puissance électrique absorbée par l'effet Joule dans le secondaire sera

$$Nri^2 = \frac{(p\omega_2 - \omega_1)^2\Phi^2 N r}{8(r^2 + (p\omega_2 - \omega_1)^2\lambda^2)};$$

la puissance transmise au primaire sera donc

$$\mathfrak{P} = \frac{\omega_1(p\omega_2 - \omega_1)\Phi^2 N r}{8(r^2 + (p\omega_2 - \omega_1)^2\lambda^2)};$$

elle est maximum pour

$$\frac{p\omega_2}{\omega_1} = \frac{r + \omega_1\lambda}{\omega_1\lambda};$$

et l'on aura

$$\mathfrak{P}_{max} = \frac{\omega_1\Phi^2 N}{16\lambda}.$$

M. Maurice Leblanc a utilisé cette réversibilité des machines d'induction pour assurer la marche des alternateurs

couplés en parallèle. A cet effet il dispose dans les épanouissements polaires des alternateurs, au voisinage de l'entrefer, une grille formée de barres de cuivre parallèles à l'axe de la machine et dont toutes les extrémités sont réunies par deux conducteurs perpendiculaires à l'axe. Une machine ainsi constituée peut être considérée comme formée par la réunion, sur un même arbre, d'un alternateur et d'une machine d'induction à cage d'écureuil. Si la vitesse devient supérieure à celle du synchronisme, la machine d'induction fait office de frein; si la vitesse tombe au-dessous du synchronisme, la machine d'induction développe un couple moteur qui accélère le mouvement de l'alternateur.

DÉTAILS DE CONSTRUCTION

294. Moteur triphasé de 30 chevaux de J. J. Rieter et Cie. — Ce moteur (*fig.* 384) est à inducteur fixe; l'induit mobile est disposé pour recevoir des résistances variables.

L'inducteur est supporté par une carcasse annulaire en fonte, en deux parties, munie intérieurement de nervures sur lesquelles viennent s'appuyer les tôles, qui sont maintenues par 8 boulons entre les deux moitiés de la carcasse.

L'inducteur a un diamètre d'alésage de 820 mm, une hauteur radiale de 210 mm. et une largeur de 280 mm.

L'inducteur étant à 6 pôles, la surface intérieure du noyau porte 36 encoches à demi-fermées dans lesquelles sont disposés les enroulements ondulés de 3 sections par phase; chaque section est répartie dans 4 encoches et les deux bobines d'une section sont montées en série : une bobine est formée de 5 spires par deux fils parallèles de 5,2 mm. de diamètre (5,8 mm. isolant compris), soit 10 fils par encoche; les fils sont maintenus dans l'encoche par des cales isolantes, comme l'indique la *fig.* 384.

Fig. 384

Moteur triphasé de 30 chevaux de J.-J. Rieter et Cie (Winterthur).

L'induit se compose d'un noyau de tôles maintenu par un manchon de fonte en deux parties réunies par des boulons et clavetées sur l'arbre. Le diamètre extérieur du noyau est de 817 mm. ; son diamètre intérieur de 520 mm. ; l'entrefer est de 1,5 mm. Les tôles sont percées de 54 trous circulaires de 12 mm. de diamètre dans lesquels sont logés des conducteurs ronds de 11 mm. de diamètre ; les connexions en développantes, extérieures au tambour, sont des bandes de cuivre méplat. L'enroulement induit est triphasé et comprend 3 sections par phase ; chaque section est répartie dans 6 trous ; les trois cadres d'une section sont en série, et les trois sections d'une phase réunies en quantité : la *fig*. 385 donne le schéma de cet enroulement pour une des phases.

Fig. 385

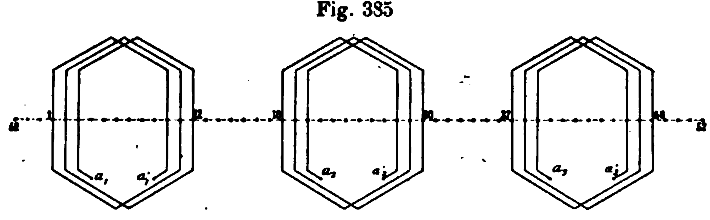


Schéma de l'enroulement induit pour une phase.

Les extrémités a_1 a_2 a_3 des trois sections de même phase sont fixées sur une plaque de cuivre formant le centre d'un groupement en étoile pour les 3 phases ; les extrémités a_1' a_2' a_3 sont groupées en parallèle sur une des bagues extérieures ; l'enroulement des deux autres phases est identique ; les frotteurs des bagues sont en charbon.

Ces moteurs sont généralement établis pour fonctionner sur des réseaux à la tension composée de 190 volts (110 volts par phase) avec une fréquence comprise entre 40 et 50 périodes ; celui que nous venons de décrire est prévu pour une fréquence de 45 périodes. L'inducteur étant à 6 pôles, la vitesse du synchronisme est de 900 tours par minute ; à la puissance normale de 30 chevaux la vitesse est de 865 tours, ce qui correspond à un glissement de 4 °/₀ environ.

Pour les moteurs d'une puissance inférieure à 10 chevaux MM. Rieter et Cie emploient généralement des induits en cage d'écureuil, dont les conducteurs sont logés dans des trous ronds, comme pour le moteur précédent, et réunis entre eux à leurs deux extrémités par des anneaux en cuivre plat.

295. Moteur triphasé de 200 chevaux des Ateliers d'Oerlikon. — Ce moteur a été établi pour commander une pompe d'épuisement aux Mines de Roche-la-Molière et Firminy. L'installation devant être faite de manière à éviter tout danger d'explosion résultant de la présence du grisou, tous les interrupteurs et coupe-circuits de la conduite d'amenée du courant au moteur se trouvent au jour dans la station génératrice elle-même, et il n'existe au fond de la mine aucun appareil susceptible de produire des étincelles. L'induit du moteur est donc enroulé en court circuit sans bagues extérieures, et les machines ont été disposées de façon que le moteur de la pompe puisse démarrer par la mise en marche du générateur de la station centrale.

Ce générateur, commandé directement par une machine à vapeur monocylindrique à laquelle il est relié par un manchon d'accouplement, est capable d'absorber 300 chevaux à la vitesse de 100 tours par minute, et donne du courant triphasé sous une tension composée de 1.000 volts à la fréquence de 20 périodes par seconde.

L'induit fixe a 144 encoches contenant 72 bobines ; chaque bobine est formée par 6 conducteurs se composant chacun de 3 fils parallèles de 4,4/5 mm. ; le diamètre d'alésage de l'induit est de 2500 mm.

L'inducteur, à 24 pôles alternés, a 2.492 mm. de diamètre extérieur, ce qui donne un entrefer de 4 mm.; les 24 bobines excitatrices sont montées en série et comprennent, chacune, 88 spires de fil de cuivre de 8,5/9 mm.

Comme le moteur de la pompe doit démarrer avec la géné-

Fig. 386

ratrice, celle-ci doit être mise en marche à pleine excitation; on emploie dans ce but du courant d'éclairage à 100 volts provenant d'un réseau spécial. L'excitatrice, qui est accouplée directement au générateur, est construite de manière à pouvoir fournir l'excitation du générateur à la vitesse de 70 tours par minute; on peut alors couper l'excitation donnée par le circuit d'éclairage. Si la génératrice est maintenue à une vitesse inférieure à 70 tours par minute, il faut alimenter l'excitation au moyen du réseau d'éclairage.

Le moteur, dont la *fig.* 386 donne les coupes transversale et longitudinale, est accouplé directement à la pompe au moyen d'un manchon élastique isolant; il est construit pour développer une puissance de 200 chevaux à la vitesse de 100 tours par minute, avec du courant triphasé sous la tension composée de 970 volts, à la fréquence de 20 périodes par seconde.

L'inducteur est alésé à 1.800 mm. de diamètre; il possède 24 pôles et 216 rainures, c'est-à-dire 3 rainures par pôle et par phase; chaque rainure contient 5 conducteurs; chaque conducteur est formé par 3 fils parallèles de 4,4/5 mm. de diamètre.

L'enroulement induit est en court-circuit sur lui-même et ne possède pas de bagues, puisque le moteur démarre avec la génératrice; le noyau d'induit est découpé par 288 rainures, soit 4 rainures par pôle et par phase; chaque rainure renferme un conducteur formé de 12 fils parallèles en fils nus de 4,4 mm. de diamètre; l'induit a un diamètre extérieur de 1.797 mm., ce qui correspond à un entrefer de 1,5 mm.

296. Moteur triphasé de 75 chevaux (Etablissements Postel-Vinay). — La *fig.* 387 représente l'ensemble d'un moteur asynchrone de 75 chevaux des Etablissements Postel-Vinay établi pour fonctionner à la tension primaire de 1000 volts, avec une fréquence de 50 périodes; le moteur étant à 12 pôles,

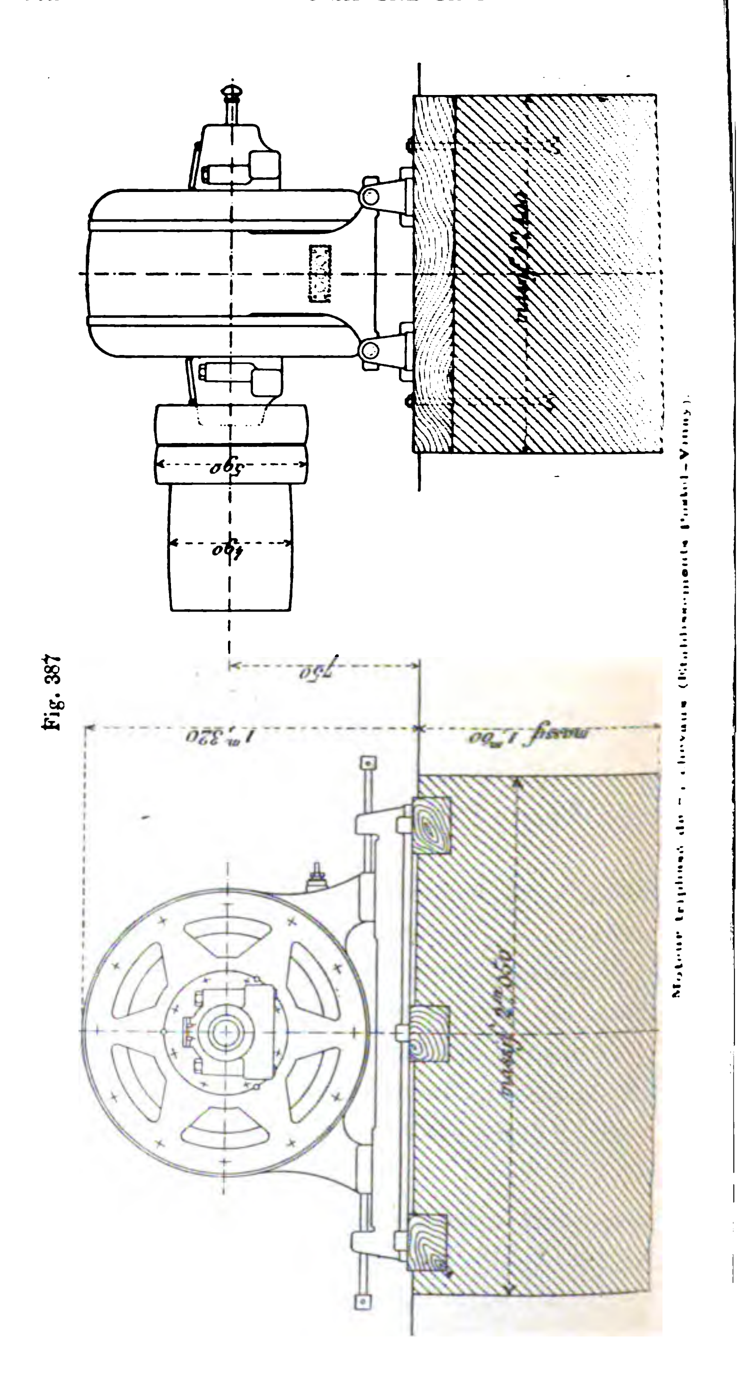
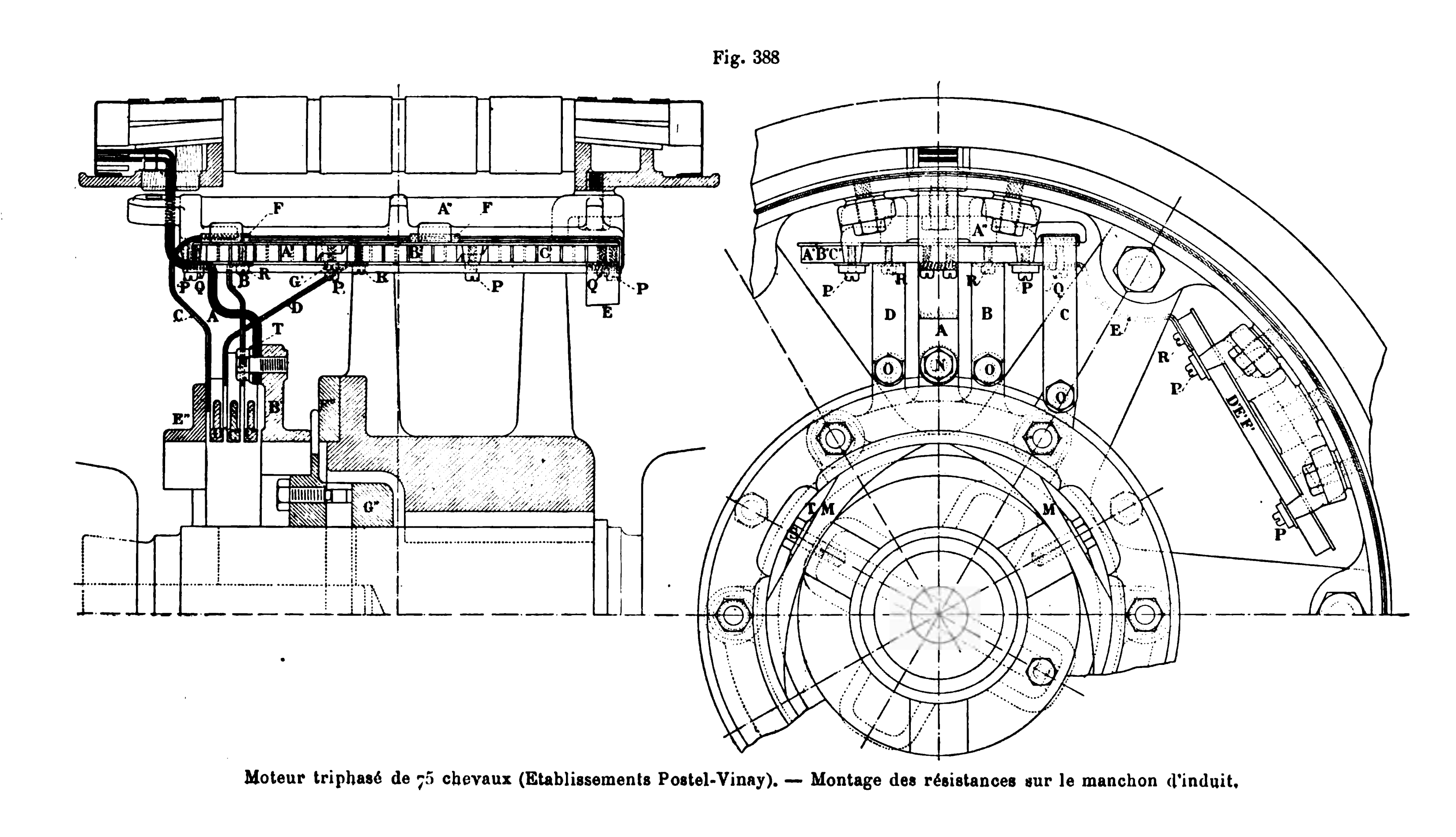


Fig. 387

Moteur triphasé de [illegible] chevaux (Établissements Postel-Vinay).

Fig. 388



Moteur triphasé de 75 chevaux (Etablissements Postel-Vinay). — Montage des résistances sur le manchon d'induit.

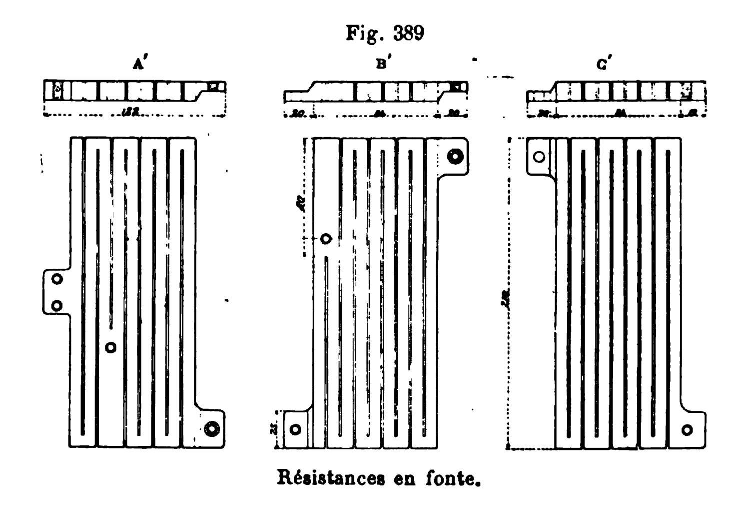
la vitesse du synchronisme est de 500 tours par minute; la vitesse de régime est de 485 tours par minute, ce qui correspond à un glissement de 3 °/₀, à la puissance normale de 75 chevaux.

Le noyau de l'inducteur est formé par des tôles maintenues par une couronne annulaire en fonte; la circonférence intérieure est découpée par 288 encoches contenant chacune 10 fils de $4,7 \times 2,2 = 10,34$ mm². ; chaque spire est formée par deux de ces fils réunis en parallèle. L'enroulement est en tambour ondulé; chaque section de bobinage comprend 5 spires doubles; les 3 phases sont montées en étoile : le courant inducteur est de 80 ampères par phase, ce qui correspond à une densité de 4 ampères environ par mm². de conducteur.

Le noyau de tôles de l'induit est supporté par un manchon en fonte claveté sur l'arbre (*fig.* 388); il est divisé en 4 paquets séparés par des canaux de ventilation.

L'enroulement induit comprend 216 conducteurs (72 par phase) ayant une section de $12 \times 7,5 = 90$ mm². ; les 3 phases sont montées en étoile; l'intensité prévue pour le courant se-

Fig. 389



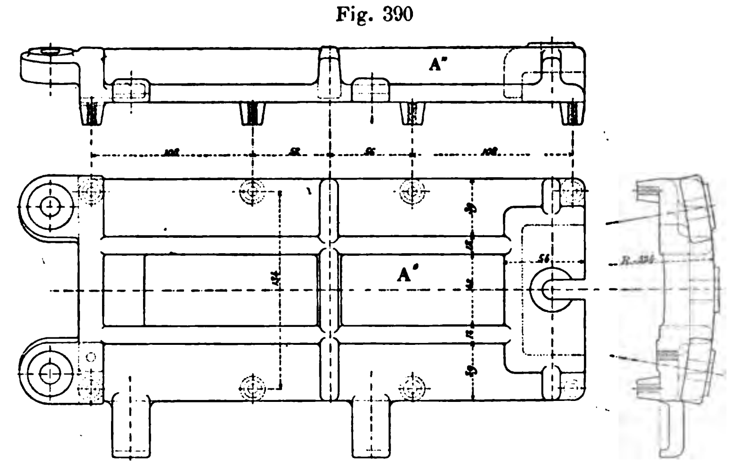
Résistances en fonte.

condaire étant de 292 ampères, la densité est de 3,25 ampères par mm². de conducteur secondaire; la longueur totale du fil

pour l'enroulement secondaire est de 127,5 mètres; le poids de cuivre est de 102 k.; le poids total de la machine est de 2675 k.

Les résistances prévues pour le démarrage sont de 0,25 ohm par phase; elles sont constituées par des grilles en fonte (*fig.* 389) et sont fixées sur l'induit. A cet effet on a monté entre les 6 bras du manchon d'induit 6 supports A″ en fonte (*fig.* 388 et 390) sur lesquels sont fixées les résistances A′B′C′

Fig. 390



Supports des résistances.

qui sont isolées de leur support par une plaque de mica.

Chaque phase comprend 6 grilles, A′B′C′D′E′F′ reliées à l'induit et aux pièces de contact B″C″D″F″ par les lames ABCD.

Des balais M peuvent glisser le long de l'arbre creux au moyen d'une tige passant au centre et terminée extérieurement par un bouton. Lorsque le moteur doit être mis en marche, le bouton est complètement tiré; les balais portant sur les pièces E″, les résistances se trouvent intercalées. Lorsque la vitesse de régime est atteinte, le bouton est repoussé pour amener les balais sur B″ et mettre les résistances en court circuit sur elles-mêmes; les contacts C″D″ ont pour but d'éviter le brusque passage d'une position à l'autre. En

marche normale, les 3 phases de l'induit se trouvent montées en quantité.

297. Mesure du rendement. — Le rendement d'un moteur d'induction se détermine en mesurant les valeurs correspondantes de la puissance primaire et de la puissance utile : celle-ci se mesure au moyen d'un frein d'absorption ou d'une génératrice étalonnée. Comme il peut arriver que les trois phases ne soient pas rigoureusement symétriques, il faut mesurer la puissance primaire par la méthode des deux wattmètres (**204**).

Le rendement des moteurs étant généralement très élevé, sa détermination directe exige des instruments très exacts et une grande précision dans les mesures ; il est donc préférable d'évaluer ce rendement en séparant les différentes pertes.

Les pertes ohmiques de l'inducteur se calculent d'après l'intensité du courant primaire et la valeur de la résistance à chaud.

Les pertes ohmiques de l'induit peuvent se calculer de même en prenant $i = \frac{N_1}{N} i_1$; on peut également les déduire de la valeur du glissement, puisque nous savons (**287**) que

$$Nri^2 = \frac{\gamma \mathcal{P}}{1 - \gamma}.$$

La mesure du glissement peut être faite à l'aide d'un dispositif stroboscopique tel que le suivant :

On trace en blanc sur un des bras de la poulie du moteur un rayon, servant d'index, que l'on vise à travers une fenêtre percée dans un disque tournant synchroniquement avec le champ autour du même axe. Le moteur et le disque ayant des vitesses angulaires différentes, la fréquence, f, des coïncidences du repère et de la fenêtre sera égale à la différence des fréquences respectives : on aura donc

$$f = \frac{f_1}{p} - f_2 ;$$

et par conséquent

$$\gamma = \frac{f}{f + f_2}.$$

Les pertes par hytérésis, courants de Foucault et frottements se déterminent en faisant fonctionner le moteur à vide et en mesurant la puissance, la tension et le courant primaires, ainsi que le glissement ; on en déduit

$$\cos \varphi = \frac{\mathfrak{P}_1}{u_1 i_1 \sqrt{3}}.$$

La puissance absorbée par l'hystérésis, les courants de Foucault et les frottements sera

$$\mathfrak{P}_1 - \mathrm{N}_1\left(r_1 + \frac{\mathrm{N}_1}{\mathrm{N}} r\right) i^2_1 = \mathfrak{P}'_0.$$

La puissance mécanique développée par le secondaire étant égale à celle qui est absorbée par les frottements de la marche à vide, on aura

$$\mathfrak{P}' = \frac{1 - \gamma}{\gamma} \frac{\mathrm{N}^2_1}{\mathrm{N}} r i^2_1.$$

Cette première série de mesures fait connaître en outre l'intensité du courant magnétisant

$$b_0 = i_1 \sin \varphi\,;$$

et la composante wattée du courant primaire à vide

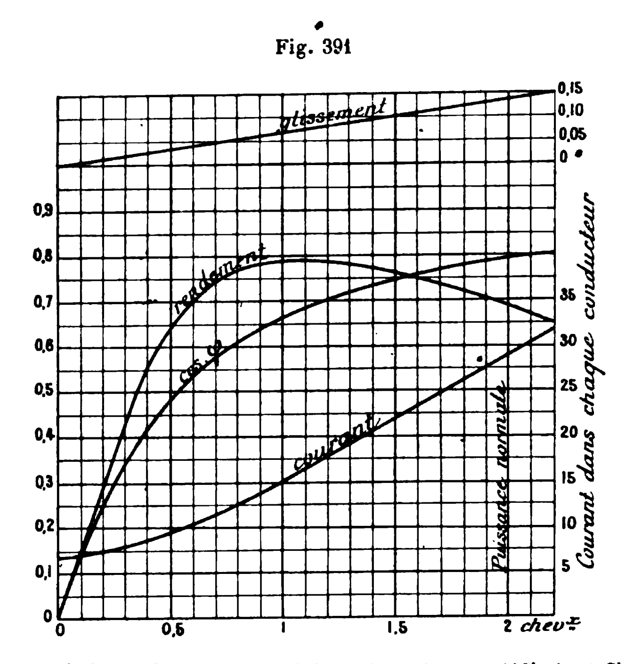
$$a_0 = i_1 \cos \varphi.$$

En faisant fonctionner le moteur à charge normale et en mesurant comme précédemment la puissance, la tension, l'intensité primaire et le glissement, on aura tous les éléments nécessaires pour évaluer le rendement.

En répétant la même série de mesures pour différentes charges, on pourra tracer expérimentalement les caractéristiques

du moteur. c'est-à-dire les courbes qui donneront, en fonction de la puissance utile prise comme abscisse, l'intensité du courant primaire, le rendement, le facteur de puissance, le glissement et par suite le nombre de tours par minute pour une charge fixée.

Fig. 391



Caractéristiques d'un moteur triphasé de 2 chevaux (Alioth et Cie).

La *fig.* 391 donne le tracé de ces courbes pour un moteur triphasé Alioth de 2 chevaux à 4 pôles, établi pour une tension de 55 volts par phase à la fréquence de 45 périodes par seconde, ce qui donne pour la vitesse du synchronisme, 1350 tours par minute.

Dans les évaluations précédentes nous avons admis que les pertes sont constantes ; en réalité il n'en est pas rigoureusement ainsi parce que les pertes dans le noyau induit augmentent avec la fréquence du glissement et sont plus élevées en charge qu'à vide ; par contre, comme la chute de tension dans le primaire augmente avec la charge, le courant d'exci-

.ion diminue légèrement et la perte dans le fer de l'inducteur t un peu moindre ; ces deux effets se compensent presque mplètement, et on ne commet qu'une erreur insignifiante en lmettant que les pertes dans le fer sont indépendantes de la ıarge. Il n'en est pas de même pour les pertes par frottements ui augmentent avec la tension de la courroie ; on peut éva- ıer approximativement la surchage qui en résulte, d'après la aleur de la puissance absorbée par les frottements dans la narche à vide.

298. Détermination des coefficients de self-in- luction. — Les coefficients de self-induction, dont la con- ıaissance est nécessaire pour établir le diagramme de fonc- tionnement du moteur à différentes charges, se déterminent de la même manière que pour un transformateur statique.

Le secondaire étant mis en court circuit et immobilisé par un frein, on augmente progressivement la tension primaire jusqu'à ce que le courant atteigne l'intensité maximum compatible avec la section du fil. Dans ces conditions on peut admettre que l'on a $N_1 i_1 = N i$ et, en mesurant la puissance, la tension et l'intensité primaire, on aura comme pour le transformateur statique

$$\frac{3u'_1}{N_1} = i'_1 \sqrt{\left(r_1 + \frac{N_1}{N} r\right)^2 + \omega^2_1 \left(\lambda_1 + \frac{N_1}{N} \lambda\right)^2};$$

en désignant par u'_1 et i'_1 la tension et l'intensité primaires intérieures pour une phase.

Le facteur de puissance sera donné par le rapport

$$\cos \varphi = \frac{\mathfrak{P}_1}{3u'_1 i'_1};$$

et comme l'on a aussi

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega_1 \left(\lambda_1 + \frac{N_1}{N} \lambda\right)}{r_1 + \frac{N_1}{N} r},$$

on en déduit

$$\left(r_1 + \frac{N_1}{N} r\right) = \frac{3u'_1}{N_1 i'_1} \cos \varphi ; \qquad \omega_1 \left(\lambda_1 + \frac{N_1}{N} \lambda\right) = \frac{3u'_1}{N_1 i'_1} \sin \varphi ;$$

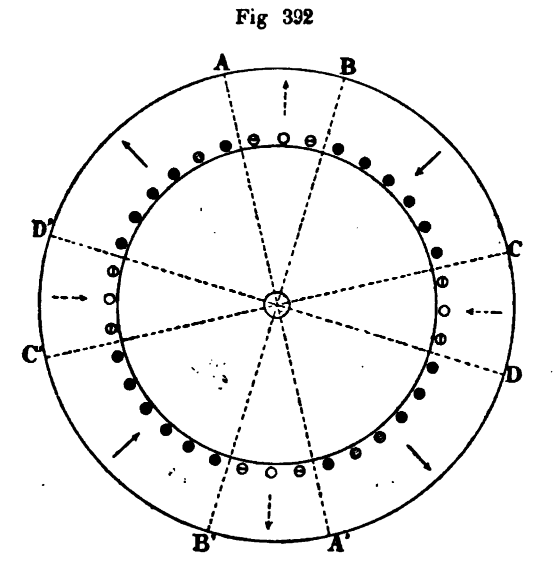
et l'on pourra établir le diagramme avec une exactitude suffisante en prenant

$$r_1 = \frac{N_1}{N} r ; \qquad \lambda_1 = \frac{N_1}{N} \lambda .$$

MOTEURS D'INDUCTION A CHAMP ALTERNATIF

299. Construction. — Le mode de construction d'un moteur asynchrone à champ alternatif est le même que celui des moteurs à champ tournant ; il sera donc constitué par un an-

Fig 392



Inducteur d'un moteur d'induction à champ alternatif.

neau inducteur en tôles (*fig.* 392) : le circuit, dans lequel passe le courant alternatif, est enroulé de façon à créer des pôles alternés de direction fixe, comme l'indiquent les flèches en traits pleins. Les bobines AB, CD, A'B', C'D' intercalées entre les en-

roulements principaux ne sont utilisées qu'au moment du démarrage, ainsi que nous l'expliquerons plus loin. L'induit, placé à l'intérieur, peut être muni d'un enroulement en cage d'écureuil ou d'un enroulement ondulé en tambour dont les subdivisions sont fermées sur elles-mêmes par l'intermédiaire de bagues fixées sur l'arbre.

Les enroulements primaires et secondaires sont logés dans les encoches des noyaux ; l'entrefer est réduit au jeu strictement nécessaire pour la rotation de l'armature.

300. Couple moteur. — La théorie des moteurs d'induction à champ alternatif peut se déduire de celle des moteurs d'induction polyphasés, en considérant chacun des champs alternatifs simples comme résultant de la combinaison de deux champs, d'intensité constante égale à la demi-amplitude du champ alternatif, tournant en sens inverses avec la même vitesse angulaire (**214**); pour un inducteur multipolaire, la vitesse angulaire des flux tournants sera égale à $\frac{\omega}{p}$, c'est-à-dire au quotient de la pulsation du courant par la moitié du nombre des pôles (**212**).

Chacun de ces flux tournants tend à entraîner l'induit dans le même sens que lui, et le moteur ne pourra pas démarrer de lui-même, parce que, lorsqu'il est immobile, les deux couples qui le sollicitent en sens inverses sont égaux. Mais si l'on donne au moteur une impulsion dans le sens de la rotation de l'un des champs tournants, la vitesse angulaire de ce champ par rapport à l'induit sera $\frac{\omega_1}{p} - \omega_2$; pour le champ de rotation inverse elle sera égale à $-\left(\frac{\omega}{p} + \omega_2\right)$.

Le premier couple tend à accélérer le mouvement de rotation imprimé au moteur, tandis que le deuxième agit en sens contraire. Le couple utile sera donc égal à la différence de ces couples dont les valeurs se déduiront directement des formules établies précédemment.

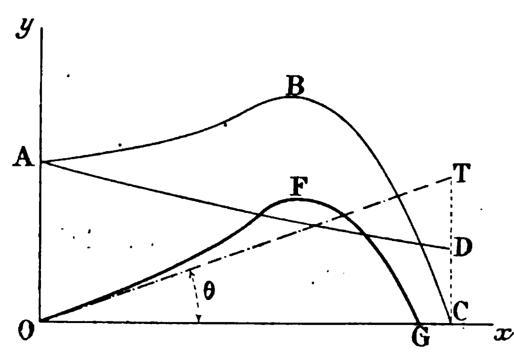
En désignant par Φ l'amplitude du flux alternatif pour un pôle de l'inducteur, chacun des deux flux tournants aura une intensité égale à $\frac{\Phi}{2}$. En remplaçant Φ par $\frac{\Phi}{2}$ dans l'équation du couple (**287**) on obtiendra l'expression du couple positif qui sera

$$(1) \qquad C_1 = \frac{\omega_1 - p\omega_2}{r^2 + (\omega_1 - p\omega_2)^2\lambda^2} \cdot \frac{pN\Phi^2 r}{32};$$

la valeur absolue du couple inverse produit par le champ dont la vitesse relative est égale à $\left(\frac{\omega_1}{p} + \omega_2\right)$ sera

$$(2) \qquad C_2 = \frac{\omega_1 + p\omega_2}{r^2 + (\omega_1 + p\omega_2)^2\lambda^2} \cdot \frac{pN\Phi^2 r}{32}.$$

Fig. 393



Les courbes ABC et AD (*fig.* 393) représentent, en fonction de la vitesse angulaire ω_2 prise comme abscisse, les valeurs du couple positif C_1 et du couple négatif C_2 ; le couple utile C, pour une vitesse donnée, sera égal à l'ordonnée de la courbe OFG que l'on trace en retranchant des ordonnées de ABC les ordonnées correspondantes de AD.

Le couple moteur est nul pour $C_1 = C_2$ c'est-à-dire pour

$$\omega_2 = 0 \quad \text{et} \quad \omega_2 = \frac{\sqrt{\omega_1^2\lambda^2 - r^2}}{p\lambda}.$$

Le moteur ne peut donc pas démarrer de lui-même ; mais il

suffit de lui communiquer une impulsion dans un sens ou dans l'autre pour que la différence $C_1 - C_2$ devienne positive, de telle sorte que l'induit sera entraîné par le champ dont la rotation est de même sens que l'impulsion initiale ; la vitesse du moteur augmentera graduellement jusqu'à ce que le travail résistant fasse équilibre au travail moteur.

La vitesse pour laquelle le couple moteur est maximum se déterminerait en égalant à zéro la dérivée $\frac{dC}{d\omega_2}$.

La puissance que le moteur développe à la vitesse angulaire ω_2 sera

$$\mathfrak{P} = C\omega_2. \tag{4}$$

301. Démarrage à l'aide d'un champ auxiliaire. — Le moteur asynchrone à champ alternatif ne pouvant pas démarrer de lui-même, il faut le mettre en route à vide à l'aide d'un artifice. Pour les petits moteurs on peut faire le démarrage en tirant sur la courroie de manière à donner au moteur une vitesse suffisante pour que le couple résultant soit capable de surmonter les résistances passives. Pour les grands moteurs on ne peut employer ce système et il faut recourir à un autre procédé.

Celui qui est le plus employé consiste à munir le moteur d'un second enroulement disposé entre les bobines du premier (*fig.* 392) et de faire passer dans les deux enroulements des courants de phases différentes de façon à créer un champ tournant. Comme l'enroulement auxiliaire ne doit être utilisé que pendant un temps très court à la mise en marche, il peut avoir une section très faible. Le déphasage des deux courants, qui sont pris tous les deux sur le même réseau, s'obtient en introduisant dans l'un des circuits une résistance non inductive et dans l'autre une bobine de self-induction. Les deux enroulements n'étant pas semblables et la différence de phase que l'on peut obtenir étant inférieure à un quart de période, l'intensité du

Fig. 394

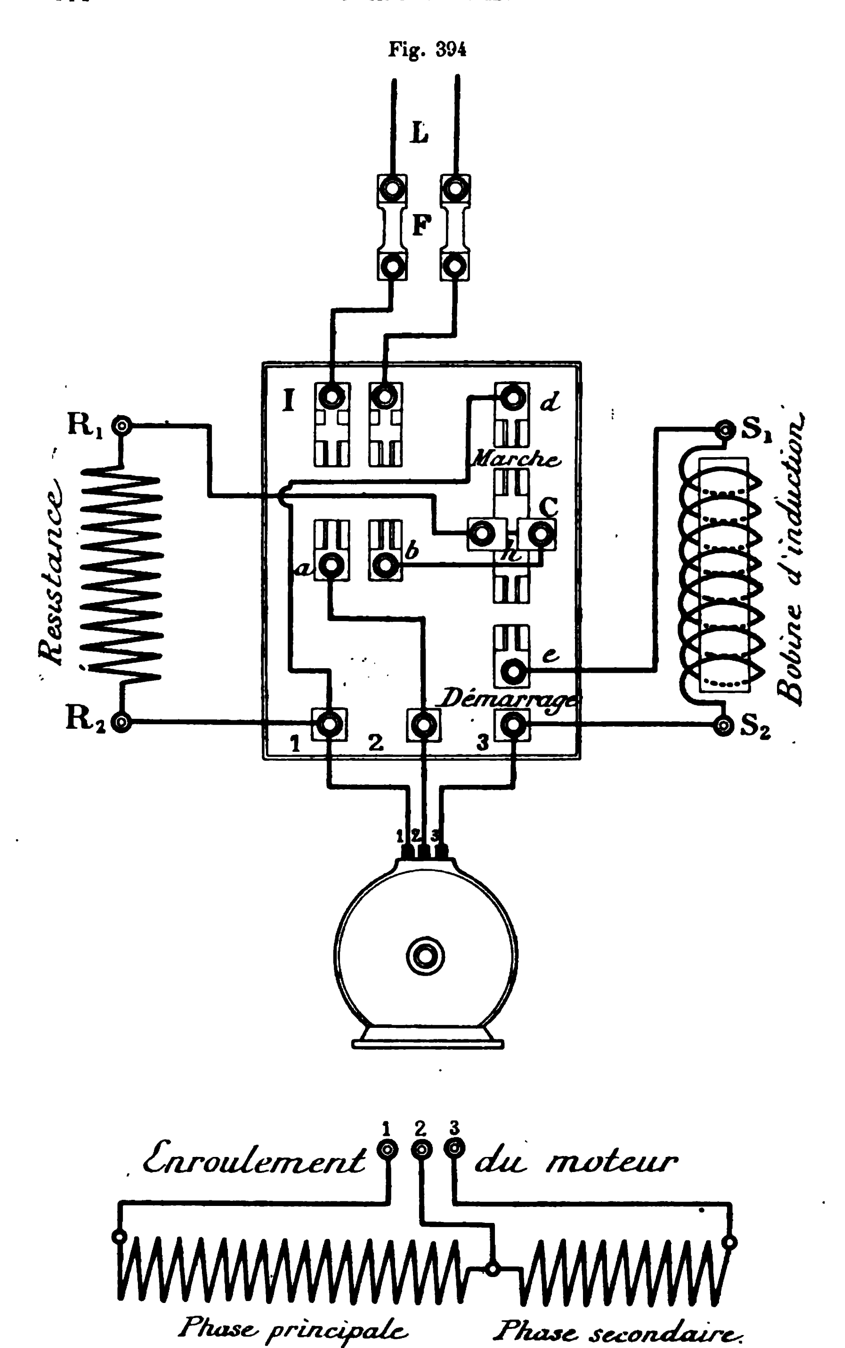


Schéma des connexions pour la mise en route d'un moteur d'induction à courant alternatif simple (Ateliers de construction d'Oerlikon).

champ tournant produit par l'action combinée des deux courants ne sera pas constante, mais il est facile d'obtenir un couple moyen suffisant pour faire démarrer le moteur à vide.

La *fig.* 394 représente un dispositif de ce genre employé par les Ateliers de Construction d'Oerlikon.

Le moteur est relié à la ligne L par les deux coupe-circuits fusibles F et l'interrupteur bipolaire I. Au démarrage, le commutateur unipolaire C étant placé dans la position *e*, le courant de ligne se divise entre l'enroulement principal auquel il arrive par les bornes 2 et 1 et l'enroulement auxiliaire auquel il arrive par les bornes 2 et 3. Dans le circuit principal est intercalée la résistance non inductive R_1R_2; dans le circuit auxiliaire la bobine de self-induction S_1S_2. Lorsque le moteur a pris sa vitesse normale, on supprime le champ auxiliaire en faisant passer le commutateur C de la position *e* à la position *d*, ce qui met en même temps la résistance R_1R_2 hors du circuit; le moteur continue alors à fonctionner sous l'action du courant alternatif simple.

302. Méthode de M. Riccardo Arnò. — Cette méthode consiste à intercaler dans l'induit une résistance telle que l'accroissement du couple, résultant de l'impulsion initiale imprimée au moteur, soit le plus grand possible. Il faut, pour cela, déterminer cette résistance auxiliaire de façon à rendre maximum le coefficient angulaire de la tangente OT à l'origine de la courbe OFG (*fig.* 393).

Les équations qui déterminent le couple donnent pour l'expression du coefficient angulaire de la tangente en un point d'abcisse ω_2

$$\frac{dC}{d\omega_2} = \frac{p^2N\Phi^2 r}{32}\left[\frac{(\omega_1 - p\omega_2)^2\lambda^2 - r^2}{(r^2 + (\omega_1 - p\omega_2)^2\lambda^2)^2} + \frac{(\omega_1 + p\omega_2)^2\lambda^2 - r^2}{(r^2 + (\omega_1 + p\omega_2)^2\lambda^2)^2}\right].$$

A l'origine, c'est-à-dire pour $\omega_2 = 0$, on aura

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{p^2 N \Phi^2}{16} \cdot \frac{(\omega^2_1 \lambda^2 - r^2) r}{(r^2 + \omega^2_1 \lambda^2)^2}.$$

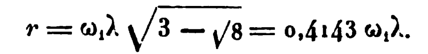
En égalant à zéro la dérivée du second membre prise par rapport à r, on obtient l'équation

$$r^4 - 6\omega^2_1 \lambda^2 r^2 + \omega^4_1 \lambda^4 = 0,$$

qui détermine la valeur de la résistance critique

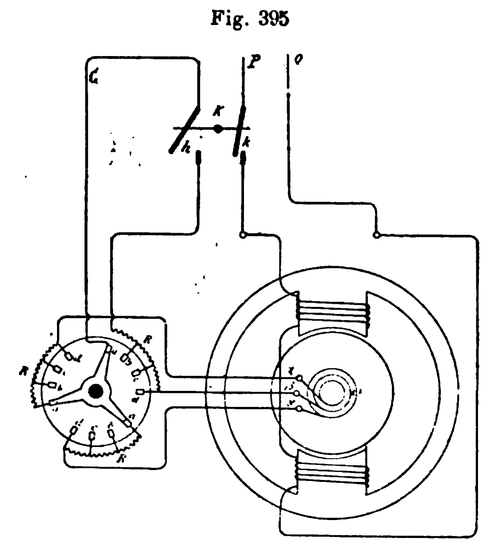
$$r^2 = \omega^2_1 \lambda^2 \left(3 \pm \sqrt{8}\right).$$

Le coefficient angulaire devant être positif, la seule valeur de r qui satisfasse à la condition imposée pour le démarrage sera



$$r = \omega_1 \lambda \sqrt{3 - \sqrt{8}} = 0{,}4143\, \omega_1 \lambda.$$

Fig. 395



Dispositif de M. Riccardo Arnò pour le démarrage d'un moteur d'induction à champ alternatif.

La *fig.* 395 indique la disposition adoptée par M. Arnò pour l'application de son procédé.

L'enroulement de l'induit est triphasé ; il est muni de trois bagues et de trois frotteurs entre lesquels se place un rhéostat permettant de donner à la résistance secondaire sa valeur critique. Dans ces conditions, il suffit d'une légère impulsion pour produire un couple capable d'entraîner rapidement le moteur. Cette impulsion peut être donnée à la main en agissant sur la courroie, ou mieux encore, en créant une dissymétrie dans le circuit induit au moment où le moteur est relié au réseau. Il suffit pour cela de fermer les interrupteurs *k* et *h* successivement, de façon qu'une des phases de l'induit reste ouverte pendant un temps très court ; le flux secondaire étant alors incliné sur la direction du flux primaire, l'induit se déplace légèrement et cette impulsion suffit pour déterminer l'entraînement définitif.

CALCUL D'UN MOTEUR D'INDUCTION

303. Données. — Soit à calculer un moteur asynchrone capable de développer, en régime normal, une puissance de H chevaux sur l'arbre.

La fréquence du courant et la tension du réseau sur lequel doit être branché le moteur étant fixées, on se propose de déterminer les dimensions des différents éléments de l'inducteur et de l'induit.

Nous prendrons comme exemple, dans cet exposé, un moteur triphasé à inducteur fixe et induit mobile, en adoptant les notations suivantes.

Notations

$\mathfrak{P}_1$, puissance primaire à fournir au moteur ;

$\mathfrak{P}'_0$, puissance absorbée par l'hytérésis et les courants de Foucault ;

$\mathfrak{P}$, puissance électromagnétique de l'induit;

$\mathfrak{P}_r$, puissance absorbée par les frottements;

u_1, différence de potentiel efficace entre deux fils de ligne;

u'_1, différence de potentiel efficace pour une phase intérieure;

i_1, intensité efficace du courant primaire extérieur pour une phase;

i'_1, intensité efficace du courant intérieur pour une phase;

i, intensité efficace du courant secondaire;

cos φ, facteur de puissance du courant primaire;

$f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi}$ fréquence des courants primaires;

$\omega_2 = 2\pi f_2$ vitesse angulaire de l'induit;

$\gamma = \frac{\omega_1 - p\omega_2}{\omega_1}$, glissement de l'induit dans le flux;

η, rendement commercial du moteur;

$2p$, nombre des pôles de l'inducteur;

Φ, flux inducteur pour un pôle;

$\mathfrak{B}$, induction moyenne dans l'entrefer;

$\mathfrak{B}_1$, induction dans le noyau primaire;

$\mathfrak{B}_2$, induction dans le noyau secondaire;

N_1, nombre des conducteurs primaires dans l'entrefer;

N, nombre des conducteurs secondaires dans l'entrefer;

r_1, λ_1, résistance et coefficient de self-induction rapportés à une génératrice du primaire;

r, λ, résistance et coefficient de self-induction rapportés à une génératrice du secondaire;

D, diamètre d'alésage du noyau inducteur;

D_1, diamètre extérieur du noyau inducteur;

L, longueur totale du noyau (isolant compris);

L_1, longueur des tôles;

a, nombre d'ampères efficaces par cm. de la circonférence intérieure de l'inducteur;

v, vitesse tangentielle du flux.

304. Inducteur. — Le rendement du moteur au régime normal étant fixé, en aura

$$(1) \qquad \mathfrak{P}_1 = \frac{736\mathrm{H}}{\eta} = 3u'_1 i'_1 \cos\varphi = u_1 i_1 \sqrt{3} \cos\varphi\,;$$

les valeurs à adopter pour u'_1 et i'_1 se déduiront de u_1 et i_1 d'après le groupement adopté (étoile ou triangle).

Le facteur de puissance est ordinairement compris entre 0,8 et 0,9 pour les moteurs de 10 chevaux et au-dessus ; entre 0,7 et 0,8 pour les moteurs de puissance moindre.

On commencera donc le calcul en se donnant une valeur de cos φ prise dans les limites ci-dessus, de manière à obtenir une première valeur du courant primaire.

L'équation à laquelle doit satisfaire le courant primaire (**288**)

$$(2) \qquad \mathrm{U}_1 = \frac{\mathrm{N}_1}{3}\left[r_1 \mathrm{I}_1 + \lambda_1 \frac{d\mathrm{I}_1}{dt} + \frac{1}{2}\frac{d\Phi}{dt}\right],$$

montre que la tension primaire est équilibrée par la résultante de la force contre électromotrice induite et de la chute de tension due à l'impédance du circuit primaire. Cette chute de tension étant relativement faible, on peut la négliger en première approximation et prendre

$$(3) \qquad \frac{\mathrm{N}_1}{3}\frac{\omega_1 \Phi}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi f_1 \mathrm{N}_1 \Phi}{3\sqrt{2}} = u'_1 \times 10^8.$$

En fonction des dimensions du noyau de tôles de l'inducteur, on aura

$$(4) \qquad \mathrm{N}_1 i'_1 = \pi \mathrm{D} a\,;$$

$$(5) \qquad \Phi = \frac{\pi \mathrm{DL}}{2p}\mathfrak{B}.$$

Ces valeurs portées dans l'équation (3) donnent

$$(6) \qquad \mathrm{D}^2\mathrm{L} = \frac{2\sqrt{2}.10^8}{\pi^2 \mathfrak{B} a \dfrac{f_1}{p}} \cdot \frac{\mathfrak{P}_1}{\cos\varphi}.$$

La vitesse de rotation du moteur devant être peu différente de celle du champ, on devra donner à l'inducteur un nombre de pôles tel que la vitesse tangentielle du flux

$$v = \pi D \frac{f_1}{p}, \tag{7}$$

ne soit pas excessive.

En introduisant cette condition dans l'équation (6) on obtient les relations suivantes

$$DL = \frac{2\sqrt{2}.10^8}{\pi^2 \mathfrak{B} a v} \cdot \frac{\mathfrak{P}_1}{\cos\varphi}; \tag{8}$$

$$L = \frac{2\sqrt{2}.10^8}{\pi \mathfrak{B} a v^2} \cdot \frac{\mathfrak{P}_1}{\cos\varphi}. \tag{9}$$

$\mathfrak{B}$ est généralement compris entre 3000 et 5000 unités C.G.S.

a est compris entre 100 et 200 ampères par cm. suivant la puissance du moteur; la vitesse tangentielle *v* ne doit pas dépasser 3000 à 3500 cm. par seconde.

Si le nombre des pôles inducteurs n'est pas fixé on calculera une première valeur de D au moyen de l'équation (8) en attribuant une valeur arbitraire au rapport $\frac{L}{D}$; cette valeur de D portée dans l'équation (7) fera connaître l'ordre de grandeur de $\frac{f_1}{p}$ et permettra de fixer le nombre *p* qui doit être entier ; l'équation (7) donnera ensuite la valeur du diamètre D, et l'équation (9) celle de la longueur L.

En répétant ces calculs avec différentes valeurs de $\mathfrak{B}$, *a*, *v*, on arrive assez vite à trouver les dimensions les plus convenables.

Le nombre des fils primaires, déduit de l'équation (4), sera modifié, s'il y a lieu, de façon à satisfaire aux conditions d'un enroulement triphasé ; on pourra alors calculer la valeur du flux utile par l'équation (3). Comme cette équation ne tient pas compte de la chute intérieure de tension, Φ sera déterminé par

excès. On choisira la valeur de l'induction dans le noyau de tôles de façon que la perte par hystérésis et courants de Foucault soit de 0,015 à 0,016 watt par cm^3 (2 watts par kilogramme de tôle) et le diamètre extérieur du noyau de tôles se déduira de l'équation

$$(D_1 - D)L_1\mathfrak{B}_1 = \nu\Phi ; \tag{10}$$

le facteur de dispersion, ν, peut se calculer par la méthode indiquée au Chap. IX ; il est ordinairement compris entre 1,1 et 1,2.

Après avoir tracé le noyau de l'inducteur, on fera l'étude de l'enroulement ; le nombre des encoches doit être au moins de 6 par pôle ; en augmentant ce nombre, on diminuera le coefficient de self-induction. La section du conducteur se détermine de façon que la perte par effet Joule ne dépasse pas la valeur prévue ; la densité du courant est le plus souvent de 3 ampères environ par mm^2 de cuivre, ce qui correspond à une perte d'environ 20 watts par kilogramme de cuivre ([1]). Une fois l'enroulement tracé, on calculera la résistance totale d'une phase et l'on en déduira la résistance, r_1, relative à une génératrice.

Le coefficient de self-induction, λ_1, ne peut pas être calculé exactement et l'on doit se contenter d'évaluer son ordre de grandeur d'après les données que l'on possède sur des moteurs de même type ou, à défaut, par la formule empirique

$$\lambda_1 = \frac{N_1}{p\sqrt{2}}\left[\frac{\pi^2}{2}\sqrt{\frac{DL}{2p}} + \Lambda_1\right]10^{-9}. \tag{11}$$

Λ_1, étant le périmètre (en cm.) de la section méridienne du noyau de l'inducteur.

([1]) Avec une densité de δ ampères par mm^2, la perte par kilogramme de cuivre sera de $2{,}25\ \delta^2$ watts.

305. Induit. — Afin de réduire la réluctance du circuit magnétique on donne à l'entrefer la plus faible valeur possible ; il est ordinairement égal à $\frac{1}{500}$ du diamètre d'alésage de l'inducteur.

Comme la fréquence du glissement de l'induit dans le flux est très petite, les pertes par hystérésis et courants de Foucault y sont très peu importantes et le plus souvent négligeables, sauf au démarrage ; on pourra donc déterminer l'épaisseur radiale du noyau secondaire en adoptant pour $\mathfrak{B}_2$ une valeur supérieure à $\mathfrak{B}_1$.

La puissance mécanique du moteur étant égale à la puissance électro-magnétique diminuée des pertes par frottement, on calculera les éléments de l'enroulement secondaire en majorant de 3 à 4 % la puissance utile à obtenir.

La puissance électro-magnétique peut-être exprimée en fonction du courant secondaire par la formule (**287**)

$$\mathfrak{P} = \frac{1-\gamma}{\gamma} \mathrm{N} r i^2, \tag{12}$$

dans laquelle la valeur du glissement est fixée par la condition de rendement.

Le rapport de transformation $\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{N}_1}$ étant indéterminé, on pourra le choisir arbitrairement de façon que la force électromotrice secondaire ait une valeur assez faible pour ne pas causer d'accident au personnel chargé de la manœuvre du moteur ; le nombre des encoches du tambour est de 9 au moins par pôle.

Pour les puissances inférieures à 8 ou 10 chevaux, on adopte le plus souvent l'enroulement en cage d'écureuil dont l'exécution est très simple ; pour les moteurs plus puissants, l'enroulement ondulé est divisé en trois circuits ouverts avec un nombre de pôles égal à celui de l'inducteur ; les points d'attache des circuits sont ensuite réunis soit en court-circuit

soit par l'intermédiaire de résistance variables, comme nous l'avons dit précédemment.

Après avoir tracé l'enroulement secondaire on calculera la résistance r et le coefficient de self-induction λ, rapportés à une génératrice, de la même manière que pour le primaire.

306. Courant primaire à vide. — Le courant magnétisant nécessaire pour produire le flux Φ se déterminera comme pour une dynamo, en traçant la trajectoire du flux dans les deux noyaux et dans l'entrefer, et en calculant la force magnéto-motrice nécessaire

$$\mathcal{F} = \sum \Phi \mathcal{R}; \tag{13}$$

on en déduira la composante déwattée du courant primaire à vide

$$b_0 = \frac{10}{\pi} \frac{p}{N_1 \sqrt{2}} \Phi \mathcal{R}. \tag{14}$$

La composante wattée, a_0, se détermine en calculant la puissance, $\mathcal{P}'_0$, absorbée par l'hytérésis et les courants de Foucault dans l'inducteur et dans l'induit, comme pour un transformateur (**273**), en tenant compte des fréquences respectives ; on en déduira

$$a_0 = \frac{2\sqrt{2}\mathcal{P}'_0}{\omega_1 N_1 \Phi} 10^8. \tag{15}$$

307. Caractéristiques du moteur. — Pour vérifier si les dimensions fournies par les calculs précédents satisfont aux conditions fixées, on trace le diagramme du moteur au moyen des équations

$$\frac{3U_1}{N_1} = r_1 I_1 + \lambda_1 \frac{dI}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d\Phi}{dt}; \tag{16}$$

$$N_1 I_1 + NI = N_1 I_0; \tag{17}$$

$$\frac{rI}{\gamma} + \lambda \frac{dI}{dt} + \frac{1}{2} \frac{d\Phi}{dt} = 0. \tag{18}$$

Avec la valeur de Φ trouvée précédemment, en pre…
comme variable indépendante, on construira successiv…
les équations (18), (17), (16), comme pour un transfor…
fixe.

La valeur de u'_1 fournie par l'équation (16) donnera, pa…
paraison avec celle qui a été fixée, l'échelle de l'épure…
valeur rectifiée de Φ à adopter dans les calculs suivant…

En posant

$$\frac{\omega_1 \Phi}{2\sqrt{2}} \cdot 10^8 = e; \qquad \frac{\gamma \omega_1 \lambda}{r} = tg\, \psi;$$

on calculera

$$i = \frac{\gamma e \cos \psi}{r}; \qquad \mathcal{P} = \frac{\gamma(1-\gamma) N e^2 \cos^2 \psi}{r};$$

$$H = \frac{\mathcal{P} - \mathcal{P}_r}{736} \text{ chevaux.}$$

Après avoir déterminé la puissance $\mathcal{P}'_o$ absorbée par l'hy…
sis et les courants de Foucault ainsi que les composantes…
courant primaire à vide, on aura

$$i^2_o = a^2_o + b^2_o;$$

et l'on pourra prendre avec une approximation suffisante

$$i'_1 = \sqrt{\left(\frac{N}{N_1} i\right)^2 + i^2_o}.$$

La puissance électrique requise par le moteur étant

$$\mathcal{P}_1 = \mathcal{P} + \mathcal{P}'_o + N_1 r_1 i'^2_1 + N r i^2,$$

on obtient

$$\eta = \frac{736 H}{\mathcal{P}_1}; \qquad \cos \varphi = \frac{\mathcal{P}_1}{3 u'_1 i'_1}.$$

En répétant ces calculs pour quelques valeurs de γ entre les limites prévues, on pourra tracer, sur la puissance utile prise comme abscisse les courbes caractéristiques du moteur (**297**).

L'élévation de température pour l'inducteur et l'induit se calcule de la même manière que pour une dynamo.

CHAPITRE XXII

—

TRANSFORMATION DES COURANTS ALTERNATIFS EN COURANT CONTINU

306. Objet. — Au point de vue industriel et commercial, la distance à laquelle peut être transmise l'énergie électrique est limitée par la dépense d'installation de la canalisation électrique qui doit réunir la station génératrice avec les points de consommation.

Nous avons vu (**249**) que le poids de cuivre nécessaire pour transmettre 1 kilowatt à une distance donnée varie en raison inverse du carré de la différence de potentiel sous laquelle le courant est transmis sur la ligne.

La tension pour laquelle peut être établie une dynamo à courant continu est limitée par le nombre de lames du collecteur et les conditions à observer pour l'isolement des différentes parties de l'induit ; il est donc difficile, pour une machine à courant continu d'une certaine puissance, de dépasser la tension de 3000 volts, et le plus souvent on cherche à rester un peu au-dessous de cette limite. Comme les tensions supérieures ne peuvent être obtenues que par l'accouplement de plusieurs dynamos montées en série, la transmission et la distribution de l'énergie se font à intensité constante ; les réceptrices doivent être, comme les génératrices, montées en série ; de telle sorte que les unités du groupe générateur et du groupe

récepteur ne sont pas absolument indépendantes les unes des autres. Le courant de la ligne étant constant, la perte ohmique est la même quelle que soit la puissance utilisée ; de telle sorte que le rendement moyen de la canalisation sera mauvais si la consommation d'énergie varie entre des limites très étendues, ce qui est le cas le plus fréquent dans une distribution d'énergie électrique. Il en résulte que le système de transmission à intensité constante, qui a reçu quelques applications importantes (1), ne peut être adopté avec avantage que dans des cas spéciaux, et ce sont les courants alternatifs qui fournissent la solution la plus générale du problème de la transmission d'énergie électrique à grandes distances.

Grâce à l'absence de collecteur, la tension d'un alternateur n'est limitée que par la condition d'isolement bien plus facile à réaliser et à maintenir lorsque l'induit est fixe; cette tension peut d'ailleurs être augmentée sans difficulté à la valeur nécessaire au moyen d'un transformateur fixe dont le rendement est très élevé et qui n'exige aucune surveillance spéciale. De la sorte, chaque groupe électrogène pourra fournir au réseau le courant nécessaire à la tension d'émission ; la transmission se fait à potentiel constant et si l'installation comporte plusieurs génératrices, elles seront groupées en parallèle sur le réseau. Des transformateurs établis aux points de consommation, et montés en dérivation sur la canalisation, permettent d'alimenter les divers récepteurs indépendamment les uns des autres sous la tension qui convient le mieux à chacun d'eux.

C'est en raison de ces avantages que l'on emploie généralement les courants alternatifs pour la transmission de l'énergie

(1) La plus récente est celle qui vient d'être faite par la Cie de l'Industrie Electrique de Genève entre Saint Maurice et Lauzanne sur une distance de 56 kilomètres.

L'installation, prévue pour utiliser une puissance hydraulique de 14000 chevaux, comprend actuellement 5 groupes générateurs de 1000 chevaux actionnant chacun 2 dynamos à courant continu de 156 ampères à la tension de 2250 volts ; ce qui correspond à une tension totale de 22500 volts pour les 10 dynamos couplées en série.

électrique à grande distance, en donnant la préférence aux courants triphasés à cause de l'économie qui en résulte sur la canalisation. ainsi qu'il est facile de s'en rendre compte.

Nous avons vu (**249**) que pour transmettre à L mètres la puissance de 1 kilowatt sous la forme de courant alternatif simple, le poids de cuivre nécessaire est donné par la formule

$$P_1 = \frac{0,64}{\eta(1-\eta)} \frac{L^2}{u^2 \cos^2 \varphi},$$

qui s'applique identiquement à un système diphasé constitué par deux circuits distincts.

Par un système triphasé à 3 conducteurs on aurait, en conservant les notations adoptées (**249**),

$$\mathfrak{P} = \eta ui \sqrt{3} \cos \varphi ; \qquad (1-\eta)\, ui \sqrt{3} \cos \varphi = \frac{3L\rho i^2}{s} ; \qquad V = 3Ls ;$$

on en déduit

$$P_1 = \frac{0.48}{\eta(1-\eta)} \frac{L^2}{u^2 \cos^2 \varphi}.$$

On voit donc que l'emploi des courants triphasés permet de réaliser sur la canalisation une économie de 25 o/o ; ce qui justifie la préférence que l'on donne généralement aux courants alternatifs triphasés pour la transmission de l'énergie électrique à grande distance.

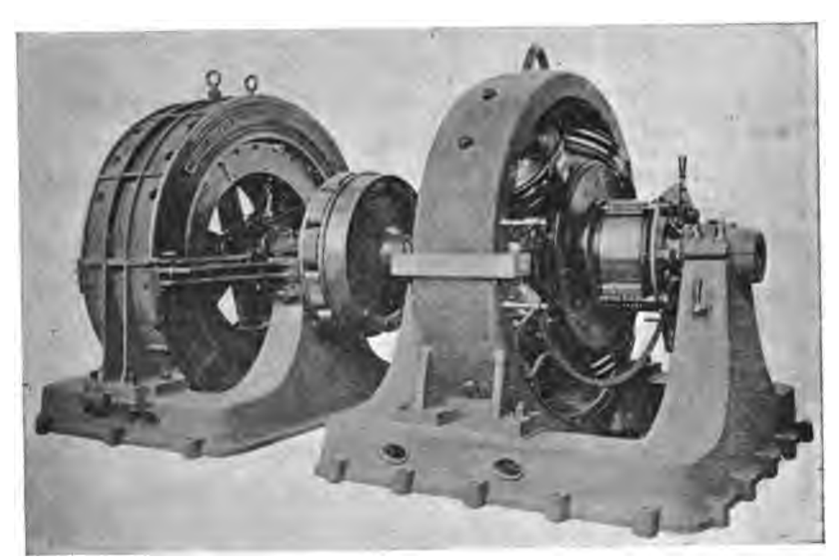
Dans un très grand nombre de cas, par exemple pour l'éclairage et la distribution de force motrice dans les usines ou les ateliers, l'énergie transmise pourra être utilisée sous la forme alternative, et il suffira d'interposer entre la canalisation et les récepteurs un transformateur statique pour réduire convenablement la tension du courant.

Mais il existe plusieurs applications pour lesquelles le courant continu s'impose ; telles sont par exemple les opérations électrolytiques et la charge des accumulateurs ; il en sera de même lorsque, par suite de conditions spéciales, l'énergie

transmise devra être utilisée pour alimenter une distribution à courant continu ; enfin, pour la traction électrique à l'intérieur des villes, les moteurs à courant continu présentent de tels avantages, au point de vue du démarrage des voitures et de l'adduction du courant, que la transformation des courants alternatifs de haute tension en courant continu devient une nécessité. Les appareils, dont la pratique a consacré l'emploi pour cette transformation dans les cas usuels, sont les *moteurs générateurs* et les *commutatrices*.

307. Moteurs générateurs. — Ce mode de transformation, le premier qui se présente à l'esprit, consiste à employer un [alternomoteur synchrone ou asynchrone] actionnant une génératrice de courant continu.

Fig. 396



Moteur générateur de 350 chevaux (Ateliers d'Oerlikon).

Cette disposition est représentée par la *fig.* 396 qui donne la vue d'ensemble d'un groupe moteur-générateur de 350 chevaux des Ateliers d'Oerlikon établi pour transformer

un système de courants triphasés à la tension composée de 2 200 volts en courant continu à 550 volts en vue d'un service de traction électrique ; la fréquence du courant alternatif est de 50 périodes, le moteur asynchrone fait 370 tours par minute à pleine charge ; la vitesse du synchronisme étant de 375 tours par minute pour 50 périodes, le glissement est de 1,33 o/o. Les rendements, déterminés par la méthode des pertes séparées, ont été évalués à 0,96 pour le moteur et 0,94 pour la génératrice, ce qui donne un rendement de 0,90 pour la transformation des courants alternatifs en courant continu.

Les moteurs et les génératrices constituant les transformateurs rotatifs sont soumis aux règles de construction qui ont été indiquées précédemment et ne donnent lieu à aucune observation spéciale.

La vitesse des moteurs synchrones étant indépendante de la charge, la force électromotrice du courant continu est plus facile à régler ; mais le principal avantage du moteur synchrone résulte de la possibilité de modifier la phase du courant en réglant l'excitation, de manière à faire travailler la ligne avec un facteur de puissance voisin de l'unité ; par contre le moteur synchrone démarre moins facilement et risque de se décrocher sous l'influence d'une décharge atmosphérique sur la ligne de transmission.

Aussi donne-t-on le plus souvent la préférence aux moteurs asynchrones qui coûtent meilleur marché et que l'on peut établir avec un rendement très élevé et un glissement assez faible pour que la vitesse de rotation varie extrêmement peu entre les limites extrêmes de la charge. Il est d'ailleurs facile de calculer l'enroulement compound de la génératrice de manière à compenser la diminution de vitesse par un accroissement des ampère-tours inducteurs en série (**130**).

La transformation par moteur-générateur exige deux machines ayant chacune une puissance égale à celle qui doit être transformée, ce qui augmente les frais de premier établissement;

de plus, quoi qu'il soit possible d'obtenir un rendement satisfaisant, comme l'indiquent les chiffres donnés plus haut, ce rendement sera toujours inférieur à celui des commutatrices que nous allons étudier. Mais, comme le moteur-générateur permet de transformer un courant alternatif de fréquence et de tension quelconques en courant continu de voltage déterminé, il se présente des cas où cette solution est la plus avantageuse, ou même la seule possible ; en particulier c'est le procédé généralement employé pour transformer un courant alternatif simple en courant continu.

308. Commutatrices. — Nous avons vu (**233**) qu'une dynamo à courant continu peut être utilisée comme génératrice de courants alternatifs simples ou polyphasés. Il suffit pour cela de diviser chacun des segments de l'enroulement induit, compris entre deux pôles consécutifs de mêmes noms, en un nombre convenable de parties égales que l'on relie respectivement à un nombre égal de bagues collectrices montées sur l'arbre de la dynamo. Moyennant cette adjonction, on pourra faire fonctionner à volonté la dynamo, comme génératrice de courant continu en captant le courant par les balais du collecteur, ou comme génératrice de courants alternatifs en les captant par les bagues.

Si, au lieu d'actionner la dynamo mécaniquement, on la fait fonctionner comme moteur à courant continu, on pourra encore recueillir sur les bagues des courants alternatifs et par suite transformer un courant continu en courants alternatifs simples ou polyphasés.

Inversement si l'on dispose de courants alternatifs, tandis qu'on aurait l'emploi de courant continu, il suffira de faire passer les courants alternatifs par les bagues, c'est-à-dire de faire fonctionner la dynamo comme alternomoteur synchrone, pour recueillir un courant continu aux balais du collecteur.

Le rapport entre la puissance disponible sous la forme de

courant continu et celle qui est fournie sous la forme de courants alternatifs donne la mesure du rendement industriel de la transformation effectuée. La puissance disparue sera celle qui est nécessaire pour faire fonctionner le moteur à vide à la vitesse du synchronisme et compenser les pertes par effet Joule dans l'induit et dans l'inducteur dont le courant d'excitation est généralement pris en dérivation sur les balais du collecteur.

La commutatrice présente sur le moteur-générateur l'avantage de supprimer la transformation mécanique intermédiaire, puisque le couple moteur et le couple résistant agissent tous les deux sur la même armature ; mais, comme il existe un rapport déterminé entre les forces électromotrices alternative et continue, lorsque la différence de potentiel aux balais aura été fixée, il faudra interposer entre la commutatrice et le réseau à haute tension un transformateur fixe pour abaisser la tension des courants alternatifs à la valeur convenable ; la transformation mécanique intermédiaire du moteur-générateur est remplacée ici par une transformation électrique. Cependant, comme le transformateur fixe et la commutatrice peuvent être établis de manière à avoir tous les deux un rendement très élevé, le groupe transformateur-commutatrice aura en général un rendement supérieur à celui du moteur-générateur, tout en réalisant une économie importante sur les frais de premier établissement.

La possibilité de transformer un système de courants alternatifs en courant continu au moyen d'une commutatrice est subordonnée à la fréquence des courants à transformer.

Désignons par :

$2p$, le nombre des pôles de la commutatrice ;

n, le nombre de tours par seconde ;

f, la fréquence des courants alternatifs ;

N_2 le nombre des lames du collecteur ;

l, la longueur d'une lame et de son isolant (en cm.) ;

v, la vitesse tangentielle du collecteur (en cm.);

U, la différence de potentiel aux balais;

Δ, la différence de potentiel moyenne entre deux lames contiguës;

nous aurons les relations suivantes :

$$\Delta = \frac{2pU}{N_2}; \qquad nN_2 l = v; \qquad pn = f;$$

qui donnent

(1) $$v\Delta = 2flU.$$

Lorsque les quantités Δ et v dépassent certaines limites indiquées par la pratique, il est difficile d'éviter une production d'étincelles aux balais; comme, d'autre part, il faut prévoir au moins 6 mm. pour la longueur tangentielle des lames du collecteur, isolant compris, l'équation (1) montre que la fréquence admissible dépendra de la différence de potentiel que l'on veut obtenir aux balais de la commutatrice; on prend ordinairement

$$f < \frac{12.500}{lU}.$$

Pour les commutatrices destinées au service des tramways, qui doivent fournir une différence de potentiel de 500 à 600 volts, on emploie généralement des fréquences ne dépassant pas 30 périodes; pour une différence de potentiel plus élevée, il serait nécessaire d'avoir une fréquence moindre; et lorsque la fréquence des courants à transformer est déterminée par d'autres considérations, on pourra être conduit à employer le mode de transformation par moteur-générateur malgré son prix plus élevé et son rendement un peu moindre.

309. Rapports de transformation. — La force électromotrice d'une dynamo à courant continu, à vide, est déterminée par la formule

(2) $$E_0 = nN\Phi$$

Si la même dynamo fonctionne comme alternateur à m phases, la force électromotrice efficace à vide pour une phase sera (**236**)

$$e = \frac{nN\Phi}{\sqrt{2}} \sin \frac{\pi}{m}; \tag{3}$$

pour

$m =$	2	3	4	6

on a

$\frac{e}{E_0} =$	0,7071	0,6124	0,5000	0,3536
$\frac{E_0}{e} =$	1,4142	1,6330	2,0000	2,8284

On voit que le rapport des forces électromotrices alternative et continu est indépendant de la vitesse de rotation et de l'excitation.

Pour établir le rapport de transformation des courants, désignons par

I, l'intensité du courant continu ;

i', l'intensité efficace du courant alternatif pour une phase ;

φ, le décalage du courant alternatif aux bornes de la machine.

Si la transformation se faisait sans pertes, on obtiendrait le rapport des courants en écrivant que la puissance alternative moyenne est égale à la puissance continue, ce qui donnerait l'équation

$$mei' \cos \varphi = E_0 I.$$

Les pertes par frottements, hystérésis et courants de Foucault, pouvant être considérées comme indépendantes de la charge, seront représentées par le terme

$$mei_0 \cos \varphi,$$

i_0 étant l'intensité efficace du courant nécessaire pour faire

tourner la dynamo à vide, dans le même champ et à la même vitesse angulaire ; en posant,

$$i_0 = \alpha i',$$

on aura, pour déterminer le rapport de transformation des courants, l'équation

$$(1 - \alpha) mei' \cos\varphi = E_0 I ;$$

en remplaçant E_0 et e par leurs valeurs (2) et (3), on obtient finalement

$$(4) \qquad i' = \frac{I\sqrt{2}}{(1 - \alpha)\, m \cos\varphi \sin\frac{\pi}{m}}.$$

La commutatrice fonctionnant comme moteur synchrone, on pourra, en réglant convenablement son excitation annuler le décalage du courant aux bornes, de manière à avoir $\cos\varphi = 1$ et réduire ainsi au minimum l'intensité du courant alternatif nécessaire.

310. Réaction d'induit. — Le champ dans lequel se déplace l'armature de la commutatrice est la résultante du champ inducteur extérieur et des deux champs créés par les courants alternatifs et par le courant continu. Les courants polyphasés qui traversent l'induit produisent un champ qui tourne autour de l'armature avec la vitesse du synchronisme, en sens inverse du mouvement de rotation ; le flux créé par les courants alternatifs sera donc fixe dans l'espace ; il en est de même du flux correspondant au courant continu, dont la direction est celle de la ligne des balais.

Si l'on fait abstraction des pertes, le travail du couple moteur produit par l'action des courants alternatifs sur le flux inducteur extérieur sera égal et de signe contraire au travail du couple antagoniste résultant de l'action du courant continu sur le même flux extérieur ; le flux des courants alternatifs est

donc égal et de signe contraire à celui du courant continu, de telle sorte que la réaction de l'induit sur l'inducteur se réduit à celle qui correspond au courant de la marche à vide ; elle est toujours extrêmement faible et les balais de la commutatrice peuvent être calés sur la ligne neutre du champ extérieur.

311. Pertes par effet Joule. — Les courants alternatifs et le courant continu, ayant des actions opposées sur le flux inducteur, doivent circuler en sens inverses, et le courant qui traverse une des génératrices de l'induit sera la différence entre le courant alternatif et le courant continu qui passent en ce point.

La perte par effet Joule sera donc moindre lorsque la dynamo est utilisée comme commutatrice que lorsqu'elle fonctionne comme génératrice ou comme moteur.

Pour déterminer cette perte nous devons chercher la valeur moyenne de l'intensité efficace du courant dans les génératrices comprises entre deux balais.

Dans une commutatrice bipolaire, considérons au même instant, deux segments continus de l'enroulement :

segment A de phase θ ;

segment B de phase $\theta + \frac{2\pi}{m\omega}$;

l'intensité du courant résultant sera

$$J_a = i'\sqrt{2} \sin \omega\theta - \frac{I}{2} \quad \text{pour le premier,}$$

$$J_b = i'\sqrt{2} \sin \left(\omega\theta + \frac{2\pi}{m}\right) - \frac{I}{2} \quad \text{pour le deuxième.}$$

Comme l'armature tourne en sens inverse du flux créé par les courants alternatifs, c'est-à-dire dans le sens des phases croissantes, le segment A viendra, au bout du temps $\frac{2\pi}{m\omega}$,

endre là place de B ; mais comme, pendant ce temps, sa
ıase a augmenté de $\frac{2\pi}{m\omega}$, la disposition des courants entre les
eux balais sera la même que précédemment.

La valeur moyenne de l'intensité efficace du courant résulant, pour le segment de phase θ pendant le temps $\frac{2\pi}{m\omega}$, sera léterminée par l'intégrale

$$y^2 = \frac{m\omega}{2\pi} \int_{-\frac{\pi}{m\omega}}^{+\frac{\pi}{m\omega}} J^2_a d\theta,$$

et, en effectuant les calculs, après avoir remplacé J_a par sa valeur,

$$y^2 = i'^2 \left[1 - \frac{m \sin \frac{2\pi}{m} \cos 2\omega\theta}{2\pi} \right] + \frac{I^2}{4} - \frac{mIi'\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{m} \sin \omega\theta}{\pi}.$$

L'intensité efficace moyenne du courant entre deux balais, s'obtiendra en faisant varier θ de $-\frac{\pi}{2\omega}$ à $+\frac{\pi}{2\omega}$; c'est-à-dire qu'on aura

$$j^2 = \frac{\omega}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2\omega}}^{+\frac{\pi}{2\omega}} y^2 d\theta,$$

et par conséquent

$$j^2 = i'^2 + \frac{I^2}{4} - \frac{2mIi'\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{m}}{\pi^2}.$$

En remplaçant i' par sa valeur (équation (4), on aura finalement

$$(5) \quad j^2 = \frac{I^2}{4} \left[\frac{8}{(1-\alpha)^2 m^2 \cos^2 \varphi \sin^2 \frac{\pi}{m}} + 1 - \frac{16}{(1-\alpha)\pi^3 \cos \varphi} \right].$$

Lorsque la dynamo fonctionne comme génératrice de courant continu, la puissance absorbée par l'effet Joule sera proportionnelle à $\frac{I^2}{4}$; lorsqu'elle fonctionne comme commutatrice, cette puissance perdue est proportionnelle à j^2.

Le rapport des puissances perdues dans la commutatrice et dans la génératrice,

$$K = \frac{4j^2}{I^2}, \tag{6}$$

que nous venons d'établir pour une dynamo bipolaire, est identiquement le même pour une dynamo multipolaire ; il suffit d'écrire les formules précédentes en y remplaçant i' par $\frac{i'}{p}$ et $\frac{I}{2}$ par $\frac{I}{2p}$.

Pour un même échauffement moyen de l'induit, le rapport entre les puissances que la dynamo peut transformer comme commutatrice et la puissance qu'elle peut développer comme génératrice sera égale à $\frac{1}{\sqrt{K}}$.

Le tableau suivant donne les valeurs de ce rapport, en prenant $1 - \alpha = 0{,}96$, pour les valeurs usuelles de m, avec des décalages différents.

Valeurs du rapport $\frac{1}{\sqrt{K}}$.

$(1 - \alpha) = 0{,}96$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 6$
$\cos\varphi = 1$	0,82	1,29	1,59	1,91
$\cos\varphi = 0{,}90$	0,74	1,19	1,47	1,79
$\cos\varphi = 0{,}80$	o'66	1,05	1,31	1,59

On voit qu'une dynamo fonctionnant comme commutatrice de courants alternatifs simples est très mal utilisée ; ce défaut, joint à quelques autres, a fait abandonner les commutatrices de courants alternatifs simples, que l'on transforme avantageusement par moteur générateur.

Le tableau précédent montre également que la puissance

spécifique d'une commutatrice augmente avec le nombre de phases; aussi donne-t-on généralement la préférence aux commutatrices hexaphasées, qu'il est facile d'alimenter par des courants triphasés dont chaque phase sera dédoublée sur le secondaire du transformateur réducteur de tension. La petite complication résultant de la nécessité d'avoir six bagues, au lieu de trois, est sans inconvénient, surtout lorsqu'il s'agit de commutatrices puissantes, comme celles qui sont utilisées dans les exploitations de traction électrique.

312. Démarrage. — Les commutatrices, possédant les organes caractéristiques des dynamos à courant continu et des alternateurs, pourront être mises en marche, soit comme moteur à courant continu, soit comme moteur synchrone.

La mise en marche à l'aide du courant continu ne présente aucune difficulté et s'effectue comme celle d'un moteur shunt ordinaire, dont on réglera la vitesse par le rhéostat de démarrage de manière à l'amener au synchronisme avant de relier les bagues au réseau des courants alternatifs. Si la commutatrice fonctionne en parallèle avec une batterie d'accumulateurs, le courant continu pour le démarrage est pris directement sur la batterie; à défaut on installera un petit moteur-générateur qui fournira le courant de démarrage; cette disposition est fréquemment employée lorsque l'installation comporte plusieurs commutatrices.

Si l'on ne dispose pas d'un courant continu, le démarrage s'effectue à l'aide des courants alternatifs de la même manière que pour un moteur synchrone polyphasé (**277**) en ayant soin de relier la commutatrice à la canalisation alternative par un auto-transformateur (**289**) qui ne prendra au réseau que la puissance indispensable à la mise en marche, tout en fournissant à la machine un courant d'intensité suffisante pour un démarrage rapide. Il faut, en outre, diviser l'enroulement inducteur en plusieurs sections qui resteront

ouvertes pendant la durée du démarrage : en effet, comme l'enroulement de l'induit et celui des inducteurs constituent un transformateur et que le nombre de spires du second est très grand par rapport au premier, la force électromotrice développée dans l'enroulement des inducteurs pourrait compromettre l'isolement des fils, si l'on n'avait pas la précaution d'ouvrir le circuit en quelques points, au moment du démarrage, à l'aide d'un interrupteur que l'on peut fermer dès que la commutatrice a pris sa vitesse de régime. De plus, comme la polarité du courant continu débité par la commutatrice dépend de l'instant où le circuit inducteur est fermé sur les balais et peut par conséquent être différente à chaque mise en route, il faudra disposer, entre les bornes de la commutatrice et le tableau, un interrupteur inverseur permettant de relier les pôles convenables aux barres du tableau d'émission.

313. Réglage de la différence de potentiel du courant continu. — Comme la différence de potentiel aux balais de la commutatrice est dans un rapport constant avec la tension du courant alternatif, quelle que soit l'intensité du champ de la machine, on ne peut modifier le voltage continu qu'en faisant varier la tension des courants alternatifs. On y arrive soit au moyen d'un transformateur à rapport de transformation variable, soit par l'emploi d'une bobine de self-induction en série avec la commutatrice.

En subdivisant le secondaire du transformateur, qui alimente la commutatrice, en sections dont les extrémités sont reliées par les touches d'un commutateur multiple, on pourra modifier à volonté le rapport de transformation des courants alternatifs et alimenter la commutatrice à la tension qui correspond au voltage continu que l'on veut obtenir aux balais.

Lorsque la commutatrice alimente un réseau à consommation très variable, et qu'il est nécessaire d'avoir un voltage

constant, soit aux balais, soit en un point déterminé du réseau, on peut rendre le réglage automatique en montant en série avec la commutatrice une bobine de self-induction dont l'action peut s'expliquer de la manière suivante :

Désignons par

u_1, la tension efficace des courants alternatifs ;

R, $\mathfrak{L}$, la résistance et le coefficient de self-induction du circuit compris entre les bornes de la commutatrice et le réseau de tension constante u_1 ;

u, la tension efficace aux bornes de la commutatrice ;

i, l'intensité efficace du courant alternatif ;

φ, le décalage du courant sur la tension aux bornes.

L'intensité du courant sera déterminée par l'équation

$$\text{(1)} \qquad U_1 = RI + \mathfrak{L}\frac{dI}{dt} + U.$$

Posons

$$R = z \cos \psi ; \qquad \omega\mathfrak{L} = z \sin \psi ;$$

et résolvons l'équation (1) par la méthode des vecteurs, en prenant comme origine la phase de courant ; nous aurons

$$\text{(2)} \qquad u^2_1 = (u \cos \varphi + zi \cos \psi)^2 + (u \sin \varphi + zi \sin \psi)^2.$$

On en déduit

$$u = \frac{u^2_1 - z^2i^2}{zi\,(\cos \psi\,(-\varphi) + \sqrt{u^2_1 - z^2i^2 \sin^2 (\psi - \varphi)}} ;$$

u, z, ψ, étant constants, on voit que la tension aux bornes augmente avec $(\psi - \varphi)$, c'est-à-dire lorsque le retard du courant sur la tension aux bornes diminue, ou que son avance augmente ; on pourra donc faire varier la tension alternative, et par suite le voltage continu, en modifiant la phase du courant alternatif. Nous avons vu, en étudiant le fonctionnement des moteurs synchrones, qu'il suffisait, pour cela, de modifier convenablement l'excitation du moteur. Ce réglage pourra

donc être obtenu automatiquement par la combinaison d'une excitation en série avec l'excitation dérivée.

En donnant au circuit alternatif une réactance convenable, et en établissant l'excitation dérivée de manière que le courant soit en retard lorsque la charge est minimum, qu'il soit en concordance de phase pour la charge moyenne et en avance pour la charge maximum, on pourra, non seulement compenser la perte de charge ohmique, mais encore obtenir aux balais un voltage croissant avec le débit, et faire fonctionner la commutatrice comme une dynamo hypercompoundée (**131**).

Quand plusieurs commutatrices compoundées sont accouplées en paralèlle, on affecte à chaque commutatrice des transformateurs spéciaux et on les munit, sur le côté continu, de barres d'égalisation comme on le fait pour les dynamos compound (**134**) ; de plus, pour éviter les oscillations pendulaires occasionnées par les fluctuations du flux des inducteurs au moment où l'excitation varie, on dispose, entre les cornes des pièces polaires, des plaques de cuivre formant amortisseurs.

Lorsque la commutatrice doit fonctionner en parallèle avec une batterie d'accumulateurs, elle devra être excitée en dérivation de manière que le décalage soit nul pour le débit normal, et l'on montera sur l'arbre de la commutatrice, en série avec la batterie, une dynamo shunt qui survoltera la commutatrice pour charger la batterie lorsque le débit extérieur diminue, et survoltera au contraire la batterie lorsque celle-ci devra fournir du courant au réseau parce que le débit augmente.

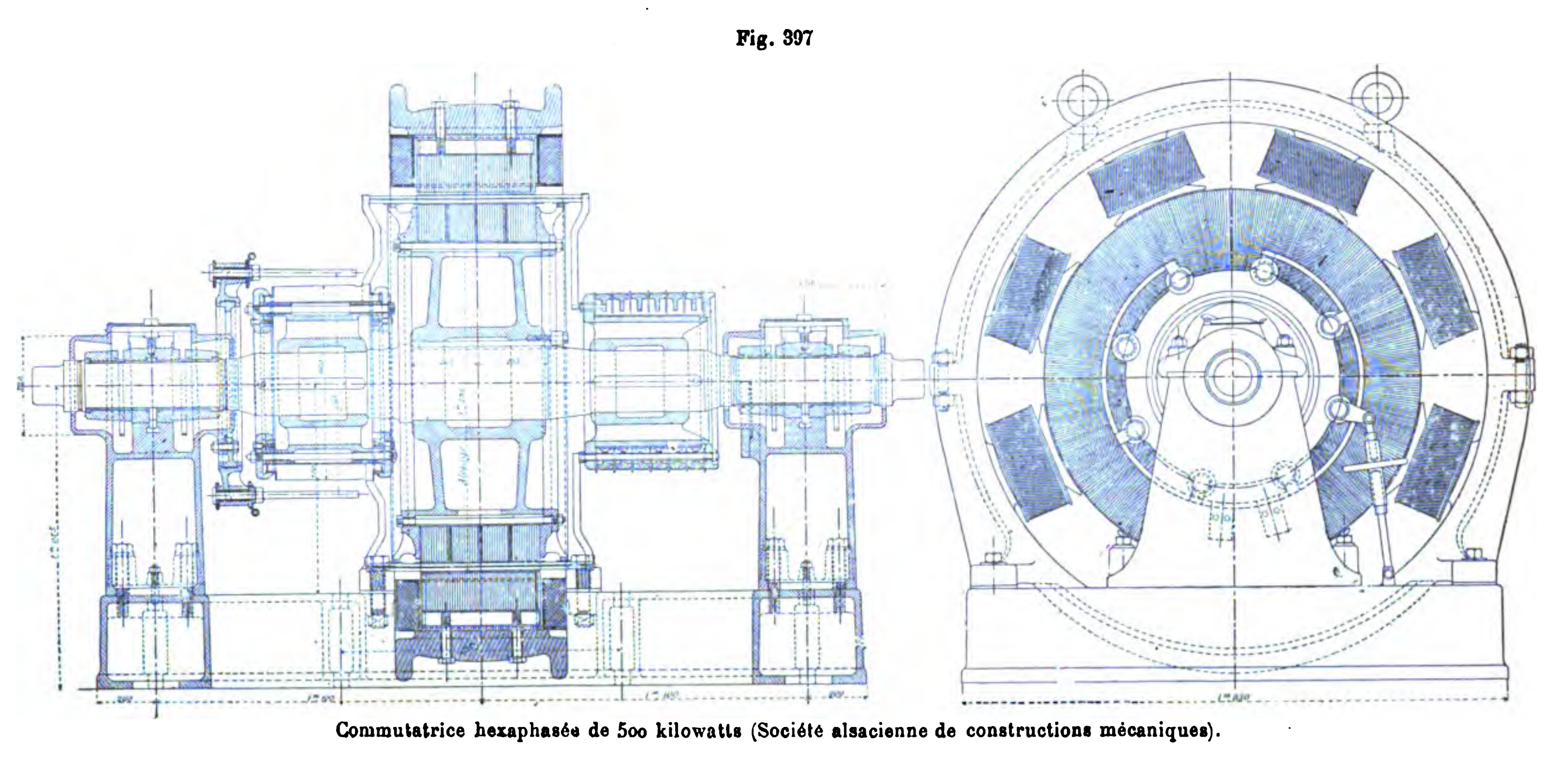
314. Commutatrices inversées. — Il est évident qu'une commutatrice pourra être utilisée pour transformer du courant continu en courants alternatifs ; mais, dans ce cas, sa vitesse comme moteur à courant continu, et par suite la fréquence des courants alternatifs, dépendra de la valeur du champ

inducteur ; il faudra donc prendre certaines précautions pour que la machine ne puisse pas s'emballer.

On sait en effet que la vitesse d'un moteur à courant continu augmente lorsque l'excitation diminue ; si le courant alternatif de la commutatrice est en retard sur la tension, et que la machine tende à s'accélérer, la fréquence et la force électromotrice de self-induction augmenteront ; le retard du courant s'accentuera et, d'après ce que nous avons vu précédemment (**313**), le champ s'affaiblira de telle sorte que le mouvement de rotation s'accélère de plus en plus. On peut éviter cet inconvénient en faisant fonctionner la commutatrice avec un champ surexcité, et en employant un interrupteur, commandé par un régulateur centrifuge, qui coupera le courant dès que la vitesse atteint une certaine limite. Mais la meilleure méthode consiste à faire l'excitation par une dynamo à courant continu solidaire de la commutatrice, de telle sorte que, si celle-ci tend à s'accélérer, la tension de l'excitatrice augmente en même temps et renforce le champ de manière à maintenir la vitesse constante.

315. Commutatrice de 500 kilowatts de la Société Alsacienne de Constructions mécaniques. — Cette commutatrice est établie pour fournir du courant continu à la tension de 550 volts ; le débit normal est de 900 ampères et peut-être poussé facilement à 1.100 ampères. Elle est à 6 phases et alimentée par trois transformateurs à courant alternatif simple d'une puissance de 170 kilowatts chacun ; les trois primaires sont montés en triangle ; les courants à 6 phases s'obtiennent en amenant les extrémités des 3 phases de l'enroulement secondaire aux 6 bagues de la commutatrice ; la tension est de 200 volts entre deux bagues voisines, et de 346 volts entre les bornes de chaque circuit secondaire du transformateur réducteur de tension. La machine est à 8 pôles ; la fréquence des courants alternatifs étant

Fig. 397



Commutatrice hexaphasée de 500 kilowatts (Société alsacienne de constructions mécaniques).

de 25 périodes par seconde, la vitesse de rotation est de 375 tours par minute. La *fig.* 397 donne une coupe longitudinale de l'inducteur et de l'induit de cette commutatrice.

La culasse des inducteurs, en acier coulé, est en deux parties assemblées par des boulons; elle est fixée par deux pattes sur un socle en fonte. Les pôles, qui sont en tôles, sont fixés à la culasse par deux boulons vissés dans une barre d'acier qui traverse le paquet de tôles parallèlement à l'axe : les noyaux polaires ont une hauteur radiale de 200 mm., et une section de 400 × 180 mm. soit 720 cm^2; les épanouissements polaires, découpés dans les tôles elles-mêmes, embrassent les 2/3 de l'arc compris entre deux pôles voisins; le diamètre d'alésage est de 1.286 mm.

Les bobines inductrices, enroulées sur des manchons isolants, sont formées chacune de 1.470 spires de fil de 2,6 mm. de diamètre; les 8 bobines étant montées en série, la résistance du circuit inducteur est de 65 ohms à chaud; le poids du cuivre sur l'inducteur est de 850 kilogrammes; le courant d'excitation à pleine charge est de 7,85 ampères.

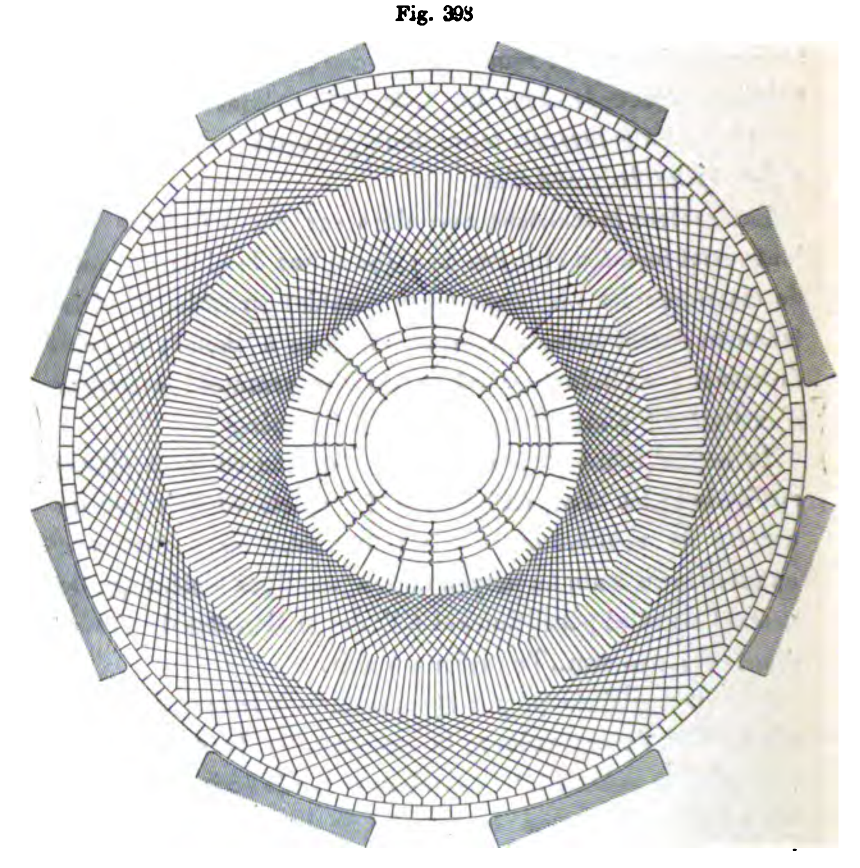
Le noyau induit est porté par un manchon en fonte claveté sur l'arbre; les tôles, divisées en 4 paquets séparés par des canaux de ventilation, sont serrées entre deux couronnes annulaires en fonte au moyen de longues tiges filetées qui traversent les tôles parallèlement à l'axe; le diamètre de l'induit étant de 1.270 mm., l'entrefer a 8 mm.

Le noyau est découpé par 240 encoches de 10 mm. de largeur sur 30 mm. de profondeur; la section utile du noyau est de 416 cm^2 et le volume total des tôles est de 142 décimètres cubes.

La *fig.* 398 donne le schéma de l'enroulement qui est le même que celui d'une dynamo multipolaire en quantité : chaque rainure reçoit 4 conducteurs de 32 mm^2 de section chacun; l'induit complet est formé de 480 génératrices réunies aux 240 lames du collecteur, qui sont reliées successivement, par séries de 10, aux 6 bagues par lesquelles arrivent

les courants alternatifs ; ces six bagues sont isolées entre elles et fixées sur un manchon en fonte claveté sur l'arbre ; elles ont 600 mm. de diamètre et 55 mm. de largeur. Le collecteur du courant continu a 660 mm. de diamètre avec une largeur utile de 275 mm. ; le courant continu est recueilli par 8 lignes de balais supportées par une étoile pouvant se déplacer autour du palier de la machine à l'aide d'un petit volant à main.

Fig. 398



Commutatrice hexaphasée. — Schéma de l'enroulement induit.

La résistance de l'induit, mesurée entre les balais du côté continu, est de 0,01 ohm à chaud.

A 375 tours par minute, la vitesse tangentielle de l'induit est

25 mètres environ par seconde; celle du collecteur de mètres environ par seconde.

Les essais ont accusé un rendement de 95,6 % à pleine charge et de 92 % à demi-charge; les pertes à pleine charge se décomposent comme suit :

Excitation	0,8 %
Frottements, hystérésis, courants de Foucault .	2,9 %
Pertes par effet Joule dans l'induit	0,7 %

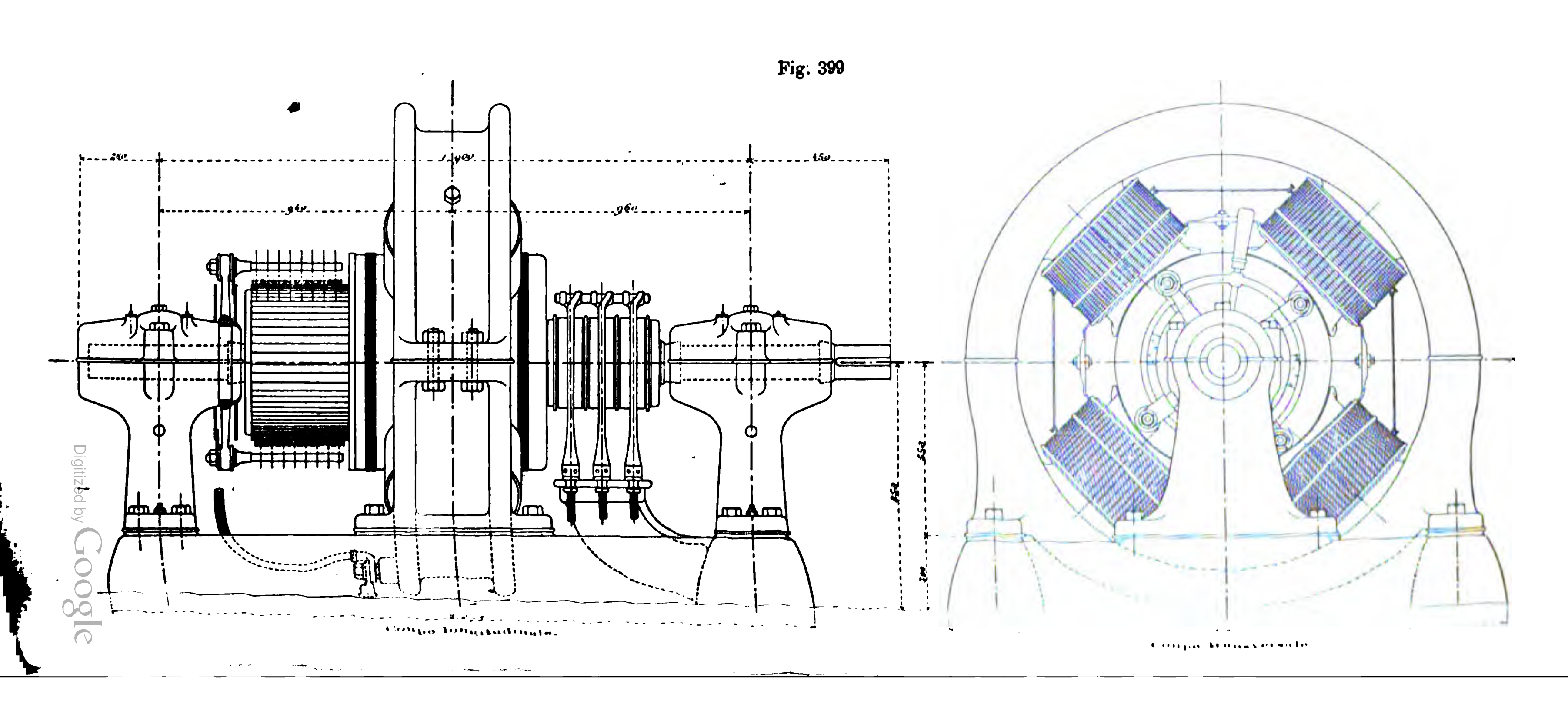
Le rendement des transformateurs réducteurs de tension est de 98 %, les pertes étant sensiblement de 1 % dans le fer et de 1 % dans le cuivre.

La chute de tension qui se produit dans un groupe complet de transformateurs et commutatrice n'est que de 4 à 5 % entre la marche à vide et la charge normale; ce qui permet, pour certaines installations, de renoncer à un réglage de tension par compoundage.

316. Commutatrice de 250 kilowatts des Etablissements Postel-Vinay. — Cette commutatrice, dont la *fig.* 399 donne les vues d'ensemble avec les dimensions principales, est établie pour fournir du courant continu à la tension de 550 volts; le débit normal est de 455 ampères et peut être poussé facilement à 570 ampères : elle est à 6 phases, alimentée par des courants triphasés à l'aide de trois transformateurs à courant alternatif simple de 90 kilowatts chacun, dont les secondaires sont dédoublés (**260**).

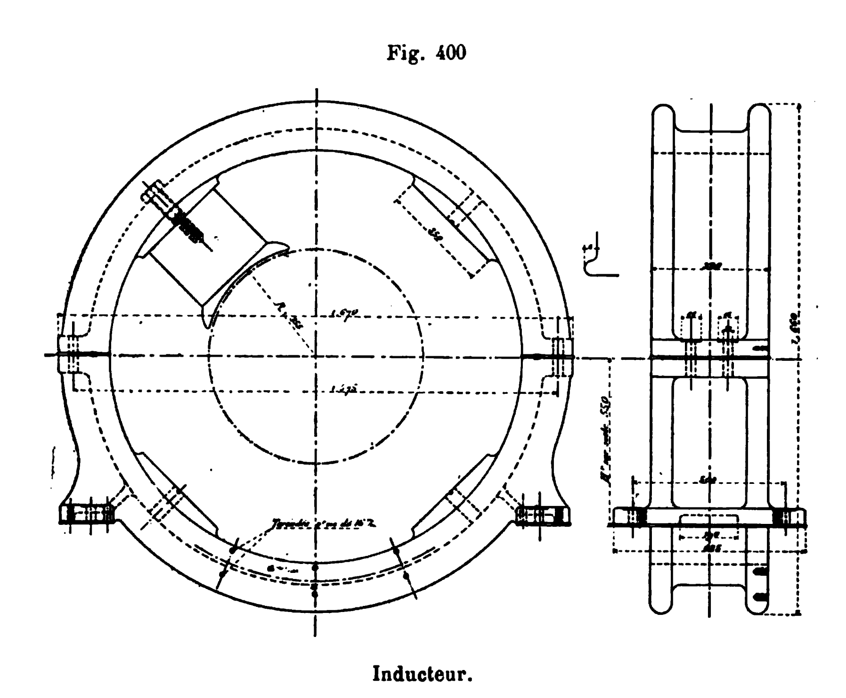
La machine est à 4 pôles; la fréquences des courants alternatifs étant de 25 périodes par seconde, la vitesse de rotation de l'armature est de 750 tours par minute. La culasse de l'inducteur (*fig.* 400), en acier coulé, est formée de deux parties assemblées par des boulons; la partie inférieure est fixée par deux pattes boulonnées sur le socle en fonte qui porte également les deux paliers de la machine; les noyaux à section

Fig. 399


280
1900
150
940
960
852
552
300
Coupe longitudinale
Coupe transversale

circulaire et leurs épanouissements polaires sont en acier et fixés à la culasse au moyen de boulons (un par pôle) ; la hauteur radiale des noyaux polaires est de 250 mm. ; la largeur des épanouissements parallèlement à l'axe est de 310 mm. ; l'arc embrassé est les 0,7 de l'arc polaire ; le diamètre d'alésage des pôles est de 710 mm.

Fig. 400



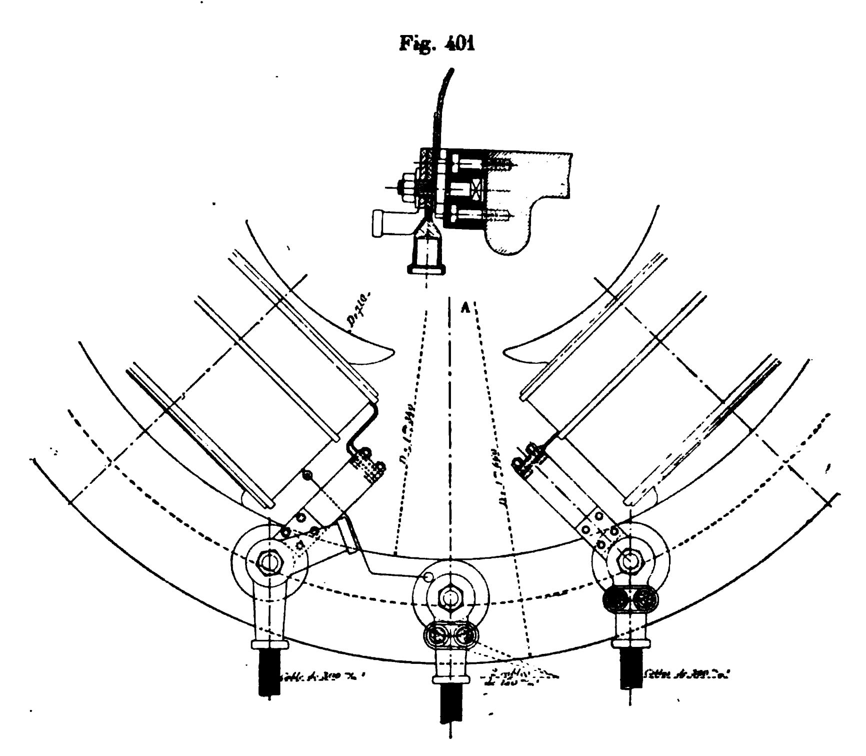
Inducteur.

L'excitation est compound ; l'enroulement shunt comprend 3.000 spires par pôle, en fil de 1,2 mm. de diamètre ; le poids total du cuivre pour l'enroulement en dérivation est de 140 kilogrammes ; sa résistance est de 246 ohms à 65° C. L'enroulement série est formé par une lame de cuivre de 53,5 mm. sur 4,7 mm. enroulée de champ ; chaque pôle a 12,5 spires ; le poids total pour les 4 pôles est de 130 kilogrammes et la résistance de 0,0046 ohm à 65° C.

La *fig.* 401 indique l'ensemble des connexions avec les in-

ducteurs, avec barre d'égalisation pour le couplage en parallèle de plusieurs commutatrices.

Fig. 401



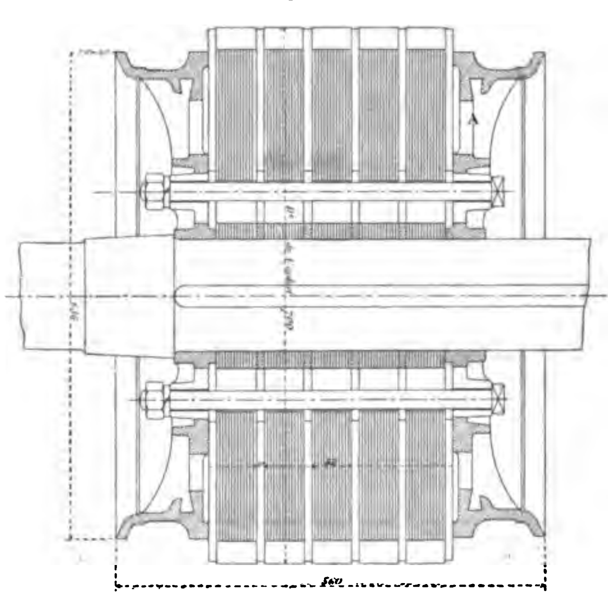
Ensemble des connexions des inducteurs.

Le noyau d'induit (*fig.* 402) est constitué par 5 paquets de tôles entre lesquels sont ménagés des canaux de ventilation de 10 mm. de largeur. Le noyau est maintenu entre deux plateaux de fonte clavetés sur l'arbre et serrés par 4 tiges boulonnées parallèlement à l'arbre ; le noyau de tôles a un diamètre extérieur 700 mm., ce qui donne un entrefer de 5 mm. ; la vitesse tangentielle de l'induit est de $27^m,50$ par seconde.

Le bobinage, en tambour multiple, est logé dans 264 encoches contenant chacune deux fils de $4,2 \times 4,2$ mm. ; l'enroulement est donc composé de 528 conducteurs formant

264 cadres ; la longueur moyenne d'un cadre est de 1.774 mm. et la longueur totale de l'enroulement induit de 470 mètres ; le poids du cuivre est de 79 kilogrammes ; la résistance, mesurée entre les balais du côté continu, est de 0,0343 ohm à 65° C.

Fig. 402



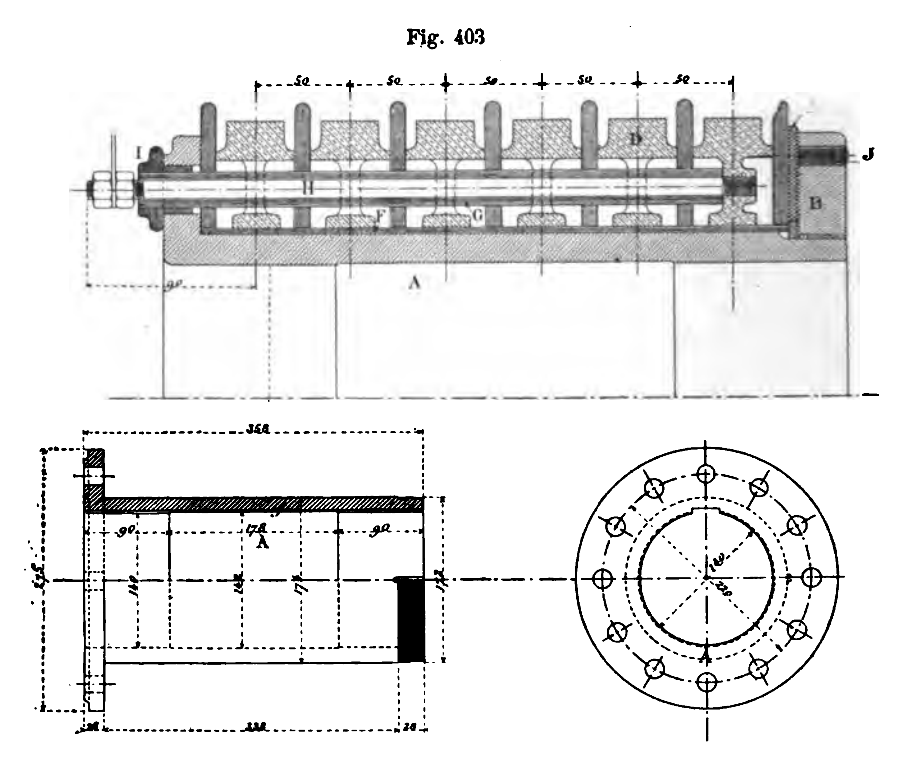
Noyau d'induit avec son manchon.

Le collecteur du courant continu est formé de 264 lames de cuivre rouge, isolées à la micanite, fixées sur un manchon en acier claveté sur l'arbre ; le mode de construction est le même que pour les dynamos à courant continu ; le diamètre du collecteur est de 500 mm. et la largeur utile de 337 mm. ; la vitesse tangentielle est de $19^m,60$ par seconde ; la pression des balais sur le collecteur est de 250 grammes par cm^2.

La *fig.* 403 donne une coupe du manchon en fonte A sur lequel sont fixées les 6 bagues collectrices de courants alternatifs ; le manchon est entouré d'un tube en micanite F ; les bagues D sont isolées les unes des autres par des rondelles

d'ébonite ; les bagues et les rondelles intermédiaires sont serrées par l'écrou B en fonte à l'aide d'une rondelle de pression C avec ergot ; la *fig.* 403 indique une des vis de pression J, en acier. Les bagues D, en bronze, ont 290 mm. de diamètre sur 30 mm. de largeur utile ; les connexions des bagues avec l'enroulement se font par 12 tiges conductrices H isolées par un tube d'ébonite G à l'extrémité duquel se place le bouchon isolant I.

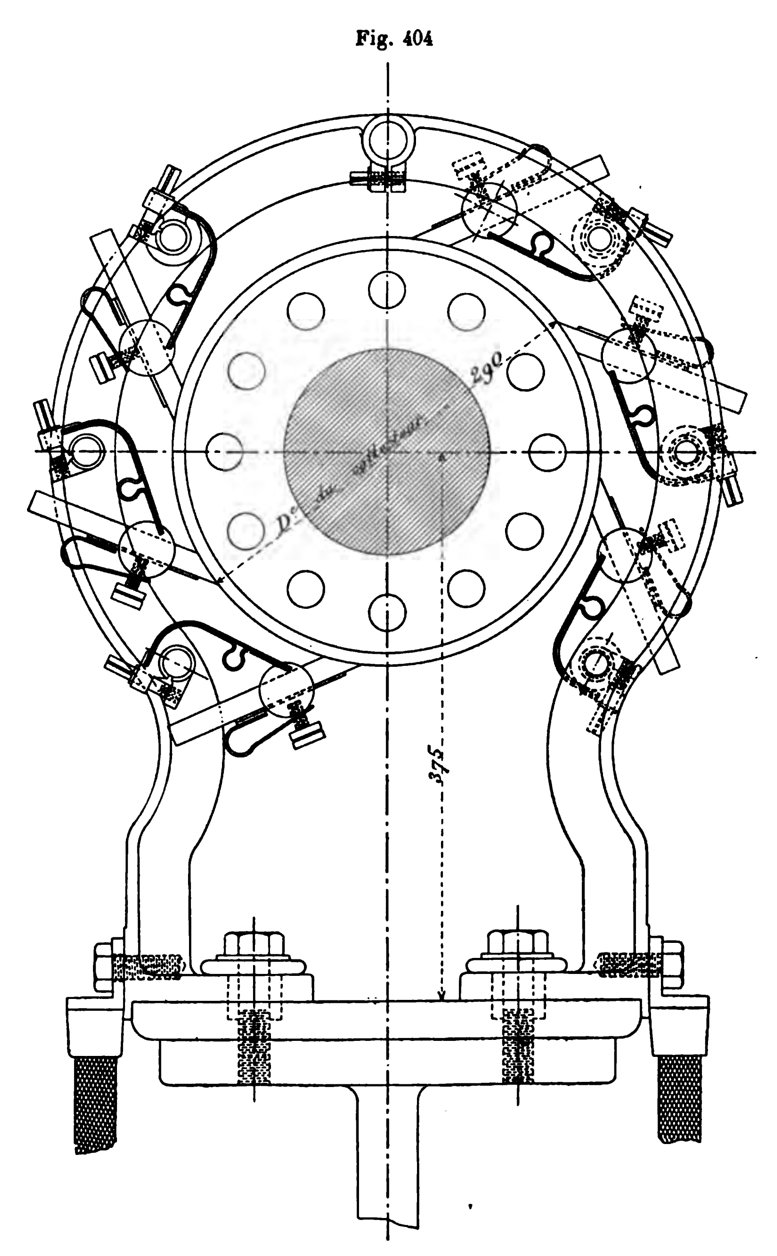
Fig. 403



Manchon des bagues collectrices. — Détails de construction.

La *fig.* 404 donne une coupe du collecteur des courants alternatifs perpendiculairement à l'axe ; les balais frottant sur les bagues sont supportés par des fers à cheval fixés sur une console venue de fonte avec le socle de la machine.

Fig. 404



Coupe transversale du collecteur des courants alternatifs.

Les pertes aux différentes charges se décomposent de la façon suivante :

Charges	1 1/4	1	3/4	1/2	1/4
Effet Joule — Induit . . .	5630	3610	2025	900	225
Effet Joule — Balais . . .	2830	1816	1020	454	114
Effet Joule — Inducteurs .	1743	1463	1242	1086	992
Pertes dans le fer.	2305	2305	2305	2305	2305
Frottements. . .	2780	2780	2780	2780	2780
Totaux. .	15288	11974	9372	7525	6416
Rendements. . .	0,953	0,954	0,952	0,943	0,907

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION

CHAPITRE I

ÉQUIVALENCE DES DIFFÉRENTES FORMES DE L'ÉNERGIE

	Pages
Propriétés de la matière	1
Equivalence du travail et de la puissance vive	1
Energie mécanique	2
Energie thermique	3
Energie chimique	4
Energie électrique	5
Loi d'Ohm	7
Transformations de l'énergie électrique	9
Principe de la conservation de l'énergie	11
Rendement d'une transformation d'énergie. Energie dégradée	11
Générateurs électriques	12
Applications industrielles de l'énergie électrique	14

Unités

Unités fondamentales	17
Dimensions des unités mécaniques	17
Dimensions des unités électriques et magnétiques	17
Système C. G. S.	19
Unités pratiques	19

CHAPITRE II

ACTIONS MAGNÉTIQUES

Champ magnétique	21
Pôles. Moment et masse magnétiques	21
Constitution des aimants	24
Potentiel magnétique	26
Induction. Flux d'induction	30
Tubes d'induction	32

Perméabilité magnétique 32
Energie potentielle du champ magnétique. Tension suivant les lignes d'induction 34

CHAPITRE III

ACTIONS ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Champ magnétique d'un courant 38
Potentiel magnétique d'un courant 41
Travail du déplacement d'un courant dans un champ magnétique . . 44
Le travail d'un courant dans un champ magnétique est fourni par la source d'énergie qui maintient le courant 47
Force magnétomotrice. Réluctance. 49
Energie intrinsèque d'un courant 53
Coefficient de self-induction 55
Champ magnétique d'une bobine annulaire. 57
Champ magnétique d'une bobine cylindrique en un point de l'axe . . 59
Corps magnétiques et diamagnétiques 62
Aimantation du fer par les courants. Electro-aimants. 62
Etude de la perméabilité d'un corps magnétique par la force portante. 65
Hystérésis. 70
Energie dissipée par l'hystérésis 72

CHAPITRE IV

INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Loi générale de l'induction électromagnétique 75
Sens de la force électromotrice induite 77
Quantité d'électricité induite. 78
Etude des propriétés magnétiques du fer par la méthode d'induction. 79
Période d'établissement d'un courant. 86
Courant de rupture 87
Courants de Foucault 89
Machines électromagnétiques. 95

MACHINES DYNAMO-ÉLECTRIQUES A COURANT CONTINU

CHAPITRE V

DYNAMOS A COURANT CONTINU

Organes d'une dynamo à courant continu 101

CHAPITRE VI

INDUCTEURS

Modes d'excitation des inducteurs 105
Eléments de construction des inducteurs 106
Inducteurs bipolaires 108
Inducteurs multipolaires 114

CHAPITRE VII

ENROULEMENT DE L'INDUIT

Classification des enroulements 123

A. — *Induits bipolaires*

Force électromotrice induite 123
Deux modes d'enroulement 124
Anneau bipolaire 125
Collecteur 126
Commutation. Angle de calage des balais 127
Tambour bipolaire 129
Enroulement sur deux couches 134

B. — *Induits multipolaires*

Force électromotrice à circuit ouvert. 136
Différents modes d'enroulement. 137
Anneau multipolaire. 140
Enroulement multiple simple. 140
Enroulement Mordey. 142
Enroulement en séries parallèles d'Arnold. 144
Enroulement en série simple. 146
Tambour multipolaire 149
Enroulement multiple imbriqué. 150
Enroulement ondulé en séries parallèles (Arnold) 151
Enroulement ondulé en série. 154
Disque multipolaire 156
Enroulements spéciaux 159

CHAPITRE VIII

ÉLÉMENTS DE CONSTRUCTION DES INDUITS

Conditions à remplir au point de vue mécanique 160

Arbre — Noyau — Manchon

Arbre 161
Noyaux. 162
Manchons d'induit pour tambours 163
Manchons d'induit pour anneaux 171
Entrainement des fils. Noyaux dentés. 178

Ventilation de l'induit . . . .
Isolement du noyau . . . .
Condition d'équilibre . . . .

Collecteurs — Balais, Porte-balais

Conditions à remplir. . . . .
Construction des collecteurs . . . .
Balais. Porte-balais . . . .

Enroulement

Conducteurs. . . . .
Bobinage des anneaux . . . .
Frettes. . . . .
Bobinage des tambours . . . .
Enroulements à barres avec connexions parallèles aux bases du tambour. . . . .
Enroulements avec bobines calibrées . . . .
Enroulements avec connexions concentriques au tambour . . . . .
Armature en disque (Desroziers) . . . .

CHAPITRE IX

THÉORIE DES DYNAMOS A COURANT CONTINU

Composante du flux inducteur suivant une direction donnée . . . .
Valeur moyenne du flux dans un intervalle donné . . . .
Force électromotrice à circuit ouvert. . . . .
Force électromotrice en circuit fermé. Angle de calage des balais . .
Influence de l'hystérésis sur le calage des balais. . . . . . .
Théorie de la commutation . . . .
Calcul de la densité du courant de rupture . . . .
Conditions à observer dans la construction . . . .
Transformation périodique d'énergie pendant la commutation. . . .
Force électromotrice effective en circuit fermé . . . .
Différence de potentiel aux bornes de la dynamo fonctionnant en circuit fermé . . . .
Table des valeurs du facteur $k = \cos \varphi - \frac{\sin \varphi}{2\pi}$ . . . .
Notations adoptées . . . .

CHAPITRE X

CARACTÉRISTIQUES

Définitions . . . .

Caractéristique à circuit ouvert

Détermination expérimentale. . . . .
Equation de la caractéristique à circuit ouvert . . . .
Calcul des dérivations magnétiques . . . .
Calcul de la caractéristique . . . .

Exemple numérique 285
Courbes d'aimantation 288

Caractéristiques externes

Détermination expérimentale 293
Excitation indépendante 293
Excitation en série 295
Excitation en dérivation 297
Tracé de la caractéristique externe au moyen de la caractéristique à circuit ouvert. 299
Excitation indépendante 300
Excitation en série 301
Excitation dérivée. 303

CHAPITRE XI

RÉGULATION

Objet de la régulation 307

Dynamos à courant constant

Modes de régulation 308
Régulation par la vitesse de rotation 309
Dynamos à vitesse constante 309

Dynamos à potentiel constant

Modes de régulation 314
Régulation par la vitesse de rotation 314
Régulation par le champ 316
Régulation pour charge et vitesse variables 317
Régulateur automatique. 318
Rhéostat pour tension et débit variables. 321
Excitation compound. 322
Dynamos hypercompound 325

Couplage des dynamos à courant continu

Objet 327
Montage en série 327
Montage en parallèle. 330

CHAPITRE XII

MOTEURS ÉLECTRIQUES À COURANT CONTINU

Réversibilité des dynamos. Sens de rotation 334
Angle de calage des balais. 337
Force contre-électromotrice du moteur 339
Influence de l'hystérésis sur l'angle de calage. 340
Inducteurs auxiliaires 341
Commutation 342

Différence de potentiel aux bornes du moteur. 343
Puissance électrique totale. Puissance utile 344
Couple moteur. Couple utile 345
Détermination de la caractéristique interne d'un moteur. 346
Etude du fonctionnement des moteurs à courant continu 346

Moteurs excités en série

Courant constant 349
Différence de potentiel constante 353
Inversion du sens de rotation 358
Différence de potentiel variable 360

Moteurs excités en dérivation

Courant constant 361
Différence de potentiel constante 362
Table des valeurs numériques du facteur $k_1 = \cos\varphi + \frac{\sin\varphi}{2\pi}$ . . . 369

CHAPITRE XIII

MESURE DU RENDEMENT DES DYNAMOS A COURANT CONTINU

Expression du rendement 370

Méthodes directes

Rendement d'un moteur 372
Rendement d'une génératrice 373
Dynamomètre d'absorption. 374
Dynamomètres de transmission 382
Emploi d'un moteur étalonné. 387

Méthodes indirectes

Méthode d'opposition. 388

Evaluation des pertes séparées

Principe de la méthode. 399
Puissance absorbée par l'effet Joule 399
Frottements. — Hystérésis. — Courants de Foucault 400
Séparation des pertes 402
Méthode chronométrique 405
Rhéostats de réglage. 408
Essais de réception 411

CHAPITRE XIV

ÉTUDE D'UN PROJET DE DYNAMO A COURANT CONTINU

Données 415
Notations 416

Calcul des dimensions

Armature 417
Inducteurs 422
Enroulement des inducteurs 425
Calcul de l'arbre 426
Puissance dissipée et rendement 428
Calcul de l'élévation de température 429
Application numérique 429

GÉNÉRATEURS ET TRANSFORMATEURS DES COURANTS ALTERNATIFS

CHAPITRE XV

THÉORIE DES COURANTS ALTERNATIFS

Force électromotrice sinusoïdale 441
Equation générale des courants alternatifs 443
Action d'un condensateur intercalé dans le circuit d'un courant sinusoïdal 448
Intensité moyenne. Intensité efficace 453
Force électromotrice moyenne. Force électromotrice efficace 455
Puissance d'un courant alternatif 456
Courant watté. Courant déwatté 459
Wattmètres 461

Méthode graphique.

Représentation des fonctions sinusoïdales au moyen de vecteurs . . . 465
Somme de fonctions de même période 466
Résolution graphique de l'équation fondamentale des courants alternatifs 469
Action d'un condensateur intercalé dans le circuit 471
Dérivations en arc multiple 474
Dérivations en des points multiples 476
Capacité des conducteurs 478

Méthode des imaginaires

Représentation des vecteurs 480
Calcul de la puissance 484
Résolution de l'équation fondamentale des courants alternatifs par la méthode des imaginaires 485
Action d'un condensateur intercalé dans le circuit 486
Dérivations en arc multiple 488
Dérivations en des points multiples 490

Influence de la capacité des conducteurs (méthode approchée). . . . 491
Capacité uniformément répartie. 493

Courants polyphasés

Production des courants polyphasés 498
Mode de groupement des circuits polyphasés 501
Montage polygonal. 501
Montage en étoile 503
Système tétraphasé. Montage diphasé. 504
Système triphasé. Système hexaphasé. 505
Mesure de la puissance des courants polyphasés 50

Harmoniques des courants alternatifs

Série de Fourier 510
Inscription de la forme des courants. 511
Analyse harmonique des courbes périodiques 517
Sinusoïde équivalente 518
Détermination graphique de la valeur efficace d'une fonction périodique. 521

Champs tournants

Champ elliptique 524
Champ bipolaire d'intensité constante 529
Champ multipolaire d'intensité constante 532
Force magnétomotrice d'un champ tournant d'intensité constante . . 535
Décomposition d'un champ alternatif en deux champs tournants d'intensité constante 536

CHAPITRE XVI

ALTERNATEURS

Caractères distinctifs. 537
Enroulement de l'induit. 539
Différents types. 544

Description de quelques alternateurs

Machine magnéto-électrique de Méritens 544
Alternateur Gramme. 547
Alternateur Westinghouse 548
Alternateur Ganz-Zipernowski 549
Alternateur Ferranti. 552
Alternateur Mordey 557
Alternateur homopolaire à courant alternatif simple (Ateliers d'Oerlikon) 561
Alternateur triphasé de Brown (1891). 563
Alternateur homopolaire de 800 KVA à axe vertical (Oerlikon) . . . 567
Alternateur à pôles alternés de 2500 KVA (Oerlikon). 569
Alternateur de 1400 KVA des ateliers du Creusot 573
Alternateur de 3000 KVA de l'Allgemeine Elektricitaets-Gesellschaft . 576
Alternateur triphasé de la Cie de Fives-Lille 583

Alternateur de 900 KVA des Etablissements Postel-Vinay 587
Alternateur de 600 KVA des Etablissements Postel-Vinay 592
Dynamos à courants continu et alternatif 595

CHAPITRE XVII

ÉTUDE DU FONCTIONNEMENT DES ALTERNATEURS

Calcul de la force électromotrice

Alternateurs à pôles alternés. 599
Alternateurs homopolaires. 603
Dynamos à courant continu et alternatif 604

Caractéristiques

Caractéristique à circuit ouvert. 609
Caractéristiques externes 610
Méthode des vecteurs 616

Mesure du rendement

Mesure directe 619
Mesure des pertes. 619

Couplage des alternateurs

Couplage en série. 623
Couplage en parallèle 625

Etude d'un projet d'alternateur

Données 631
Force électromotrice à vide 632
Calcul des dimensions de l'induit 633
Calcul de l'inducteur. 636

CHAPITRE XVIII

TRANSFORMATEURS A COURANTS ALTERNATIFS

Définitions 641
Applications des transformateurs 642

Construction des transformateurs

Types usuels. 644
Enroulement des bobines 646
Construction des noyaux 650
Transformateurs polyphasés 657
Elévation de température. 658
Appareils de sécurité 661

Description de quelques transformateurs

Transformateurs du Creusot (MM. Schneider et Cie) 663
Transformateurs des Ateliers d'Oerlikon 666

Transformateur de la Cie Internationale d'Electricité de Liège . . . 669
Transformateur de M. F. Krizik, de Prague 672
Transformateur Thomson-Houston de 90 kilowatts (Etablissements Postel-Vinay). 673

CHAPITRE XIX

ÉTUDE DES TRANSFORMATEURS A COURANTS ALTERNATIFS

Etude théorique

Théorie de la transformation. 678
Courant primaire à vide 682
Fonctionnement du transformateur à différentes charges 684
Caractéristique externe 689
Rapport de transformation. 692

Détermination expérimentale des constantes d'un transformateur

Courant primaire à vide 693
Impédance intérieure. 694

Mesure du rendement

Méthode directe 694
Evaluation des pertes séparées 696
Méthode d'opposition 696

Etude d'un projet de transformateur

Données 698
Division des pertes 699
Calcul des dimensions du noyau. 700
Calcul des enroulements 700
Coefficients de self-induction 703
Rapport de transformation 704
Vérification des dimensions 704

CHAPITRE XX

MOTEURS SYNCHRONES A COURANTS ALTERNATIFS

Propriétés générales. 705
Equations du moteur synchrone 709
Moteur synchrone avec excitation variable. 712
Moteur synchrone à excitation constante alimenté par une force électromotrice variable. 722
Etude complémentaire des lignes d'égale puissance 726
Essais des moteurs synchrones. 727



CHAPITRE XXI

MOTEURS ASYNCHRONES

Classification 728
Moteurs à collecteur 728

Moteurs à champ tournant

Principe des moteurs asynchrones à champ tournant 731
Glissement 734
Couple moteur. Puissance 735
Moteur d'induction considéré comme transformateur 741
Réglage du courant primaire 744
Réglage du courant secondaire 748
Changement de marche. Réglage de la vitesse 752
Couplage de deux moteurs en série 753
Réversibilité des moteurs d'induction 754

Détails de construction

Moteur triphasé de 30 chevaux de J.J. Rieter et Cie 756
Moteur triphasé de 200 chevaux des Ateliers d'Oerlikon 759
Moteur triphasé de 75 chevaux (Etablissements Postel-Vinay) 761
Mesure du rendement 766
Détermination des coefficients de self-induction 769

Moteurs d'induction à champ alternatif

Construction 770
Couple moteur 771
Démarrage à l'aide d'un champ auxiliaire 773
Méthode de M. Riccardo Arnò 775

Calcul d'un moteur d'induction

Données. Notations 777
Inducteur 779
Induit 782
Courant primaire à vide 783
Caractéristiques du moteur 783

CHAPITRE XXII

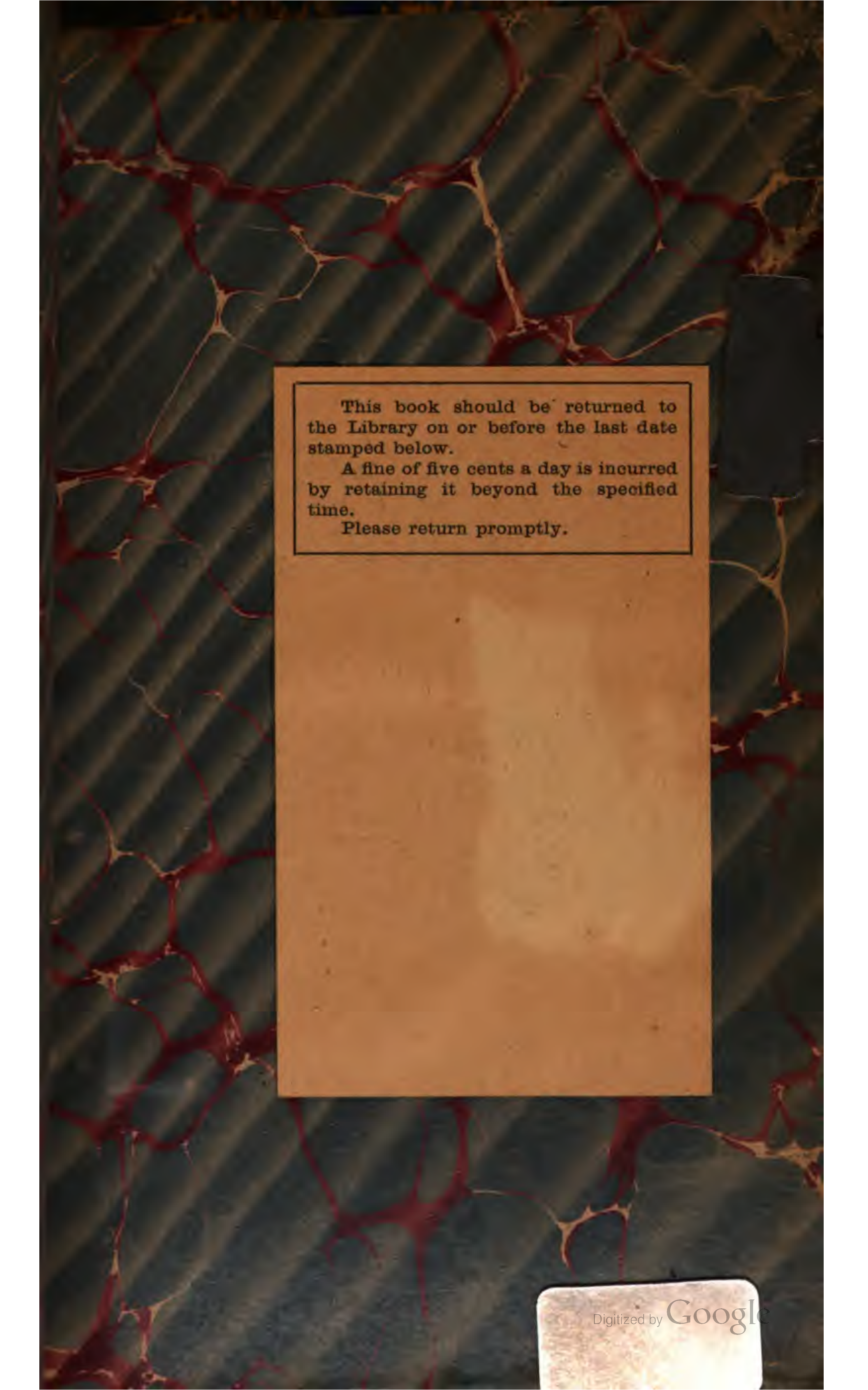
TRANSFORMATION DES COURANTS ALTERNATIFS EN COURANT CONTINU

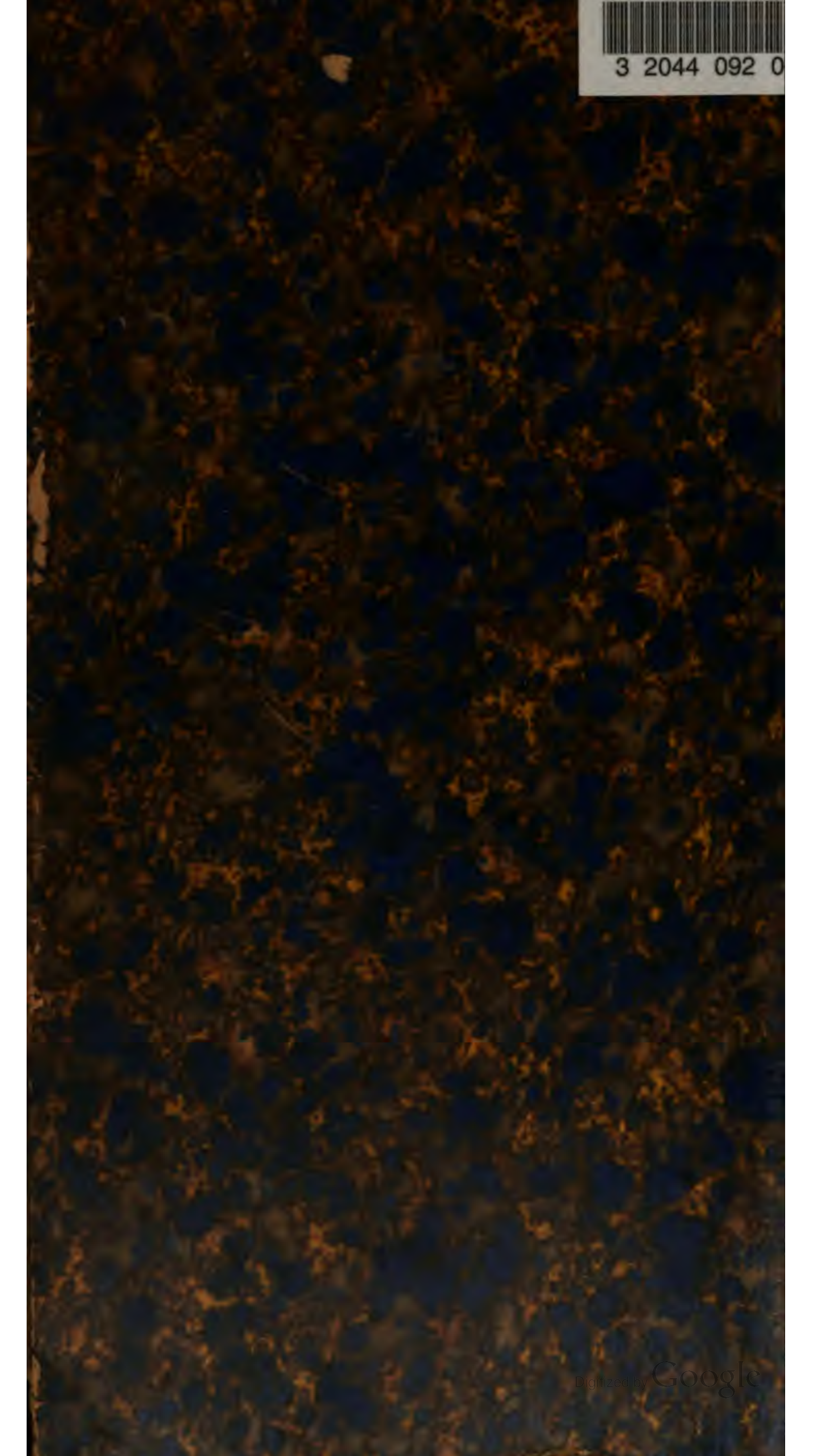
Objet 786
Moteurs générateurs 789
Commutatrices 791
Rapports de transformation 793

Réaction d'induit 795
Pertes par effet Joule 796
Démarrage 799
Réglage de la différence de potentiel du courant continu 800
Commutatrices inversées 802
Commutatrice de 500 kilowatts de la Société Alsacienne de constructions mécaniques 803
Commutatrice de 250 kilowatts des Etablissements Postel-Vinay . . . 807

IMPRIMERIE BUSSIÈRE. — SAINT-AMAND (CHER)




This book should be returned to the Library on or before the last date stamped below.
A fine of five cents a day is incurred by retaining it beyond the specified time.
Please return promptly.
Digitized by Google


3 2044 092 0
Digitized by Google